

(51) 鉄塔-送電線系の地震応答に関する基礎的研究

九州大学 工学部 正会員 小坪 清 真
 九州工業大学 正会員 ○高西 照 彦
 九州大学 工学部 正会員 鳥野 清
 九州大学 工学部 正会員 園田 敏 夫
 九州大学 工学部 学生員 井嶋 克 志

1. まえがき

著者らは前論⁽¹⁾において、連続する3基の鉄塔群に対して行った振動試験について報告し、鉄塔の動的解析を行う際には、懸形鉄塔については送電線との動的相互作用を考慮する必要はないが、耐張形鉄塔についてはそれを考慮することが必要であることを示した。本論では、耐張形鉄塔の耐震性に関する基礎的資料を得る目的で、送電線との動的相互作用を考慮した場合の振動特性を求め、さらに地震応答計算を行った。

鉄塔-送電線系の動的解析法には(i) 両者を一体としてこれを多質点系に置換して解析する方法と(ii) 送電線を質量を有するばねとみなして、そのばね定数の振動数特性をあらかじめ求めておき、鉄塔群をこのようなばねで連結された振動系として解析する方法とがある。本論では後者の方法に従った。本方法によれば、系の自由度の低減が可能であり、さらに同系の地震応答を計算する際に採用すべき振動次数に関して合理的な取捨選択を行って、計算に要する時間を節約することができる。

2. 鉄塔-送電線系の自由振動解析

解析の対象とした鉄塔の一般図を図-1に、鉄塔-送電線系を図-2に示す。

2.1 解析上の仮定

鉄塔と送電線の動的相互作用を考える場合、一般に耐張形鉄塔の方が送電線からの動的作用を大きく受ける。本論では実際の場合とは異なるが、なるべく相互作用の影響を際立たせるために、送電系統中のすべての鉄塔を耐張形であると仮定した。送電線の各支持点のレベルは一般に等しくはないが、簡単のためこれらはすべて同一レベルにあると仮定した。また各鉄塔は同一直線上に配置されていると仮定した。振動方向は送電線を含む鉛直面内水平方向である場合のみを考えた。鉄塔のねじれの影響は小さいとすれば、鉄塔-送電線系の振動解析には系の対称性を考えてその片側半分のみを解析の対象とすればよい。各送電線の支持点においては、送電線の水平方向の動的張力のみを考慮することにし、鉛直方向のその影響は前者に比べて小さいと考慮してこれを無視した。

2.2 振動方程式及び固有値解析法

図-2から鉄塔 i を取り出して図-3に示す。同図を参照すれば、鉄塔 i に対する振動方程式は次のように書ける。

$$\tilde{M}_B^i \ddot{y}_B^i + \tilde{K}_B^i y_B^i = \tau_H^{(i+1)l} - \tau_H^{(i)r} \quad (1)$$

ここに、 $\tilde{M}_B^i, \tilde{K}_B^i$ は鉄塔 i に対してサブストラクチャー法を適用することによって得られた鉄塔 i の縮約された質量及び剛性マトリクスであり、 y_B^i は鉄塔 i の境界節点の変位ベクトルである。 $\tau_H^{(i+1)l}, \tau_H^{(i)r}$ はそれぞれ送電線の第 $(i+1)$ スパンにおける左側支点の動的水平張力及び第 (i) スパンの右側支点の動的張力を表わす列ベクトルである。さて、図-2に示すような鉄塔-送電線系が非減衰自由振動をしている場合を考える。式(1)において $\ddot{y}_B^i = \ddot{Y}_B^i e^{i\omega t}$, $\tau_H^{(i+1)l} = \tau_H^{(i+1)l} e^{i\omega t}$, $\tau_H^{(i)r} = \tau_H^{(i)r} e^{i\omega t}$ において時間項を消去し、さらに送電線の水平張力が次式のように表わせることを考慮すれ

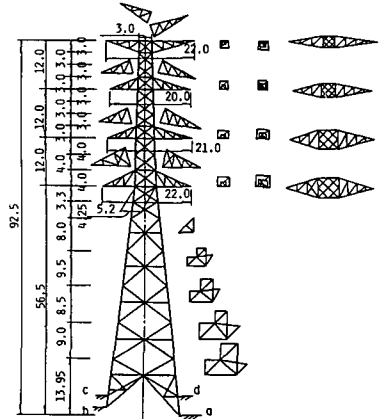


図-1 送電鉄塔

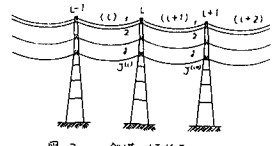


図-2 鉄塔-送電線系

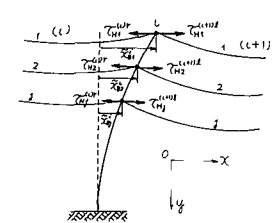


図-3 鉄塔i

$$\text{ば } \underline{\tilde{Y}}_B^{(i+1)2} = -\underline{C}_H^{(i+1)m} \underline{\tilde{Y}}_B^i + \underline{C}_H^{(i+1)f} \underline{\tilde{Y}}_B^{i+1}, \quad \underline{\tilde{Y}}_B^{(i)1} = -\underline{C}_H^{(i)f} \underline{\tilde{Y}}_B^{i-1} + \underline{C}_H^{(i)m} \underline{\tilde{Y}}_B^i \quad \text{----- (2)}$$

$$\text{式(1)は, } (\underline{\tilde{K}}_B^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_B^i) \underline{\tilde{Y}}_B^i = \underline{C}_H^{(i)m} \underline{\tilde{Y}}_B^{i-1} - (\underline{C}_H^{(i)m} + \underline{C}_H^{(i+1)m}) \underline{\tilde{Y}}_B^i + \underline{C}_H^{(i+1)f} \underline{\tilde{Y}}_B^{i+1} \quad \text{----- (3)}$$

となる。ここに、 $\underline{C}_H^{(i)f}$ 、 $\underline{C}_H^{(i)m}$ はそれぞれ送電線に対してその一端を固定し、他端に単位振幅の水平変位を与えたときの送電線の固定端及び強制変位端におけるねじり定数を対角要素として有する対角マトリクスである。

鉄塔-送電線系の固有振動数及び振動形を求めるには式(3)において $i = 1, 2, \dots, M_T$ (M_T : 鉄塔群の総数)として得られる固有値問題方程式を解けばよいが、同式右辺の $\underline{C}_H^{(i)m}$ 、 $\underline{C}_H^{(i+1)f}$ 中に円振動数 ω が含まれているので、式(3)を用いて系の固有振動数を求めるには ω に関する繰返し計算が必要になる。鉄塔群の本数が多いときには未知変数の個数が多くなり、繰返し計算に非常に多くの時間を必要とする。本論では、次のような考え方に従って方程式の未知変数を削減し、計算時間の短縮を計った。すなわち、式(3)における境界節点の変位ベクトル $\underline{\tilde{Y}}_B^i$ の要素を、送電線からの張力が働いている要素からなる変位ベクトル $\underline{\tilde{Y}}_{BC}^i$ とそうでない要素からなる変位ベクトル $\underline{\tilde{Y}}_{BO}^i$ とに分離して表わす。

$$\left[\begin{array}{cc} \underline{\tilde{K}}_{BCC}^i & \underline{\tilde{K}}_{BCO}^i \\ \underline{\tilde{K}}_{BOC}^i & \underline{\tilde{K}}_{BOO}^i \end{array} \right] - \omega^2 \left[\begin{array}{cc} \underline{\tilde{M}}_{BCC}^i & \underline{\tilde{M}}_{BCO}^i \\ \underline{\tilde{M}}_{BOC}^i & \underline{\tilde{M}}_{BOO}^i \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i \\ \underline{\tilde{Y}}_{BO}^i \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \underline{C}_{HC}^{(i)m} - (\underline{C}_{HC}^{(i)m} + \underline{C}_{HC}^{(i+1)m}) & \underline{C}_{HC}^{(i+1)f} \\ \underline{0} & \underline{0} \end{array} \right] \underline{C}_{HC}^{(i+1)f} \left\{ \begin{array}{c} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i-1} \\ \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i \\ \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i+1} \end{array} \right\}$$

$$\text{上式を展開し、} \underline{\tilde{Y}}_{BO}^i \text{を消去す} \left[\begin{array}{cc} \underline{\tilde{K}}_{BCC}^i & \underline{\tilde{K}}_{BCO}^i \\ \underline{\tilde{K}}_{BOC}^i & \underline{\tilde{K}}_{BOO}^i \end{array} \right] - \omega^2 \left[\begin{array}{cc} \underline{\tilde{M}}_{BCC}^i & \underline{\tilde{M}}_{BCO}^i \\ \underline{\tilde{M}}_{BOC}^i & \underline{\tilde{M}}_{BOO}^i \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i \\ \underline{\tilde{Y}}_{BO}^i \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \underline{C}_{HC}^{(i)m} - (\underline{C}_{HC}^{(i)m} + \underline{C}_{HC}^{(i+1)m}) & \underline{C}_{HC}^{(i+1)f} \\ \underline{0} & \underline{0} \end{array} \right] \underline{C}_{HC}^{(i+1)f} \left\{ \begin{array}{c} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i-1} \\ \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i \\ \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i+1} \end{array} \right\}$$

$$\text{れば結局 } -\underline{C}_{HC}^{(i)f} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i-1} + (\underline{\mathcal{R}}_{BCC}^i + \underline{C}_{HC}^{(i)m} + \underline{C}_{HC}^{(i+1)m}) \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i - \underline{C}_{HC}^{(i+1)f} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i+1} = \underline{0} \quad \text{----- (5)}$$

$$\text{を得る。ここに、} \underline{\mathcal{R}}_{BCC}^i = \underline{\tilde{K}}_{BCC}^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_{BCC}^i - (\underline{\tilde{K}}_{BCO}^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_{BCO}^i) (\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_{BOO}^i)^{-1} (\underline{\tilde{K}}_{BOC}^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_{BOC}^i) \quad \text{----- (4)}$$

式(5)において $i = 1, 2, \dots, M_T$ とすれば、鉄塔-送電線系に対する固有値問題方程式が得られる。このときの未知変数の個数は、送電線の水平張力が作用する節点数 \times 鉄塔本数となる。

式(5)は $\underline{\tilde{Y}}_{BC}^i$ の係数に含まれている $\underline{\mathcal{R}}_{BCC}^i$ のために、それは標準的な固有値問題方程式の形 ($K T = \omega^2 M Y$)をしていない。そこで次のような手続によって式(5)を標準形に変換した。すなわち、 $\underline{\mathcal{R}}_{BCC}^i$ 中の $(\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_{BOO}^i)^{-1}$ を ω について展開し、その2次以上の項を省略して得た式を用いれば $\underline{\mathcal{R}}_{BCC}^i$ は次式のように書き表わすことができる。

$$\underline{\mathcal{R}}_{BCC}^i = \underline{\tilde{K}}_{BCC}^i - \omega^2 \underline{\tilde{M}}_{BCC}^i - \underline{\tilde{K}}_{BCO}^i (\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i)^{-1} \underline{\tilde{K}}_{BOC}^i \quad \text{----- (6)}$$

$$\text{ここに、} \underline{\tilde{K}}_B^i = \underline{\tilde{K}}_{BCC}^i - \underline{\tilde{K}}_{BCO}^i (\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i)^{-1} \underline{\tilde{K}}_{BOC}^i, \quad \underline{\tilde{M}}_B^i = \underline{\tilde{M}}_{BCC}^i + \underline{\tilde{K}}_{BCO}^i (\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i)^{-1} \underline{\tilde{M}}_{BOO}^i (\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i)^{-1} \underline{\tilde{K}}_{BOC}^i - \underline{\tilde{K}}_{BCO}^i (\underline{\tilde{K}}_{BOO}^i)^{-1} \underline{\tilde{M}}_{BOC}^i$$

$$\text{したがって式(5)は } -\underline{C}_{HC}^{(i)f} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i-1} + (\underline{\tilde{K}}_B^i + \underline{C}_{HC}^{(i)m} + \underline{C}_{HC}^{(i+1)m}) \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i - \underline{C}_{HC}^{(i+1)f} \underline{\tilde{Y}}_{BC}^{i+1} = \omega^2 \underline{\tilde{M}}_B^i \underline{\tilde{Y}}_{BC}^i \quad \text{----- (7)}$$

さて、鉄塔-送電線系の固有振動数を求めるには、式(7)の固有値問題方程式を解けばよいが、既に述べたように、同式中の $\underline{\tilde{Y}}_{BC}^i$ の係数行列である $\underline{C}_{HC}^{(i)m}$ 、 $\underline{C}_{HC}^{(i)f}$ は ω の関数になっているので、式(7)に直ちに標準的な固有値問題の解法を適用することができない。そこで本論では式(7)を解くのに、適当に ω を仮定して $\underline{C}_{HC}^{(i)m}$ 、 $\underline{C}_{HC}^{(i)f}$ を定めた後、式(7)を用いて固有円振動数を算出し、得られた ω の値 ω^* を縦軸にとり、先に仮定した ω の値を横軸にとって図上にプロットする。このようにして描かれた ω^* の曲線が直線 $\omega^* = \omega$ と交る点がある固有円振動数を与えることになる。

2.3 数値計算結果及び考察 本論では鉄塔と送電線に対して2.1で述べたような仮定をもうけて、その理論上及び計算上の取扱いが簡単になるようにした。このような仮定の中には実際の鉄塔-送電線系に対して必ずしもそのままの形では成立しないものも含まれているが、鉄塔と送電線の動的相互作用の本質的な側面を明らかにするという目的のためには、それは大きな欠点にはならないものと考えられる。鉄塔-送電線系の動的相互作用を解明するためのモデル化に関しては、さらにもう一つの問題点がある。それは一連の鉄塔-送電線系は多くの鉄塔と送電線を含んで非常に長く連続しているため、今その中の一基の鉄塔の振動特性に及ぼす送電線及び隣接鉄塔の影響を明らかにするためには、当該鉄塔の前後どれ位までの範囲に存在する鉄塔を考慮すればよいかという問題である。数値計算によってこの問題を解決するためには非常に多くのケーススタディを必要とするので、その計算量は膨大なものとなり、実際上それは実行不可能である。そこで本論では以下に示すような比較的小さな規模の鉄塔-送電線系を選んで、主としてその中央鉄塔に対して周辺鉄塔及び送電線群が及ぼす動的相互作用を明らかにすることによって、送電鉄塔の耐震性を考える上での基礎的資料を得ることにした。

鉄塔-送電線系のモデルとして、図-4に示すような3種類のモデルを選んだ。以後これをそれぞれ CASE1,

CASE 2, CASE 3 と呼ぶことにする。

実際の鉄塔-送電線系においては、各鉄塔の諸元、鉄塔間の送電線のスパン長、サグなどの諸元及び導体数などは与えられるが、本解析例ではこれらの諸元を種々変えた多くの組合せに対して数値計算を行わねばならない。

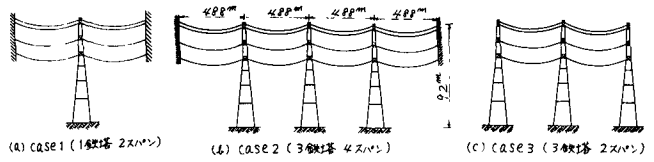


図-4 鉄塔-送電線系モデル

しかし、これらすべての条件をいろいろ変えた場合についていちいち数値計算を行うことは非常に煩雑であるので、本論では (i) 鉄塔群はすべて同一規格のものから構成されている (図-7 参照) (ii) 送電線のスパン長はすべて等しい (iii) 送電線を構成する各導体はすべて同一規格のものである場合について数値計算を行った。

図-4 に示した CASE 1~3 に対して、2.2 で述べた理論式を用いて数値計算を行い、それぞれの場合について固有振動数、振動形、応力の振動形を求めた。ここでは CASE 2 の場合の結果の一部のみを示す。CASE 2 の場合の固有値問題方程式は式(7) から次式のように表わせる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{K}_B + 2_B C_{HC}^m & -C_{HC}^f & 0 \\ -C_{HC}^f & \tilde{K}_B + 2_B C_{HC}^m & -C_{HC}^f \\ 0 & -C_{HC}^f & \tilde{K}_B + 2_B C_{HC}^m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{Y}_{BC}^1 \\ \tilde{Y}_{BC}^2 \\ \tilde{Y}_{BC}^3 \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} \tilde{M}_B & 0 \\ 0 & \tilde{M}_B \\ 0 & \tilde{M}_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{Y}_{BC}^1 \\ \tilde{Y}_{BC}^2 \\ \tilde{Y}_{BC}^3 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

上式を前述の方法に従って解くと、図-5 に示すような系の固有振動数を定めるための図が得られる。これより CASE 2 の場合の固有振動数が定まる。結果を表-1 に示す。

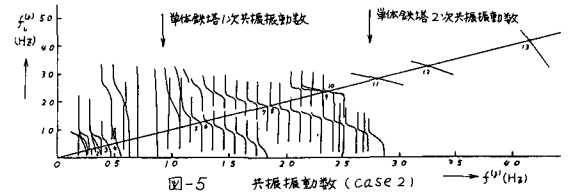


図-5 共振振動数 (CASE 2)

振動次数 NO	固有振動数 (Hz)	固有周期 (s)	変位係数	鉄塔振動形
1	0.324715	3.07862	0.03590	1次塔形
2	0.357832	2.79445	0	〃 (対称)
3	0.445895	2.24258	0.29629	1/2次塔形
4	0.515760	1.93911	0.46532	〃
5	1.23968	0.806660	0.44084	〃
6	1.28517	0.778107	0.73734	〃
7	1.85688	0.542181	0	2次塔形
8	1.85434	0.539273	0	〃 (対称)
9	2.35371	0.424881	0.23308	1/2次塔形
10	2.37655	0.420824	0.47575	2次塔形
11	2.78450	0.358131	0	〃 (対称)
12	2.23307	0.309304	0.12874	2次塔形
13	4.13231	0.241960	0.20795	3/2次塔形

表-1 固有振動数・変位係数 (CASE 2)

また、振動形の一列を図-6 に示した。

以下に述べる理由から、ここに示した振動次数は理論的に厳密な意味でのそれを示していないことを注意しておく。すなわち、図-5 から与系の固有振動数は理論的には表-1

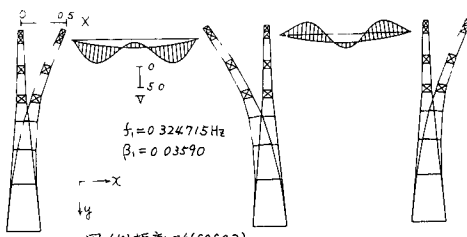


図-6(a) 振動形 (CASE 2)

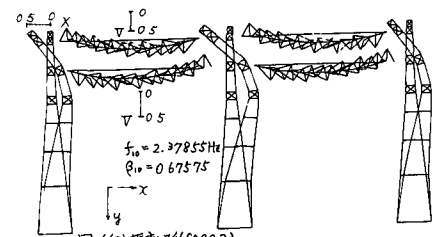


図-6(c) 振動形 (CASE 2)

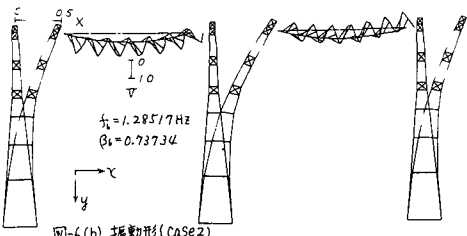


図-6(b) 振動形 (CASE 2)

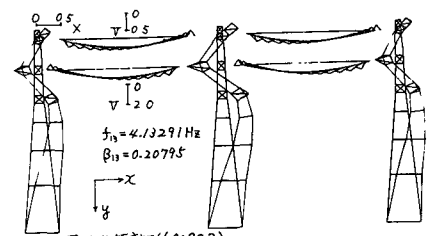


図-6(d) 振動形 (CASE 2)

に示したものの他に多数存在していることは明らかであるが、本論では同図において $f_t^{(i)}$ 曲線が非常に急激に変化している部分における与系の固有振動数については、これを採用しなかった。その理由は、そのような場合における固有振動数は送電線の共振振動数にきわめて近い値であり、鉄塔の振動形は送電線のそれに比べてその大きさが非常に小さいこと、また与系が不規則な入力地震動を受けたときの応答を求めるに際して、上記の共振振動数を中心としたピークの振動数幅が非常に狭いことを考慮すると、いま問題にしている共振振動数における振動成分はほとんど成長しないので、このような場合に対する与系の共振振動数についてはこれを無視しても実用

上全く差支えがないと思われるからである。なお、図-6においては、振動形の縮尺は鉄塔と送電線とはそれぞれ異なっている。また、送電線については中央の鉄塔に結合している一番上と二番目の電力線の振動形のみを示した。表-1に示した刺激係数から判断するとCASE2の場合は $f_0 = 1.285/7 \text{ Hz}$ が与系の代表的な1次振動であるとみてもよさそうである。これを単体鉄塔の場合の1次の固有振動数 $f_1 = 0.89/12 \text{ Hz}$ と比べるとCASE2の場合の方がその値が大きい。このことからCASE2の場合には1次振動に対しては送電線のばね作用の方が質量作用に比べてより大きいということが出来る。

3. 鉄塔-送電線系の地震応答解析

単体鉄塔及び鉄塔-送電線系(CASE1~3)に対して振動形解析法を用いてその地震応答(変位応答, 加速度応答, 部材力応答)を求めた。入力地震波は送電線に平行方向(X方向)に入射とした。また、地震応答計算には応答スペクトル法を利用した。地震応答解析によって得られた結果に関しては、主として鉄塔-送電線系(CASE1~3)における中央鉄塔の応答値と単体鉄塔の応答値とを比較することによって、送電線との動的相互作用が当該鉄塔に及ぼす影響を明らかにし、2, 3の考察を行った。

3.1 振動方程式 固有振動数と振動形とを既知として、鉄塔-送電線系の運動エネルギー K と一般力 Q_R とを求め、これらをLagrangeの運動方程式に代入することによって振動方程式を導く。鉄塔-送電線系の運動エネルギーは

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \dot{\Psi}^T (\tilde{r}_0^i)^T \tilde{M}_0^i \tilde{r}_0^i \dot{\Psi} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \int_0^{S_j^{(i)}} \gamma_j^{(i)\omega} \{ [U_j^{(i)\omega} \dot{\Psi}]^2 + [V_j^{(i)\omega} \dot{\Psi}]^2 \} ds \quad (9)$$

と書ける。右辺第1項が鉄塔群の、第2項が送電線の運動エネルギーを表わす。上式において、 Ψ は基準座標ベクトル、 \tilde{r}_0^i は鉄塔 i の振動形マトリクス、 $\gamma_j^{(i)\omega}$ 、 $U_j^{(i)\omega}$ 、 $V_j^{(i)\omega}$ はそれぞれ第 (i) スパン中第 j 番目の送電線の単位長さ当り質量及び動的水平並びに鉛直変位ベクトルである。 $J^{(i)}$ 、 $S_j^{(i)}$ は (i) スパン中の送電線の本数及び第 j 番目の送電線の長さ、 S は送電線に沿ってとられた座標、 M_0 は送電線の全スパン数である。つぎに、図-2に示す鉄塔-送電線系に対して、各鉄塔の基盤から同一の位相をもった地震波 $\phi(t)$ が、送電線に平行方向に入射する場合の与系の第 R 次の一般力は次式のように表わすことができる。

$$Q_R = -\phi \sum_{i=1}^M (\tilde{r}_{0R}^i)^T \tilde{M}_0^i \mathbf{I}_R^i - \phi \sum_{j=1}^M \int_0^{S_j^{(i)}} \gamma_j^{(i)\omega} U_{jR}^{(i)\omega} ds \quad (10)$$

ここに、 \mathbf{I}_R^i は単位マトリクスである。式(9)、(10)をLagrangeの運動方程式に代入し、速度に比例する減衰項を考慮すれば、鉄塔-送電線系の運動方程式が次式のように得られる。

$$\ddot{\Psi}_R + 2\beta_R \dot{\Psi}_R + \gamma_R \Psi_R = -\beta_R \ddot{\phi} \quad (11)$$

$$\beta_R = \frac{\sum_{i=1}^M (\tilde{r}_{0R}^i)^T \tilde{M}_0^i \mathbf{I}_R^i + \sum_{j=1}^M \int_0^{S_j^{(i)}} \gamma_j^{(i)\omega} U_{jR}^{(i)\omega} ds}{\sum_{i=1}^M (\tilde{r}_{0R}^i)^T \tilde{M}_0^i \tilde{r}_{0R}^i + \sum_{j=1}^M \int_0^{S_j^{(i)}} \gamma_j^{(i)\omega} \{ [U_{jR}^{(i)\omega}]^2 + [V_{jR}^{(i)\omega}]^2 \} ds} \quad (12)$$

入力地震波 ϕ が与えられれば、式(11)の微分方程式を解くことによって、刻々の基準座標 Ψ_R を求めることができるので $\tilde{y}_0^i = \tilde{r}_0^i \Psi$ 及び $u_j^{(i)} = U_j^{(i)} \Psi$ 、 $v_j^{(i)} = V_j^{(i)} \Psi$ によってそれぞれ鉄塔並びに送電線の時刻歴応答が得られることになる。本論では応答スペクトル法を用いてCASE1~3の場合に対して中央鉄塔の最大地震応答を求めた。計算には新耐震設計法(案)(建設省土木研究所, 昭和52年)中の加速度応答スペクトルを用いた。得られた結果の一部を図-7~9に示す。単体鉄塔に対する最大地震応答値に比べるとCASE1~3の場合の方がいずれも単体鉄塔の場合よりは小さい応答値が得られた。

(1)小坪・高西・鳥野・園田：超高送電鉄塔の動的試験とその耐震性に関する検討，土木学会論文集 NO.333, 1983.5.

