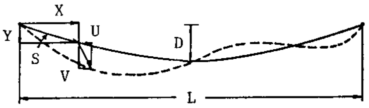
(50) 地震による架線の動的付加張力の成長

九州大学　正会員　小坪 清真
九州工業大学正会員　高西 照彦
九州大学　学生員　○井嶋 克志

1. まえがき

近年、大都市の電力需要の増加により、遠隔地からの電力供給のため各地に超高電圧送電鉄塔が建設されている。この種の鉄塔は従来の鉄塔に比べ塔高が高いとともに、鉄塔間の距離も長く、高電圧の電流を送電するため架線には多導体が使用され、絶縁間隔増大のため腕金および碍子には大きいものが使用されている。一方、従来の鉄塔の設計には、風荷重が支配的であるとされ、風荷重に関しては詳細な規定がなされているが、地震荷重に関しては静力学的な震度法が用いられているのみであり[1]、上記のような超高電圧送電鉄塔の耐震性に関する検討は不十分であると思われる。

この種の鉄塔の耐震設計を考える上で、これまで著者らが行なってきた実在鉄塔の振動試験の結果から、架線および碍子の振動を考慮した鉄塔－架線系の振動特性を明らかにする必要があることがわかった。この鉄塔－架線系の振動特性解析に関する研究について発表されたものは少なく、そのほとんどの研究が架線および鉄塔を多質点モデルに置換し解析を行なっている。しかし、この方法は架線の細かな分割が必要であり、自由度が非常に多くなり実用的でない。したがって、架線を鉄塔に対するばねと考え、そのばね定数の振動数特性を架線を連続体とした解析理論から求め、鉄塔群をこのばねで連結したものとして解析する方法が考えられる。本研究は鉄塔－架線の振動特性解析の第1段階として、まず、架線模型実験により検証が得られた解析理論を用いて、実在架線の厳密なばね定数の振動数特性を求めた。その結果、架線の共振点は数多く存在するので、ばね定数の振動数特性は複雑であり、特性曲線の幅の広いピークや幅の狭いピークが存在することがわかった。つぎに、架線の一端が地震によるランダム波を受けた場合の架線の動的付加張力の成長を求めたところ、動的付加張力には幅の広いピークを示すモードのみが影響し、幅の狭いピークを示すモードはほとんど影響しないことがわかり、ばね定数の振動数特性計算の簡略化ができた。



図－1 架線の座標系

2. 解析理論

解析は次の仮定のもとに行なった。1) 架線は完全可撓性とし、伸張性を考慮し、初期形状は懸垂曲線である。2) 実在架線において、架線両支持点のレベル差はスパンに比べ小さいのが多いため両支持点は同一レベルとする。3) 動的付加張力は初期張力を超える程大きくならず、線形の範囲内の微小振動である。4) 碍子は無視し、架線は一様である。

(1). 架線の自由振動解析　図－1の座標系のもとに無次元化を行ない、架線要素の鉛直面内振動における水平、鉛直方向の運動方程式および変位と歪の適合条件式から導かれる無次元接線方向付加張力は式(1)および式(2)で表わされる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{1}{\pi^2}\frac{\partial}{\partial s}\left[\left\{\frac{ds}{dx}+\nu^2\left(\frac{dx}{ds}\right)^2\right\}\frac{\partial u}{\partial s}+\nu^2\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\frac{\partial v}{\partial s}\right]\\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{1}{\pi^2}\frac{\partial}{\partial s}\left[\nu^2\frac{dx}{ds}\frac{dy}{ds}\frac{\partial u}{\partial s}+\left\{\frac{ds}{dx}+\nu^2\left(\frac{dy}{ds}\right)^2\right\}\frac{\partial v}{\partial s}\right]\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

$$\tau = \nu^2\left(\frac{dx}{ds}\frac{\partial u}{\partial s}+\frac{dy}{ds}\frac{\partial v}{\partial s}\right) \quad \text{—}\ (2)$$

ここに、$u=U/L$：無次元水平変位，$v=V/L$：無次元鉛直変位，$x=X/L$：無次元水平たわみ曲線，$y=Y/L$：無次元鉛直たわみ曲線，$\tau=T_d/H$：無次元接線方向付加張力，H：初期水平張力，$t=\Omega_0 T$：無次元時間，Ω_0：Hの張力で張られた長さLの弦の1次の固有円振動数，$\nu=\sqrt{EA/H}$：架線の縦波・横波の伝播速度比，EA：架線の伸び剛性，$s=S/L$：架線に沿う無次元距離である。式(1)の解として両端固定の境界条件のもとに式(3)を仮定する。

$$\left.\begin{aligned} u(t,s) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\frac{n\pi s}{\bar{s}} \exp(i\omega t) = \bar{u}(s)\exp(i\omega t) \\ v(t,s) &= \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\frac{n\pi s}{\bar{s}} \exp(i\omega t) = \bar{v}(s)\exp(i\omega t) \end{aligned}\right\} (3)$$

ここに、i：虚数単位，$\bar{s}$：スパンLで無次元化した架線長，$\omega=\Omega/\Omega_0$：無次元円振動数である。式(3)を式(1)に代入し、時

$$\left.\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} P^1_{mn} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} P^2_{mn} b_n - \omega^2 a_m = 0 \\ \sum_{n=1}^{\infty} P^2_{mn} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} P^3_{mn} b_n - \omega^2 b_m = 0 \end{aligned}\right\} (4)$$

間関数を分離し、Galerkin 法を用いることにより第m行目の式は式(4)で表わされる。

ここに、$P^1_{mn} \sim P^3_{mn}$はGalerkin 法による積分項であり、右肩の1～3は添字である。式(4)を固有値解析することにより、j次の無次元固有円振動数ω_j、変位モード$\bar{u}_j(s)$，$\bar{v}_j(s)$が得られる。この変位モードを式(2)に代入して無次元付加張力モードを求めることも可能であるが、収束性がはなはだ悪い。したがって、式(3)を式(1)の慣性項にのみ代入し、du/ds および dv/ds を求め、式(2)にそれらを代入することから求めた。無次元接線方向付加張力$\bar{\tau}_j(s)$ および初期水平張力で無次元化した水平方向付加張力$\bar{h}_j(s)$は次式で表わされる。

$$\bar{\tau}_j(s) = \frac{\nu^2\pi^2}{(ds/dx)(ds/dx+\nu^2)}\left[\mu_{j1} - \omega_j^2\int_0^s \bar{u}_j\,ds - \frac{dy}{ds}\left\{\mu_{j2} - \omega_j^2\int_0^s \bar{v}_j\,ds\right\}\right] \quad (5)$$

$$h_j(s) = \pi^2\left(\mu_{j1} - \omega_j^2\int_0^s \bar{u}_j\,ds\right) \quad (6)$$

ここに、μ_{j1}，μ_{j2}は式(1)について両端固定の境界条件から得られる積分定数である。

(2). 振動形解析法　図-1の右端にスパンLで無次元化した水平変位$\delta=\Delta/L$を与えたときの架線の無次元変位を式(7)のように仮定する。

$$\left.\begin{aligned} u(t,s) &= \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(t)\,\bar{u}_j(s) + \delta\, u_0(s) \\ v(t,s) &= \sum_{j=1}^{\infty} \varphi_j(t)\,\bar{v}_j(s) + \delta\, v_0(s) \end{aligned}\right\} (7)$$

ここに、φ_jはj次の基準座標、u_0およびv_0は架線右端の単位水平静変位による架線の水平および鉛直変位である。式(7)を式(1)に代入すると、φ_jに関する式(8)の微分方程式が得られる。

$$\ddot{\varphi}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{\varphi}_j + \omega_j^2\varphi_j = -\beta_j\ddot{\delta} \quad \text{―― (8)}$$

$$\beta_j = \frac{\int_0^{\bar{s}}(u_0\bar{u}_j + v_0\bar{v}_j)\,ds}{\int_0^{\bar{s}}(\bar{u}_j^{\,2} + \bar{v}_j^{\,2})\,ds} \quad \text{―― (9)}$$

ここに、・は無次元時間による微分を表わす。また、ξ_jは減衰定数，β_jは式(9)で表わされる刺激係数である。

$$\bar{\varphi}_j = \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2 \frac{\bar{\delta}\beta_j}{1-(\omega/\omega_j)^2 + 2i\xi_j(\omega/\omega_j)} \quad (10)$$

$$\left.\begin{aligned} k_f &= \frac{1}{\bar{\delta}}\sum_{j=1}^{\infty}\bar{\varphi}_j\,\bar{h}_j(0) + k_0 \\ k_e &= \frac{1}{\bar{\delta}}\sum_{j=1}^{\infty}\bar{\varphi}_j\,\bar{h}_j(\bar{s}) + k_0 \end{aligned}\right\} \text{―― (11)}$$

架線両端の無次元ばね定数($k=K/(H/L)$)は、$\delta=\bar{\delta}\times\exp(i\omega t)$なる無次元正弦波水平変位を式(8)に代入して得られる基準座標振幅値$\bar{\varphi}_j$（式(10)）を式(11)に代入することにより得られる。

ここに、k_0は静的な無次元ばね定数である。

$$h_f = \sum_{j=1}^{\infty}\varphi_j\,\bar{h}_j(0) + \delta k_0 \quad \text{―― (12)}$$

また、地震による架線の無次元水平付加張力の成長を求めるときは、式(8)から各次数についてのφ_jの時刻歴を求め、それらを式(12)に代入すればよい。

3、数値計算

南九州幹線の実在架線について数値計算を行なった。架線はスパン$L=488.0\,m$，サグ$D=28.9\,m$ ($D/L=0.06$)、単位長さ当り重量$\rho g=2.7\,kgf/m$，伸び剛性$EA=4.57\times10^6\,kgf$，初期水平張力$H=2.79\,tonf$ ($\nu=\sqrt{EA/H}=40.47$)、その初期張力による弦の基準円振動数は$\Omega_0=0.65\,rad/sec$であった。

(1). 架線のばね定数の振動数特性　図-2は架線の無次元ばね定数の振動数特性であり、図-3は架線の径間中央点の無次元水平変位、無次元鉛直変位の応答曲線（無次元強制変位の振幅値は$\bar{\delta}=\bar{\Delta}/L=2.0\times10^{-5}$）である。図-2および図-3 の横軸は無次元円振動数($\omega=\Omega/\Omega_0$)である。本計算において減衰定数は0とした。Galerkin法における使用級数項数は50項とし、振動形解析法における採用次数は45次まで用いた。

架線の共振点は図-3に示すように無次元鉛直変位および無次元水平変位の不連続点であり、数多く存在する。これらの共振点はほぼ無次元円振動数1.0刻みに存在することから、横波が優勢なモードでサグ比が小さい場合、弦の共振点とあまり変わらないことがわかる。また、架線の無次元ばね定数の振動数特性曲線は共振点でピーク

を持つが、一部を除いてほとんど特性曲線の幅の狭いピークであり、図-2ではこれらのピークを省略し、特性曲線の幅の広い明瞭なピークを描いた。無次元ばね定数は無次元円振動数が約9.0まで固定点側と強制変位点側で同位相であるとともに、ほぼ同じ値をとり、$\omega_a=5.99$ の点で顕著なピークがある。無次元ばね定数は $\omega=9.0$ から徐々に両支持点に差が現われ、$\omega_b=40.55$ で逆位相の大きなピークとなる。

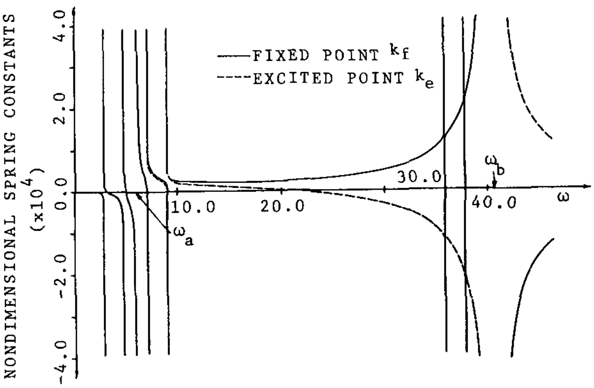


図-2 架線両端の無次元ばね定数の振動数特性

図-4には上記の顕著なピーク(ω_aおよびω_b)およびその前後の共振点における自由振動の変位モードおよび無次元接線方向付加張力モード(τ_{max}は$v_{max}=0.001$のときの値)を示す。ω_aは6次、ω_bは41次の無次元固有円振動数に対応する。無次元変位モードからわかるように前者は一方向に鉛直変位しており、後者は水平変位が非常に大きい。無次元付加張力モードはω_aおよびω_bに対応する点で大きい値となっており、前者は架線についてほぼ一様な値をとり、後者は両支持点で最大値であり、逆位相である。Irvineら[3]はケーブルの動的付加張力は一様であると仮定し、$\omega=(8D/\pi L)\sqrt{EA/H}=6.11$ の点で付加張力が大きくなると述べている。これはω_aの値とほぼ一致している。ω_bについては縦波と横波の伝播速度比が$\nu=40.47$であることより、純粋な縦波の共振点と考えられる。

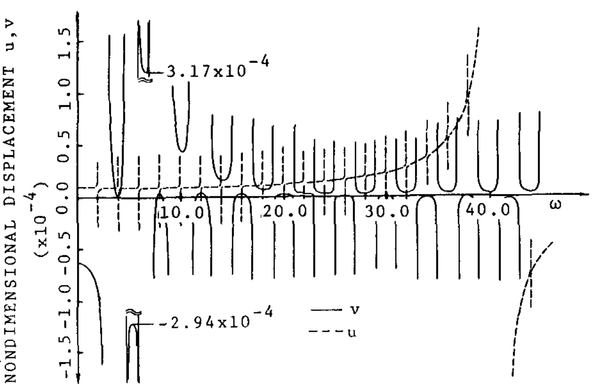


図-3 架線径間中央点の無次元変位の応答曲線

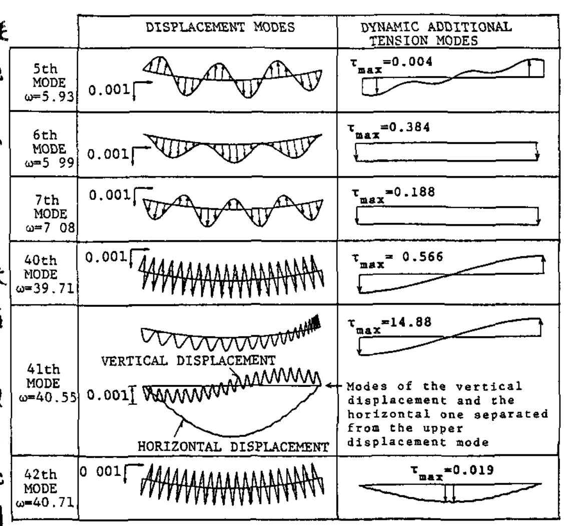


図-4 架線の変位モードおよび無次元付加張力モード

(2). 地震による架線の動的付加張力の成長　架線のばね定数の振動数特性曲線は数多くのピークを持ち、ω_aおよびω_bの共振点を除き、そのほとんどが特性曲線の幅の狭いピークである。地震波のようなランダム波が鉄塔を通して架線に伝わるとき、架線の動的付加張力はω_aおよびω_bのような顕著なピークを持つ共振点に支配され、特性曲線の幅の狭いピークの影響は小さいと思われる。したがって、実地震波が1質点系に置換した鉄塔を通して架線に伝わるとき、架線の動的付加張力の最大応答値を振動形解析法により95次まで全てのモードを用いた場合と、3つの顕著なピークを持つモード($\omega_a=5.99$, $\omega_b=40.55$ および縦波の2次の共振点に対応する $\omega_c=80.44$)のみを用いた場合とで求め、架線の動的付加張力の成長に対する各次のモードの影響を調べた。

入力地震波の加速度および変位を図-5(a),(b)に示し、加速度のパワースペクトルを図-6に示す。入力地震波は釧路地震波(1962.4.23)の強震記録を用い、川島ら[4]の方法により補正して求めた加速度および変位であ

る。補正した地震波の加速度および変位の最大値は216galおよび1.3cmである。この地震波による1質点系の応答加速度および変位を求め、一端が固定（不動）である架線の他端にこの応答加速度および変位が入力するものとする。1質点系の減衰定数は5%とし、その無次元固有円振動数（$\omega_T = \Omega_T/\Omega_0$）を$\omega_a$, ω_bおよび$\omega = 20.0$付近で変化させたとき、架線の固定点における無次元水平付加張力の絶対値の最大値および鉛直変位の絶対値の最大値を求めた。（図-7および図-8）架線の減衰定数は全てのモードに対して$\xi = 0$と$\xi = 1\%$の場合を計算した。両図における実線は95次までのモードを全て採用した解であり、点線はω_a, ω_bおよびω_cに対応するモードを採用した解である。図中においてはω_aおよびω_bの前後の架線の共振振動数に1質点系の共振振動数が一致した場合も含まれているが、その影響は僅かしか認められない。また、架線の無次元付加張力の最大応答値は実線と点線であまり差がないことから、ω_a, ω_bおよびω_cに対応するモードに支配されていることがわかる。したがって、架線両端の無次元ばね定数の振動数特性をこの3つのモードを用いて求めた。（図-9）図-9は図-2と比較すると、ω_aおよびω_b以外の特性曲線のピークを省略した図とほとんど等しく、ばね定数の振動数特性が複雑であった図-2を簡略にすることができた。

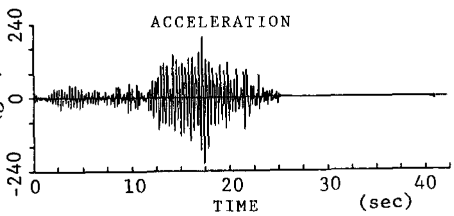


図-5 (a) 入力地震波の加速度

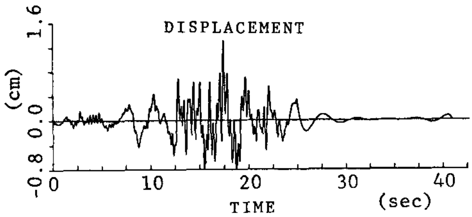


図-5 (b) 入力地震波の変位

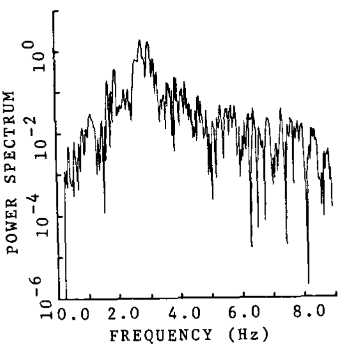


図-6 入力加速度のパワースペクトル

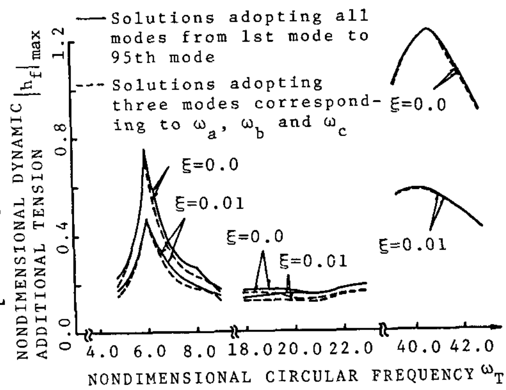


図-7 無次元水平付加張力の最大応答値

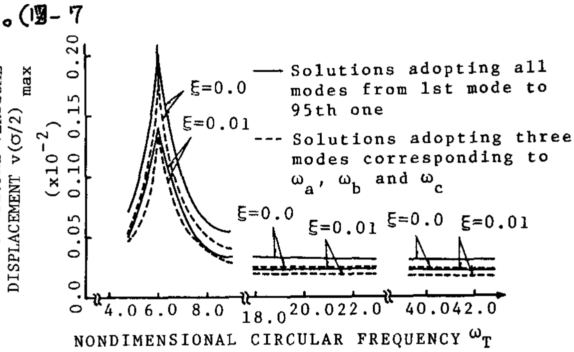


図-8 径間中央点の無次元鉛直変位の最大応答値

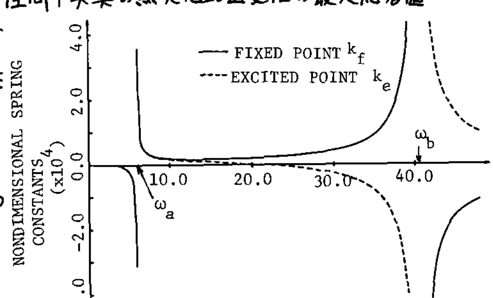


図-9 簡略化したばね定数の振動数特性

参考文献

1) 電気学会：送電用支持物設計標準 JEC-127-1979, 電気書院, 2) 山口宏樹・伊藤学：単一ケーブルの3次元線形自由振動, 土木学会論文報告集, 286号, (1979), 3) Irvine, H. M. and J. H. Griffin : On the dynamic response of a suspended cable, Earthquake Engineering and Structural Dynamic, Vol. 4, (1976), 4) 川島一彦・高木義和・相沢興：数値化精度を考慮したSMAC-B2型強震計記録の計器補正法および変位計算法, 土木学会論文報告集, 325号, (1982)