

# (17) 地震時の有限地盤ひずみの解析

建設省土木研究所 正員 川島一秀  
 " " ○田村敬一  
 " " 相沢 興

1はじめに

応答変位法に基づく地中構造物の耐震設計では、地震時に地盤に生じる変形を正しく評価することが重要である。従来、地盤ひずみのうち、鉛直面内のせん断ひずみに関しては、地中地震観測やせん断波の多重反射理論に基づく解析により詳細な検討が加えられてきているが、地中構造物の耐震設計上重要な水平面内の伸縮ひずみおよびせん断ひずみに関しては、実測資料が皆無であったこと等から、ほとんど研究されていないのが実情である。以上のような観点から、本小文は、土木研究所構内の三次元同時地震観測(図1)による記録をもとに、地震時の地盤ひずみを試算し、これと地盤の速度との関係とを求め、地盤ひずみの推定式を検討した結果について報告するものである。

2地盤ひずみの計算法

相速度記録から変位を求める方法としては、振動数領域でバンドパスフィルターをかけた2回数値積分を行う方法を用いた。すなわち、観測された相速度波形を $a(t)$ とすれば、そのフーリエ変換 $F_0(f)$ は、

$$F_0(f) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (1)$$

と求められる。これに強震計の特性によるフィルター $F_c(f)$ を見込めば、変位 $d(t)$ は次のように求められる。

$$d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(f)}{-4\pi^2 f^2} e^{i2\pi ft} df \quad (2)$$

ここで、

$$F(f) = F_0(f) \cdot F_c(f) \quad (3)$$

$$F_c(f) = \begin{cases} 0 & f < f_{el} \\ (f - f_{el}) / (f_{eu} - f_{el}) \cdot \exp\{\phi(f)\} / R(f) & f_{el} \leq f \leq f_{eu} \\ \exp\{\phi(f)\} / R(f) & f_{eu} < f < f_{ue} \\ (f_{ue} - f) / (f_{ue} - f_{eu}) \cdot \exp\{\phi(f)\} / R(f) & f_{ue} \leq f \leq f_{uu} \\ 0 & f_{uu} < f \end{cases} \quad (4)$$

式(4)において、 $f_{el}$ および $f_{eu}$ は、それぞれ低振動数側および高振動数側の遮断振動数であり、また、 $f_{el}$ および $f_{uu}$ は、それぞれ $f_{eu}$ および $f_{ue}$ に対応する補正フィルター倍率が0となる振動数である。また、 $R(f)$ および $\phi(f)$ は、それぞれ、強震計の振幅特性および位相特性を補正するための関数である。本解析では、大久保<sup>1)</sup>の解析と同様に、 $f_{eu} = 1/5 \text{ Hz}$ 、 $f_{el} = 1/6 \text{ Hz}$ 、 $f_{ue} = 20 \text{ Hz}$ 、 $f_{uu} = 2/1 \text{ Hz}$ とした。

式(2)により、時刻の同時柱区有する変位が求められれば、地盤中に生じたひずみを以下のように求めることができる。すなわち、いま、図2に示すように $x, y$ 座標系をとり、 $i-j-k-l-p$ の4点から構成される4面体を考え、4

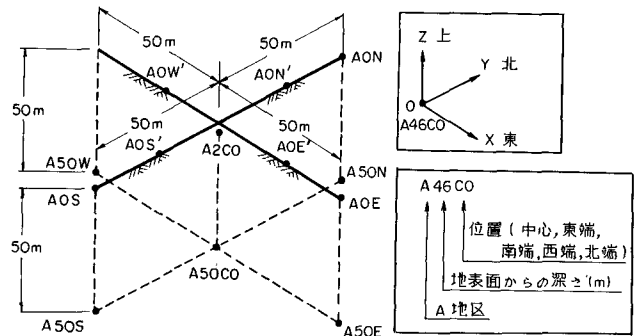


図1 土木研究所構内の三次元同時地震観測(A地区)

点の \$x, y, z\$ 方向の変位がそれぞれ与えられているとする。また、四面体内の変位 \$u(t), v(t), w(t)\$ を次式のように \$x, y, z\$ の 1 次関数で仮定する。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_5 \\ d_9 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d_2 & d_3 & d_4 \\ d_6 & d_7 & d_8 \\ d_{10} & d_{11} & d_{12} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (5)$$

\$d\_i\$ (\$i=1 \sim 12\$) は未定定数であるが、4 点の座標を与えらることにより定められることができ、式(5)は次のように変形される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \frac{1}{\delta V} \begin{Bmatrix} u_i & u_j & u_m & u_p \\ v_i & v_j & v_m & v_p \\ w_i & w_j & w_m & w_p \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d_i + b_i x + c_i y + d_i z \\ d_i + b_i x + c_i y + d_i z \\ d_m + b_m x + c_m y + d_m z \\ d_p + b_p x + c_p y + d_p z \end{Bmatrix}$$

ここで、\$x\_k, y\_k, z\_k\$ は、\$k\$ 点の \$x, y, z\$ 座標 (\$k=i, j, m, p\$) であり、\$d\_i, b\_i, c\_i, d\_i\$ は次式で与えられる。

$$d_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_m & y_m & z_m \\ x_p & y_p & z_p \end{vmatrix} \quad b_i = - \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_m & z_m \\ 1 & y_p & z_p \end{vmatrix} \quad c_i = - \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_m & 1 & z_m \\ x_p & 1 & z_p \end{vmatrix} \quad d_i = - \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_m & y_m & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix} \quad (7)$$

他の定数 \$d\_k, b\_k, c\_k, d\_k\$ (\$k=j, m, p\$) は、\$j, m, p\$ の順に添字を变化させることにより求められる。

$$\delta V = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i & z_i \\ 1 & x_j & y_j & z_j \\ 1 & x_m & y_m & z_m \\ 1 & x_p & y_p & z_p \end{vmatrix} \quad (8)$$

いま、地盤のひずみ \$\{E\}\$ を次のように定義すると、

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial w / \partial z \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \\ \partial v / \partial z + \partial w / \partial y \\ \partial w / \partial x + \partial u / \partial z \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式(6)を代入することにより、\$\{E\}\$ は次式で与えられる。

$$\{E\} = [B] \{\delta\} = [B_i \ B_j \ B_m \ B_p] \{\delta\} \quad (10)$$

ここで、

$$[B_k] = \frac{1}{\delta V} \begin{Bmatrix} b_k & 0 & 0 \\ 0 & c_k & 0 \\ 0 & 0 & d_k \\ c_k & b_k & 0 \\ 0 & d_k & c_k \\ d_k & 0 & b_k \end{Bmatrix} \quad (k=i, j, m, p) \quad (11)$$

$$\{\delta\} = \{\delta_i, \delta_j, \delta_m, \delta_p\}^T \quad (12)$$

$$\{\delta_k\} = \{u_k(t), v_k(t), w_k(t)\}^T \quad (k=i, j, m, p) \quad (13)$$

\$T=t\$ のとき、\$u\_k(t), v\_k(t), w\_k(t)\$ は、それぞれ、\$k\$ 点 (\$k=i, j, m, p\$) における \$x, y, z\$ 方向の変位である。

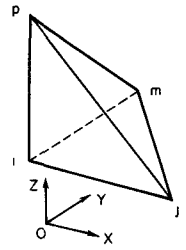


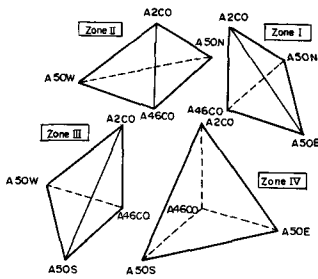
図2 座標軸と4観測点から構成される四面体の定義 (6)

### 3 地盤ひずみの試算

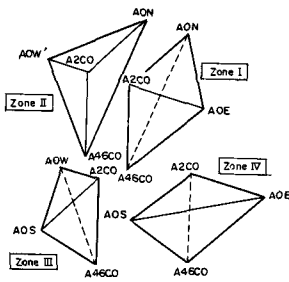
以上の手法により、土木研究所構内の三次元同時地震観測記録をもとに、地震時に地盤に生じるひずみを計算した。計算に用いた記録は、昭和54年7月以後現在までに得られている合計28記録であり、表1に示すように、マグニチュード6以上の比較的規模の大きい地震による記録も6例含まれている。地盤ひずみは、地表面下50m付近のひずみ（下部ひずみ）と地表面付近のひずみ（上部ひずみ）の2種類に分けて計算した。下部ひずみの計算においては、図3(a)に示すように、A2CO, A46CO, A5ON, A5OS, A5OE, A5OWの6点をもとに4個の四面体を想定した。上部ひずみの計算においても同様、図3(b)に示す4個の四面体を想定した。このようにして求めた地盤ひずみの一例としてEQ-13の場合について、A2CO, AOE, AON, A46COの4点から計算された上部ひずみ $\{E\}$ の波形と、このもととなった相速度記録の一例として、A2COの波形を、それぞれ、図4および図5に示す。これによれば、地盤ひずみの最大値は、東西方向および南北方向の伸縮ひずみ（それぞれ、 $E_x, E_y$ ）には、 $27.2 \times 10^{-6}$ 、 $15.4 \times 10^{-6}$ であり、また、水平面内のせん断ひずみ $\gamma_{xy}$ は $46.4 \times 10^{-6}$ である。これらの値は、必ずしも大きなものではないが、最大加速度の図5に示すように40gal程度の小さい記録に相当するひずみ値であること、また、地形・地盤条件の変化の少ない土木研究所構内のひずみであることに注意しなければならない。

### 4 地盤ひずみと速度の関係

地盤ひずみと地盤の応答との関係を検討するために、いま、座標軸 $x$ に沿って、波動が速度 $V$ で伝播するものと仮定する。波動の変位振幅を $d(t, x)$ と表わせば、時間微分と空間



(a) 下部ひずみ計算に用いた4面体



(b) 上部ひずみ計算に用いた4面体

図3 地盤ひずみ計算用の4面体

表1 観測記録例（マグニチュード6以上）

記録No	発生日月日	震源	震源距離 (K.M)	M	深さ (K.M)
EQ-10	1980.6.29	伊豆半島東方沖	163	6.7	10
EQ-11	1980.9.24	茨城県南西部	42	6.0	60
EQ-13	1980.9.25	千葉県中部	>1	6.1	70
EQ-16	1981.9.2	茨城県沖	99	6.0	40
EQ-22	1982.7.23	茨城県沖	168	7.0	30
EQ-28	1983.2.27	茨城県南部	17	6.3	50

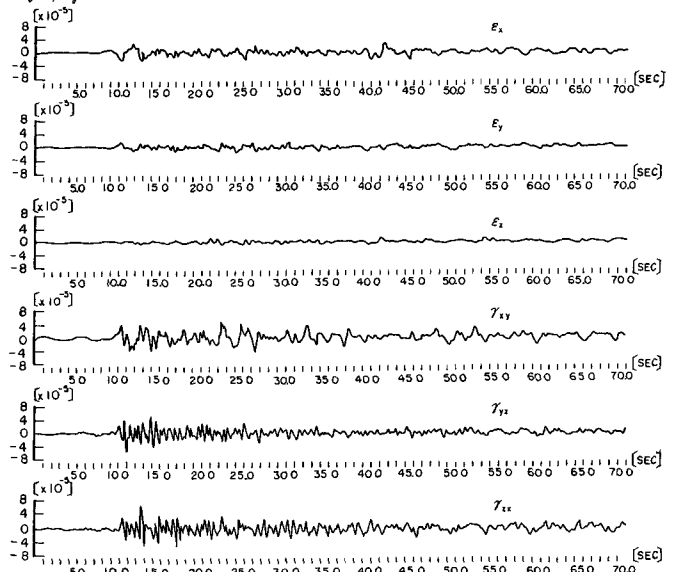


図4 上部ひずみの試算例（EQ-13）

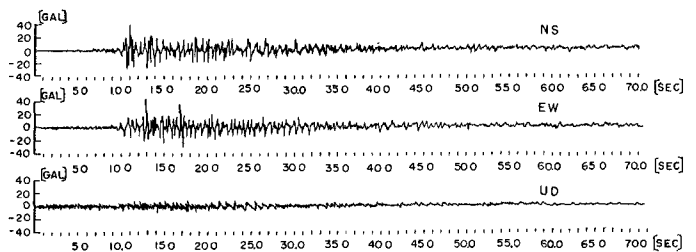


図5 図4のもととなるA2CO地点の加速度波形(EQ-13)

微分の互換性により、

$$\epsilon_x = \frac{\partial d}{\partial x} = -\frac{1}{V} \frac{\partial d}{\partial t} = -\frac{v}{V} \quad (14)$$

となり、ひずみ $\epsilon_x$ と速度 $v$ が比例することになる。同様の関係は、他のひずみ成分についても成り立つ。本解析では、ひずみとしては、下部ひずみ、上部ひずみの各々に対して、図3に示す4個の4面体におけるひずみの最大値を平均した値を用いた。また、速度としては、下部ひずみの場合にはA460点における最大速度、上部ひずみの場合にはA200点における速度を代表させるものとして、最大ひずみと最大速度との関係を探求めた。ただし、ここでは、紙面の都合上、下部ひずみに対する結果を図6に示す。下部ひずみについて、最小二乗法により、最大速度と最大ひずみとの関係を探求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= 16.7 \times v^{0.475} \times 10^{-6} \quad (v = v_{EW}^{A460}) \\ \epsilon_y &= 16.2 \times v^{0.564} \times 10^{-6} \quad (v = v_{NS}^{A460}) \\ \delta\epsilon_y &= 20.5 \times v^{0.351} \times 10^{-6} \quad (v = \frac{v_{EW}^{A460} + v_{NS}^{A460}}{2}) \end{aligned} \quad (15)$$

同様に、上部ひずみに対しては、次のような関係が得られる。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= 21.3 \times v^{0.265} \times 10^{-6} \quad (v = v_{EW}^{A200}) \\ \epsilon_y &= 11.0 \times v^{0.727} \times 10^{-6} \quad (v = v_{NS}^{A200}) \\ \delta\epsilon_y &= 32.9 \times v^{0.733} \times 10^{-6} \quad (v = \frac{v_{EW}^{A200} + v_{NS}^{A200}}{2}) \end{aligned} \quad (16)$$

まとめ

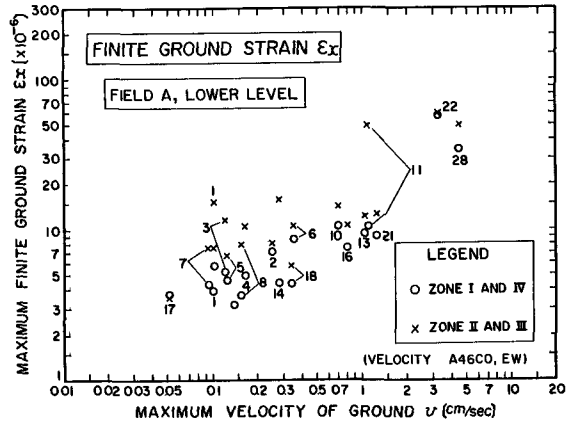
地震時に地盤に生じるひずみの大きさを求め、最大ひずみと地震動の最大加速度との関係式を導いた。この結果を用いれば、既往の強震観測の統計解析から得られる最大速度の推定式と結びつけることにより、地盤のひずみレベルを推定することが可能となる。ただし、現在のところ、ひずみレベルの大きい記録が少ないので、今後の資料の蓄積が必要である。

謝辞

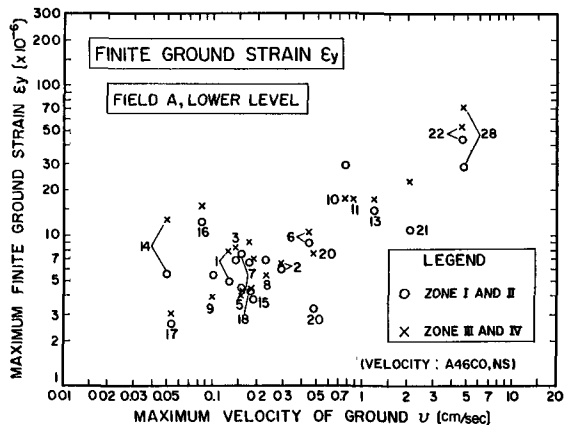
本解析の数値計算においては、豊橋技術科学大学大学院の武藤厚氏(業務訓練生)の手を煩わせた。末筆ながら、深く感謝の意を表します。

参考文献

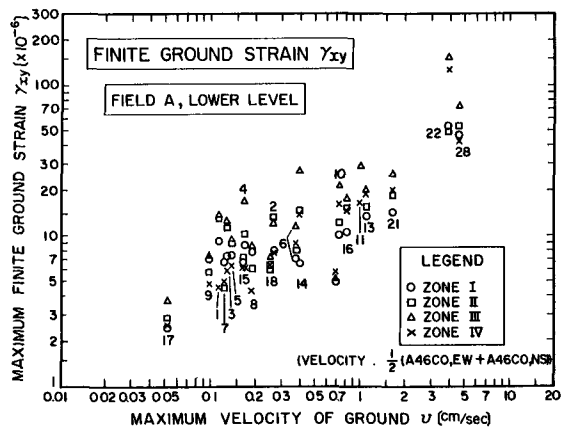
- 1) 大久保忠良他「地震時の地盤ひずみの解析」土木技術資料, 24-11, 昭和57年11月。
- 2) 建設省土木研究所「最大地震動および地震応答スペクトルの推定法(その4)」土木研究所資料, No. 1,993, 昭和58年3月。



(a) 伸縮ひずみ  $\epsilon_x$



(b) 伸縮ひずみ  $\epsilon_y$



(c) せん断ひずみ  $\delta\epsilon_y$

図6 最大ひずみ～最大速度の関係(下部ひずみ)