

(13) 目標応答スペクトルに合致する模擬地震動の一作成法

徳島大学工学部 正員 〇沢田 勉 徳島大学工業短期大学部 正員 平尾 潔

1. まえがき 本報告は、目標とする応答スペクトルと同等な特性をもつ模擬地震動を作成するための一手法を提示するとともに、手法の問題点および収束性について検討を加えたものである。構造物の動的解析を行う場合には、どのような入力地震動を用いるかが問題であるが、現状では過去の強震記録や模擬地震動等を用いることが多い。とくに、原子力施設等の動的解析には、ある設計応答スペクトルを目標として、それと等価な特性をもつ模擬地震動を作成して、時刻歴応答解析に用いることがある^{(1),(2)}。従来より、この種の模擬地震動作成法は多くの研究者により提案され使用されているが、収束性および精度の面で若干の問題を残している⁽³⁾。

本研究では、文献(4)の有効スペクトル振幅の概念を導入することにより、従来方法を拡張し、収束性および精度の向上を図り、若干の考察を加えた。

2. 模擬地震動作成法の概要 一般に、地震動加速度波 $\ddot{z}(t)$ は次式のように表せる⁽³⁾。

$$\ddot{z}(t) = \sum_{j=1}^N A(\omega_j) \cdot \cos\{\omega_j t + \phi(\omega_j)\} \quad \text{---(1)} \quad \text{ここで、}\omega_j = \text{第}j\text{次の円振動数、}$$

$A(\omega_j)$ = 有限フーリエ振幅、 $\phi(\omega_j)$ = フーリエ位相、 N = 振動数成分の数、である。上式において、フーリエ位相 $\phi(\omega_j)$ にある特性をもたせると、任意の非正常性を有する波形を作成できる。すなわち、 $\phi(\omega_j)$ の差分 $\Delta\phi(\omega_j) = \phi(\omega_{j+1}) - \phi(\omega_j)$ 、のひん度分布(位相差分分布)として、特定の分布関数を用い、それより乱数を発生させて $\Delta\phi(\omega_j)$ から $\phi(\omega_j)$ を求め、式(1)に代入することにより、非正常な特性をもつ地震波を作成できる。いま、目標とする応答スペクトル $R_0(h_j, \omega_j)$ が、 $j = 1, 2, \dots, N$ に対して与えられているとする。ここで、 h_j, ω_j は、それぞれ減衰定数および非減衰固有円振動数である。この目標応答スペクトルに一致する応答スペクトルをもつ模擬地震動を作成する方法は、従来より多く提案されている。その代表的なものを概述すると以下のようである。いま、式(1)の $A(\omega_j)$ および $\phi(\omega_j)$ に適当な値を与え、地震加速度波 $\ddot{z}(t)$ を作成し、その応答スペクトル $R(h_j, \omega_j)$ を求めると、それは目標値 $R_0(h_j, \omega_j)$ と一致しない。そこで、振幅 $A(\omega_j)$ の改良値 $A'(h_j, \omega_j)$ を、 $R(h_j, \omega_j)$ が $R_0(h_j, \omega_j)$ に近づくように、次式により修正する。

$$A'(h_j, \omega_j) = A(\omega_j) \cdot R_0(h_j, \omega_j) / R(h_j, \omega_j) \quad \text{---(2)}$$

次の段階では、式(1)の $\phi(\omega_j)$ は不変のまま、 $A(\omega_j)$ を $A'(h_j, \omega_j)$ に変更して、新しい改良値 $A''(\omega_j)$ を求める。このような過程を繰返し、応答スペクトル $R(h_j, \omega_j)$ が目標値 $R_0(h_j, \omega_j)$ にほぼ一致するような模擬地震動 $\ddot{z}(t)$ を作成する。以上のような方法では、第 j 次の振動数の振幅 $A(\omega_j)$ を式(2)により各々単独に変更し、その振動数近傍の成分波が応答に与える影響を考慮できないうえ、収束性が悪い。本報告では、次式の有効スペクトル振幅⁽⁴⁾の概念を導入することにより、式(2)を拡張し、収束性の向上を図った。

$$A_e^2(h_j, \omega_j) = \int_0^{\infty} |H(h_j, \omega_j, \omega)|^2 S(\omega) d\omega \quad \text{---(3)} \quad \text{ここで、} A_e(h_j, \omega_j) \text{ は、減衰定数 } h_j \text{、固有円振動数 } \omega_j \text{ の}$$

1自由度系に、式(1)の地震波が入力したときの有効スペクトル振幅で、応答の自乗平均平方根に相当する。

$|H(h_j, \omega_j, \omega)|^2$ は、系の周波数応答関数の自乗であり、加速度応答を考える場合には、次式で表される。

$$|H(h_j, \omega_j, \omega)|^2 = \{1 + 4h_j^2 (\omega/\omega_j)^2\} / \{[1 - (\omega/\omega_j)^2]^2 + 4h_j^2 (\omega/\omega_j)^2\} \quad \text{---(4)}$$

また、 $S(\omega)$ は、 $\ddot{z}(t)$ のパワースペクトルで、振幅 $A(\omega_j)$ と次の関係をもつ。 $S(\omega_j) = A^2(\omega_j) \cdot T$ (5)

ここに、 T は継続時間である。ところで、式(3)の $A_e^2(h_j, \omega_j)$ は応答の自乗平均値に対応するから、応答スペクトル $R(h_j, \omega_j)$ との間には次の関係が成立すると考えられる。 $R^2(h_j, \omega_j) \approx \alpha_j \cdot A_e^2(h_j, \omega_j)$ (6)

ここに、 α_j は比例係数である。上述の有効スペクトル振幅を用いると、模擬地震動を作成するための各段階で、複数個のスペクトル振幅 $A(\omega_j)$ を系統的に修正することができるといえる。いま、式(1)において、振幅 $A(\omega_j)$ と位

相中 (w_j) を適当に与えると、波形 $\tilde{x}(t)$ とそれに対する応答スペクトル $R(h_j, w_j)$ が求められ、また、有効スペクトル振幅 $Ae(h_j, w_j)$ は式 (3) ~ (5) を用いて計算できる。そのとき、式 (6) の係数 d_j は、 $d_j = R^2(h_j, w_j) / Ae^2(h_j, w_j)$ から計算できる。 $R(h_j, w_j)$ が目標値 $R_0(h_j, w_j)$ と一致しない場合には、振幅 $A(w_j)$ を修正する。修正後の振幅を $A'(h_j, w_j)$ とし、それに対応する諸量を、 $R'(h_j, w_j)$, $Ae'(h_j, w_j)$, d_j' で表わすと、 $d_j' = R_j'^2(h_j, w_j) / Ae'^2(h_j, w_j)$ となる。ここで、 $R_j' = R_0$, $d_j' = d_j$ と置くと次式が得られる。

$$Ae'^2(h_j, w_j) = Ae^2(h_j, w_j) \cdot R_0^2(h_j, w_j) / R^2(h_j, w_j) \quad \text{---(7)}$$

上式の左辺は、式 (3) ~ (5) より、振幅 $A'(w_j)$ の関数であり、右辺は定数である。この式は、係数 d_j が修正後も変化しないという仮定のもとに成立する。上式の左辺の $Ae'(h_j, w_j)$ を、式 (3) の積分の台形公式近似より求め、式 (7) に代入すると、次式が得られる。

$$\sum_{k=1}^{N-1} (H_{j,k}^2 S_k' + H_{j,k+1}^2 S_{k+1}') \Delta w_k = 2 Ae^2(h_j, w_j) \cdot R_0^2(h_j, w_j) / R^2(h_j, w_j) \quad \text{---(8)}$$

ここで、 $H_{j,k} = |H(h_j, w_j, w_k)|$, $S_k' = S'(w_k) = A'^2(w_k) \cdot T$ である。上式は、未知数 S_k' , $k = 1, 2, \dots, N$ に関する N 元連立 1 次方程式であるから、容易に解くことができ、 S_k' から修正後の振幅 $A'(w_k)$ が得られる。ここで注目すべきは、式 (8) が式 (2) を拡張したものであり、式 (2) が各振動数点の振幅 $A(w_k)$ を各々単独に修正するのに対し、式 (8) では複数列の振幅を関連させて修正できる点にある。ところで、式 (6) の係数 d_j は、収束計算の各段階で若干変化するため、式 (8) による 1 回の計算だけでは、目標応答スペクトルに合致する地震波を作成できない。したがって、上述の過程を $R(h_j, w_j)$ が $R_0(h_j, w_j)$ に一致するまで繰返さなければならぬ。式 (8) を行列表示すると次のようになる。

$$[b_{j,k}] \cdot \{S_k'\} = \{d_j\} \quad \text{---(9)}$$

ここで、 $[b_{j,k}]$ は式 (8) の左辺の係数行列、 $\{d_j\}$ は定数項である。ところで、以上のような方法には、次の 2 つの問題点がある。(i) 式 (8) は N 元連立 1 次方程式であるから、 N が大きい場合には演算時間がかかる。(ii) 式 (8) の解 S_k' が負になる場合がある。本研究では、これらの問題点について以下のように考えた。式 (9) の係数行列 $[b_{j,k}]$ は式 (3) の積分の近似より計算されるが、減衰定数 h_j が小さく応答が狭帯域の場合には、式 (8) の左辺の $S_k' = S_k'$ の係数が他の係数に比べて極端に大きくなる。すなわち、 $[b_{j,k}]$ の対角要素は大きな値をとり、この行列はバンドマトリックスに近くなる。このような場合には、 N がかなり大きくなっても、文献 (5) のような方法を使えば、演算時間は非常に短くなり、問題点 (i) は除去できる。同様に、 $[b_{j,k}]$ の対角要素が非対角要素に比べて十分大きい場合には、式 (9) の解のうち負になるものは非常に少なくなる。このような理由により、本研究では、有効スペクトル振幅を計算する際の減衰定数として、 $h_{e_j} \leq h_j$ なる h_{e_j} を用いた。 $Ae(h_{e_j}, w_j)$ は応答スペクトル $R(h_j, w_j)$ と厳密には対応しないが、 $R(h_j, w_j) \propto Ae(h_j, w_j) \propto Ae(h_{e_j}, w_j)$ の関係が近似的に成立するから、このような修正は妥当と考えられる。ところで、このような h_{e_j} を用いた場合でも、式 (9) の解には負の解が含まれるときがある。このような場合には、負になる S_k' を 0 とし、式 (9) の連立方程式を再度解き直し、非負の解を求めた。以上のような繰返し計算の収束性の判定は次式によった。

$$\left. \begin{aligned} E_{\max} &= \max_{j=1 \sim N} |(R_{0j} - R_j) / R_{0j}| \leq E_m \\ E_{\text{rms}} &= \left[\sum_{j=1}^N \{(R_{0j} - R_j) / R_{0j}\}^2 / N \right]^{1/2} \leq E_r \end{aligned} \right\} \quad \text{---(10)}$$

次節の数値計算においては、 $E_m = 0.05$, $E_r = 0.02$ を用いた。

3. 数値計算および考察 前節で述べた方法により、二、三の数値計算を行い、収束性等について若干の検討を加えた。その際、式 (1) の位相中 (w_j) を発生させるために用いた乱数の初期値および位相差分布の形状が収束性にかなりの影響を与えることがわかったので、それについても考察を加えた。

(1) 計算に用いた諸量 目標応答スペクトルとしては、道路橋示方書・同解説、⁽⁶⁾耐震設計編の第 2 種地盤に対応する設計応答スペクトルの長周期側を Fig. 1 の実線のように変更して用い、基本震度は 0.2 とした。このスペクトルには、減衰定数を短周期にはるほど増大させるという考え方が取り入れられているため、本研究でも、固有周期 $T_j = 2\pi / w_j$ によって、減衰定数 h_j を次のように変化した。すなわち、 $T_j \geq 1.12$ の

とき $h_j = 0.02$, $0.1 \leq T_j \leq 1.12$ のとき $h_j = 0.4372 - 0.372 T_j$, $T_j \leq 0.1$ のとき $h_j = 0.4$ とした。目標スペクトル値は、固有周期 $T_j = 0.1 \sim 8.0$ sec の範囲を対数軸上で100等分した点で与えた。ただし、以下の解析では、目標点以外の点での解の収束性もみするため、応答スペクトルの比較は、隣り合う目標点の中間の点でも行う。前節でも述べたように、本研究での地震波の非定常性は、

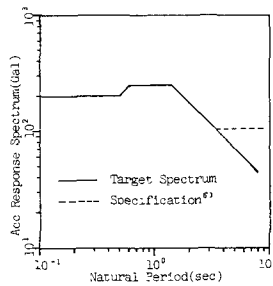


Fig. 1 Target Spectrum

文献(3)と同様、位相差分布により表す。ここでは、この分布を正規分布とし、その平均を μ 、標準偏差を σ とし、 $\mu = \pi$ とした。また、 σ は分布の広がりを表し、地震波の強震部の継続時間に対応するから、 $\sigma = \pi/12, \pi/10, \pi/8, \pi/6, \pi/4, \pi/3$ の6通りに変えて、継続時間が収束性に与える影響を調べた。

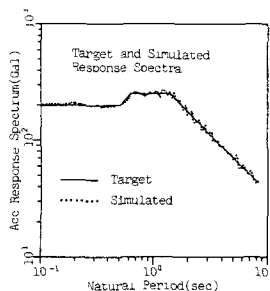


Fig. 3 Conformity of Present Procedure in the Case of $\sigma = \pi/3$

収束性の判定は式(10)により行うが、ある程度繰返し計算を行った後は、精度の向上が望めないことがわかったので、繰返し回数の上限は11回とした。なお、有効スペクトル振幅の計算に用いる減衰定数は、試行錯誤により、 $h_{ej} = 0.02$ とした。

(2)位相を求めるための乱数が収束性に与える影響 式(1)の位相 $\phi(\omega_j)$ は、

正規分布より発生した乱数を位相差分 $\Delta\phi(\omega_j)$ とし、 $\phi(\omega_0) = 0$, $\phi(\omega_{j+1}) = \phi(\omega_j) + \Delta\phi(\omega_j)$ より求める。数値計算の結果、乱数の初期値が収束性および収束解に大きな影響を与えることがわかった。Fig. 2 は、 $\sigma = \pi/6$ の場合について、乱数の初期値を2種類に変えて、それぞれを Case R1, Case R2 とし、式(10)の E_{max} , および E_{rms} をプロットしたものである。Case R1 は、収束性が良く、11回の繰返しで式(10)の規

準を満たすが、Case R2 では、7回の繰返しで誤差は最小になり、それ以後はむしろ増大する。このように、乱数の初期値は収束性にかかり影響するから、精度の良い解を求めるためには、乱数の初期値を2、3変更して解を求め、それらの中で誤差の小さい解を選びねばならない。

(3)位相差分布の標準偏差の影響 本研究では、前述のように、地震波の非定常性を位相差分布の形状によって表した。ここでは、分布の広がりを表す標準偏差 σ が、収束性および収束解にどのように影響するかを調べた。Fig. 3, 4 は、 $\sigma = \pi/3$ および $\sigma = \pi/10$ のときの、目標応答スペクトルに対する収束状況と収束解(フーリエスペクトルで表示)を示したものである。繰返し回数はともに11回であり、誤差は、 $\sigma = \pi/3$ のと

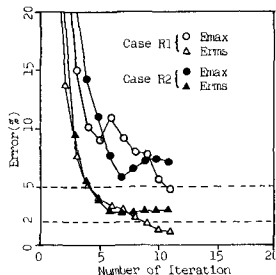


Fig. 2 Comparison of E_{max} and E_{rms} between Case R1 and Case R2

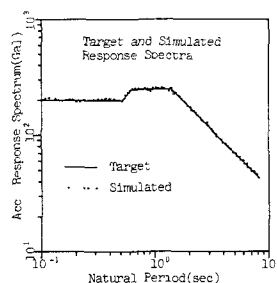


Fig. 4 Conformity of Present Procedure in the Case of $\sigma = \pi/10$

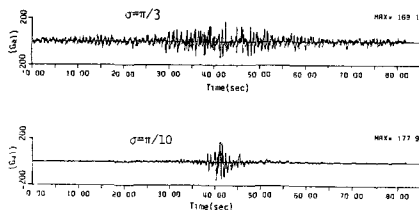
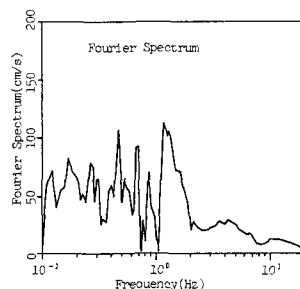
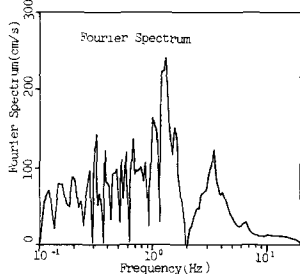


Fig. 5 Time-histories of Simulated Motions

き $E_{max} = 10.6\%$, $E_{rms} = 2.6\%$, $\sigma = \pi/10$ のとき $E_{max} = 4.4\%$, $E_{rms} = 1.7\%$ であった。これらより、強震部の継続時間が長いとき ($\sigma = \pi/3$) には、収束性が悪いことがわかる。両者のフーリエスペクトルを比較すると、その形状は若干異なっており、 σ が小、すなわち、強震部の継続時間が短いときには、長周期成分が相対的に多く含まれている。Fig. 5 には、両者の波形を示した。図のように時間領域の波形特性が極端に異なる地震波でも、それらの応答スペクトルがほぼ等しくなることは興味深い。

(4) 従来の方法との比較 ここでは、従来より提案されている方法⁽³⁾と、本研究で提示した方法との比較を行う。Fig. 6 は、式 (10) の E_{max} および E_{rms} を、 $\sigma = \pi/6$ の場合について図示したものである。ただし、従来の方法を用いて模擬波を作成した場合にも、本手法と同様、乱数の初期値によってその収束性がかなり異なるため、乱数の初期値を2通りに変え、そのうちで誤差の小さい方の解を用いた。図よりわかるように、本手法は収束性が良く、11回の繰返しで式 (10) の規準を満足する。Fig. 7, 8 には、両手法による収束解 (フーリエスペクトル) を示したが、これらより、両者はよく一致していることがわかる。

(5) 模擬地震動と実地震動の比較 本研究で用いた目標応答スペクトルは、日本国内の第2種地盤上で得られた多数の強震記録の平均応答スペクトルの短周期部を、減衰定数の増加を考慮して補正したスペクトル⁽⁶⁾を基準にしている。この目標応答スペクトルより作成した模擬地震動がどのような特性を有するかを把握することは、これを動的解析等に利用するうえで重要である。ここでは、実地震動と模擬地震動の強度特性の比較を行った。Fig. 9 はその一例で、横軸に最大速度 V_{max} , 縦軸に最大加速度 A_{max} をとって、実地震動⁽⁷⁾ (○印) と模擬地震動 (●印) のそれらを比較したものである。この図より、模擬地震動では、 V_{max} が相対的に大きく、実地震動に比べて長周期成分が多く含まれることがわかる。しかし、 σ が大、すなわち継続時間が長い場合には、模擬地震動と実地震動の強度特性の差は小さくなる。

4. おわりに 目標応答スペクトルに合致する模擬地震動を作成するための一手法について述べた。有効スペクトル振幅の概念を導入することにより、従来の方法を拡張し、収束性および精度の向上を図った。

参考文献 (1) 広松, 阿部, 玉木 ; 第5回日本地震工学シンポジウム, 1978. (2) 小林 ; 第5回日本地震工学シンポジウム, 1978. (3) 大崎, 岩崎, 大川, 政尾 ; 第5回日本地震工学シンポジウム, 1978. (4) 亀田, 杉戸 ; 第14回地震工学研究発表会, 1976. (5) 伊藤, 谷口 ; 土木学会中国四国支部講演会, 1983. (6) 日本道路協会 ; 道路橋示方書・同解説, V耐震設計編. (7) SLG ; Corrected and Integrated Earthquake Motion Accelerograms, 1982. (8) 神田, 大崎, 岩崎, 坂田, 北田, 政尾 ; 第6回日本地震工学シンポジウム, 1982.

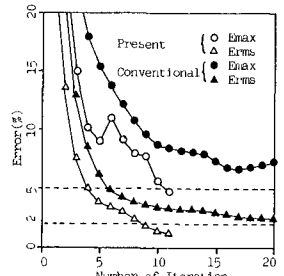


Fig. 6 Comparison of E_{max} and E_{rms} between Conventional and Present Procedures

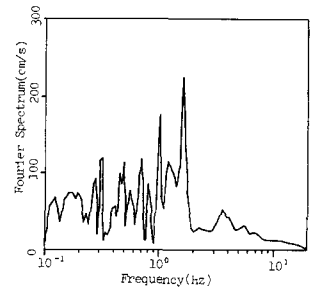


Fig. 7 Convergent Solution by Conventional Procedure ($\sigma = \pi/6$)

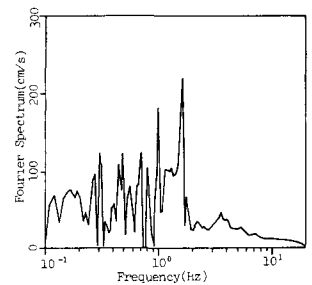


Fig. 8 Convergent Solution by Present Procedure ($\sigma = \pi/6$)

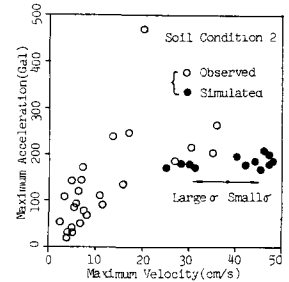


Fig. 9 $A_{max} - V_{max}$ Relation of Observed and Simulated Earthquake Motions