

(75) 動的サブ・ストラクチャ法による地盤-基礎-上部構造物系の地震応答解析

岡山大学工学部 竹宮宏和

1 まえがき

最近、規模の大きい土木建築構造物が、わが国の地理的条件から軟弱地盤上にも深い基礎をもって建設される傾向にあるが、これらの構造物の耐震性に地盤との動的相互作用が少なからず関与してくる。そのため、地盤入力を統一的に捉える意味から地盤基礎面を想定し、表層地盤の増巾作用を考慮した解析がなされる。地盤と基礎と上部構造物の連成振動解析は、上部構造物が長大化、複雑化してくると、1つのコンシステントなモデルによるマトリックス解析ではその自由度が多くなり、一挙に全体系の地震応答解析を行なうことが困難となる。そこで実務設計レベルでは、次の3段階の解析手順が採られることが多い。(i)地盤の非線形振動解析による地盤定数の評価、(ii)地盤-基礎系による上部構造系への入力評価、(iii)上部構造系の応答解析。しかし、上の(ii)と(iii)の解析を分断することは厳密な意味での地盤と基礎と上部構造物の連成は扱えない。上部構造物から基礎への慣性力のフィードバックを無視している。これを近似的に評価する目的で、(ii)の段階では上部構造物の簡易モデルを基礎上に追加することが採られる。¹⁾

一方、筆者が提案する動的サブストラクチャ法は、地盤-基礎-上部構造物系において、まず、地盤-基礎系と上部構造系を一時的に切断し、それぞれを独立して定式化を行なうが、その後再び切断面の連続条件から統合するため、厳密な意味での連成解析である。³⁾ 解析過程で、上部構造物の固有振動モード分解を併用するので、それと地盤-基礎系の連成を扱うことになる。そして、工学的な精度の下で応答解析の自由度の削減を大に計ることが可能となる。地盤と基礎の地震時動的相互作用については、基礎周面で局所的に剛性が変化するため、地盤振動と基礎の変形から基礎周面には分布した地盤応力が働く。これを基礎の特定の点に関して集約すると地盤のインピーダンス効果と有効入力として評価される。この目的のために本研究では、たわみ角法と同じアイデアに基づいた定式を行なっている。

2 動的サブストラクチャ法による地盤構造物系の解析

外力の作用下の地盤構造物系をその基礎天端面で一時的に切断(図1)する。切断面(上部構造物にとっては支点となる)上の変位、断面力は未知量であるが、それらを含み、上部構造系および下部構造系の運動方程式が一般に

$$[M]_{sup} \{\ddot{u}\}_{sup} + [C]_{sup} \{\dot{u}\}_{sup} + [K]_{sup} \{u\}_{sup} = \{F\}_{sup} \quad (1) \quad [M]_{sub} \{\ddot{u}\}_{sub} + [C]_{sub} \{\dot{u}\}_{sub} + [K]_{sub} \{u\}_{sub} = \{F\}_{sub} \quad (2)$$

と表わされる。ここに $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は質量、減衰および剛性マトリックス $\{u\}$ 、 $\{F\}$ は絶対変位および外力ベクトルである。添字supは上部構造系を、subは下部構造系を指す。いま、上部構造系において、切断面上の節点とそれ以外の自由節点に分離して書き表わせば

$$\begin{bmatrix} [M_{ii}] & [0] \\ [0] & [M_{jj}] \end{bmatrix}_{sup} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_i\}_{sup} \\ \{\ddot{u}_j\}_{sup} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ii}] & [C_{ij}] \\ [C_{ji}] & [C_{jj}] \end{bmatrix}_{sup} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_i\}_{sup} \\ \{\dot{u}_j\}_{sup} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{ii}] & [K_{ij}] \\ [K_{ji}] & [K_{jj}] \end{bmatrix}_{sup} \begin{Bmatrix} \{u_i\}_{sup} \\ \{u_j\}_{sup} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_i\}_{sup} \\ \{F_j\}_{sup} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

そして、さらに自由節点変位 $\{u_i\}$ を、図1-bのように切断面が完全固定状態で外力 $\{F_i\}_{sup}$ での応答 $\{u_i^c\}_{sup}$ と二の拘束を解除して、切断面上に $\{u_j\}_{sup}$ の変位を与えたときの応答 $\{u_i^u\}_{sup}$ の和として考える。後者は、変位影響マトリックス $[B]$ を介して $\{u_j\}$ から決定される。従って $\{u_i\}_{sup} = \{u_i^c\}_{sup} + [B]\{u_j\}_{sup}$ (4)

そして $[B]$ は上部構造物が静定モデルであれば、切断面の剛体変位(並進および回転)より $[B] = [\{1\} \{h\}]$ (5) と与えられる。 $\{1\}$ は単位ベクトル、 $\{h\}$ は切断面上から各節点までの高さベクトルである。一方上部構造物が不静定モデルであれば $[B]$ は式(3)の静的縮小より得られる。 $[B] = -[K_{ii}]_{sup}^{-1} [K_{ij}]_{sup}$ (6)

式(4)を式(3)に代入し、係数マトリックスが対称性をなすように、さらに式(4)の変換マトリックスの転置を前から乗ると

$$\begin{bmatrix} [M_{ii}] & [M_{ii}][\beta] \\ \text{Sym.} & [M_{jj}] + [\beta]^T [M_{ii}][\beta] \end{bmatrix}_{\text{sup}} \begin{Bmatrix} \{u_i^c\} \\ \{u_j\} \end{Bmatrix}_{\text{sup}} + \begin{bmatrix} [C_{ii}] & [C_{ii}][\beta] \\ \text{Sym.} & [\beta]^T [C_{ii}][\beta] \end{bmatrix}_{\text{sup}} \begin{Bmatrix} \{u_i^c\} \\ \{u_j\} \end{Bmatrix}_{\text{sup}} \\ \begin{bmatrix} [K_{ii}] & [K_{ij}] + [K_{ii}][\beta] \\ \text{Sym.} & [K_{jj}] + [\beta]^T [K_{ij}] + ([K_{ji}] + [\beta]^T [K_{ii}])[\beta] \end{bmatrix}_{\text{sup}} \begin{Bmatrix} \{u_i^c\} \\ \{u_j\} \end{Bmatrix}_{\text{sup}} \quad (7)$$

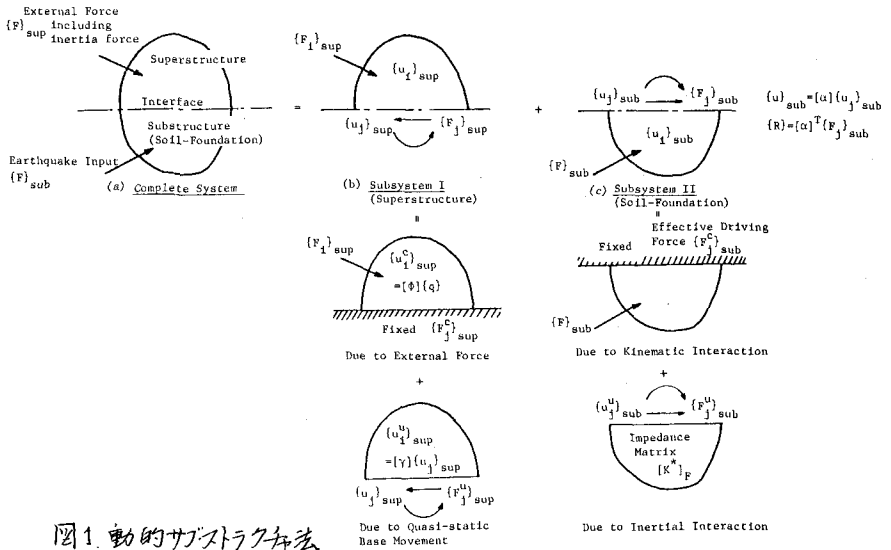
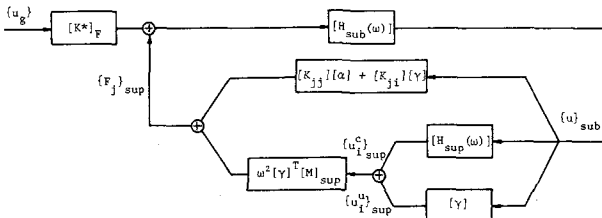


図1 動的サブストラクチャ法



Transfer Functions:

$$[H_{\text{sup}}(\omega)] = [1 / \{ (\omega_2 / \omega)^2 + i2\zeta_2 (\omega_2 / \omega) - 1 \}] [\Phi]^T [M]_{\text{sup}} [\gamma]$$

$$[H_{\text{sub}}(\omega)] = (-\omega^2 [M]_{\text{F}} + [K^*]_{\text{F}})^{-1}$$

$$[\gamma] = [\beta][\alpha]$$

図2 解析ブロック図

ところで支点において完全固定状態の上部構造物には、それ自体の減衰効果も小さく、固有モード分解が仮定される場合が多く、従って

$$\{u_i^c\}_{\text{sup}} = [\Phi][q] \quad (8)$$

と展開できるものとする。[Φ]は固有モードマトリックスで、{q}は固有モード座標を示す。

一方、地盤と基礎より成る下部構造の定式化では、図1.Cのように、地震入力による応答と断面力による応答との重ね合せと考える。基礎と地盤の動的相互作用は、周辺地盤と基礎の剛性差によって周辺地盤振動が影響を受けるため、地盤インピーダンスと、有効入力の評価が重要となる。その結果、下部構造系の運動方程式が地盤インピーダンスマトリックス $[K^*]_{\text{F}}$ を用いて

$$[M]_{\text{sub}} \{\ddot{u}\}_{\text{sub}} + [C]_{\text{sub}} \{\dot{u}\}_{\text{sub}} + [K]_{\text{sub}} \{u\}_{\text{sub}} = [K^*]_{\text{F}} \{u_g\} + [\alpha]^T \{F_j\}_{\text{sub}} = [K^*]_{\text{F}} \{u_g\} + \{R\} \quad (9)$$

と表わされる。但し $\{u_g\}$ は入力の変位ベクトルで $[C]_{\text{sub}}$ と $[K]_{\text{sub}}$ は基礎下の地盤インピーダンスを含む。

式(7)と(9)を結合し、式(8)を考慮すると地盤-基礎-上部構造系の運動方程式が次式となる。ここでは $[K^*]_{\text{F}}$ が一般に振動数に依存することを考えて、運動方程式を振動数領域で示した。

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 [I] + i\omega [2\zeta_2 \omega_2] + [\omega_2^2] & -\omega^2 [\Phi]^T [M_{ii}]_{\text{sup}} [\gamma] \\ \text{Sym.} & -\omega^2 ([M]_{\text{sub}} + [\gamma]^T [M_{ii}]_{\text{sup}} [\gamma]) + [K_{jj}]_{\text{sup}} [\alpha] + [K_{ji}]_{\text{sup}} [\gamma] + [K^*]_{\text{F}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q(\omega)\} \\ \{u(\omega)\}_{\text{sub}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ [K^*]_{\text{F}} \{u_g(\omega)\} \end{Bmatrix}$$

以上の解析流れをブロック図で示すと図2となる。

(10)

3. 地盤と基礎の動的相互作用

[剛体基礎] 地盤中に埋入された剛体基礎に基礎面において地震入力を想定する。このとき地盤中には、自由表面地盤としての波動 $\{u^{(i+r)}\}$ と、基礎面からの逸散波 $\{u^{(s)}\}$ が存在する。Thau²⁾は同状況下の基礎を解析に当って、変位ベクトルを

$$\{u\} = \{u^{(i+r)}\} + \{u^{(s)(I)}\} + \{u^{(s)(II)}\} \quad (11)$$

と逸散波を分解し、境界面上での付帯条件

$$\{u^{(i+r)}\} + \{u^{(s)(II)}\} = \{0\} \quad (12)$$

を課した。式(12)は基礎の固定拘束を意味する。よって相互作用時の変位は $\{u^{(s)(I)}\}$ が満足する。地盤と基礎の間に完全密着の仮定を採ると $\{u^{(s)(I)}\}$ は剛体の重心変位 $\{u_G\}$ で表わされる。基礎の運動方程式は、慣性力が境界面での地盤心力を統合した量および上部構造物からの断面力による $\{R\}$ に釣りあうから

$$[M]_F \{\ddot{u}_G\} = \{F^{(I)}\}(\{u_G\}) + \{F^{(II)}\}(\{u^{(i+r)}\}) + \{R\} \quad (13)$$

ここに $\{F^{(I)}\}$ は波動 $\{u^{(s)(I)}\}$ による重心への作用力ベクトルで地盤インピーダンス $[K^*]_F$ を定義し、 $\{F^{(I)}\}(\{u_G\}) + [K^*]_F \{u_G\} = \{0\}$ (14) $[K^*]_F$ は複素数で一般に振動数に依存するが、通常 $[K^*]_F = [K]_F + i\omega[C]_F$ と等価剛性 $[K]_F$ と等価粘性減衰係数 $[C]_F$ の形に置き換えられる。一方、 $\{F^{(II)}\}$ は入力波 $\{u^{(i+r)}\}$ に対する固定拘束力を与える。いま境界面で剛性のみを考慮したときの応答を $\{u_G^0\}$ とすれば、 $\{F^{(II)}\}(\{u^{(i+r)}\}) = [K^*]_F \{u_G^0\}$ (15) と表わすことができる。従って式(13)は

$$[M]_F \{\ddot{u}_G\} + [K^*]_F \{u_G\} = [K^*]_F \{u_G^0\} + \{R\} \quad (16)$$

上式で慣性力による相対変位 $\{u_G^1\}$ を導入すると $\{u_G\} = \{u_G^0\} + \{u_G^1\}$ であるから運動方程式は

$$[M]_F \{\ddot{u}_G^1\} + [K^*]_F \{u_G^1\} = -[M]_F \{\ddot{u}_G^0\} + \{R\} \quad (17)$$

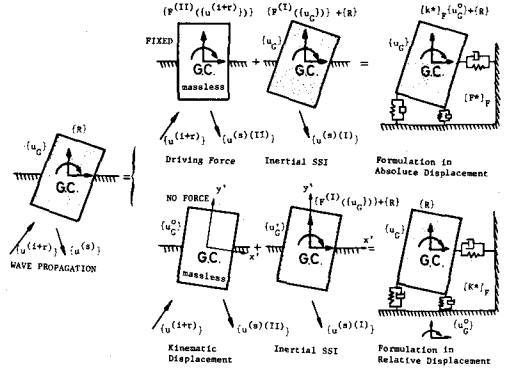


図3. 剛体基礎

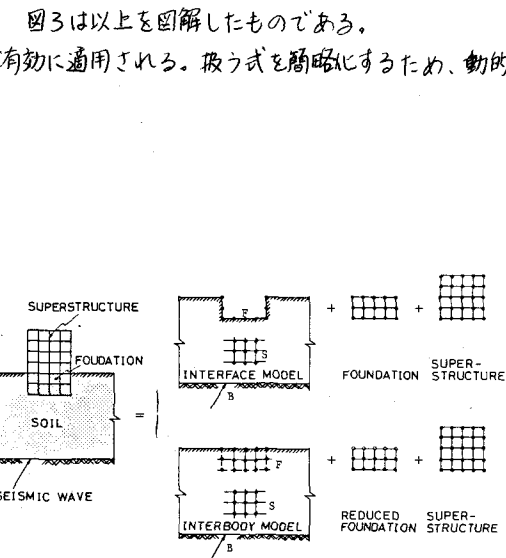


図4. 弾性基礎

[弾性基礎] 基礎が弾性変形する場合は、有限要素法が有効に適用される。扱う式を簡略化するため、動的剛性 $[\bar{R}] = [K] + i\omega[C] - \omega^2[M]$ を使用する。地盤基礎系の領域を基礎、地盤、入力基礎面と分けておられ、それぞれ F, S, B を付す。対象領域の運動方程式は

$$\begin{bmatrix} [\bar{R}_{FF}] & [\bar{R}_{FS}] & [\bar{R}_{FB}] \\ [\bar{R}_{SF}] & [\bar{R}_{SS}] & [\bar{R}_{SB}] \\ [\bar{R}_{BF}] & [\bar{R}_{BS}] & [\bar{R}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\}_F \\ \{u\}_S \\ \{u\}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\}_F \\ \{0\} \\ \{F\}_B \end{Bmatrix} \quad (18)$$

同式を縮小して $[K^*]_F \{u\}_F = \{F\}_F - \{F^0\}_F$ (19)

と書き表わすことができる。ここで

$$[K^*]_F = [\bar{R}_{FF}] - \begin{bmatrix} [\bar{R}_{FS}] & [\bar{R}_{FB}] \\ [\bar{R}_{BS}] & [\bar{R}_{BB}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [\bar{R}_{SF}] \\ [\bar{R}_{BF}] \end{bmatrix}$$

$\{F^0\}_F$ は、基礎の各節点を固定拘束、つまり $\{u\}_F = \{0\}$ とするための作用力である

$$\{F^0\}_F = \begin{bmatrix} [\bar{R}_{FS}] & [\bar{R}_{FB}] \\ [\bar{R}_{BS}] & [\bar{R}_{BB}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F\}_B \end{Bmatrix}$$

基礎に外力が働かない状態を考えるとき

$$\begin{aligned} [\bar{R}^*] \{u^0\}_F &= -\{F^0\}_F \\ [\bar{R}^*] \{u\}_F &= \{F\}_F + [\bar{R}^*] \{u^0\}_F \end{aligned} \quad (20)$$

ところで式(9)では地盤インピーダンスを陽に定義した。同様な定式化は、図4(b)の境界面モデルあるいは(c)の境界体モデルに対してなされる。前者では基礎を掘さくした後の面を、後者では基礎部を地盤として埋埋し、その剛性だけ減じた基礎を想定する。そのとき基礎の運動方程式は

$$([K_{FF}^*] + [K_F^*])\{u\}_F = [K_F^*]\{u^0\}_F + \{R\} \quad (21)$$

となる。但し $[K_F^*]$ は上の境界の採り方に対応するインピーダンスマトリックスである。

〔杭基礎〕 基礎入力時の杭の振動解析は、周辺地盤の動きを考慮に入れてなされる。通常、地盤振動は、その質量比から杭の存在しない自由表面振動と仮定される。杭は地盤反力を受けたはりとして、杭頭インピーダンス及び杭頭有効入力を評価し、剛体フーチングにおいて動的つり合いをとる⁴⁾。図5を参照しながら、その変位を杭頭力によるもの $u_p^s(z_j)$ と地盤変位によるもの $u_p^g(z_j)$ の和と考える。

$$u_p(z_j) = u_p^s(z_j) + u_p^g(z_j) \quad (22)$$

成層地盤(層厚 H_j)中の単杭の横振動に対しては、同層内の杭の上下断面で伝達マトリックス $[T_j]$ を介して

$$\{u_p(0)\} - \{u_p^g(0)\}_j = [T_j]\{\{u_p(H_j)\} - \{u_p^g(H_j)\}\}_j \quad (23)$$

ここで $\{u_p\}$ は変位及び断面力を含むベクトル、 $\{u_p^g\}$ はそれに応じた微分を含むベクトルである。式(23)を杭全長にわたって適用していくと

$$\{u_p(0)\}_1 = [T^N]\{u_p(H_N)\}_N + \sum_{j=1}^N [T^{j-1}](-[T_j]\{u_p^g(H_j)\}_j + \{u_p^g(0)\}_j) \quad (24) \quad \text{ただし } [T^N] = \prod_{j=1}^N [T_j]$$

これより杭頭力と杭頭変位の関係が $\{F_p(0)\}_1 = [K_p^H]\{u_p(0)\} - \{\alpha_1\}u_g + \{\alpha_2\}u_g \quad (25)$

一方縦振動については $\{w_p(0)\}_j = [T_j]\{w_p(H_j)\}_j \quad (26)$ ここで $\{w_p(H_j)\}_j$ は棒についての変位及び断面力を含むベクトル、 $[T_j]_{2 \times 2}$ はその伝達マトリックスである。式(26)を杭全長に適用すると

$$\{w_p(0)\} = [T^N]\{w_p(H_N)\}_N \quad (27) \quad \text{ただし } [T^N] = \prod_{j=1}^N [T_j]$$

そしてこれより杭頭での力-変位関係が $\{F_p^v(0)\}_1 = K_p^v\{w_p(0)\}_1 \quad (28)$ と求まる。群杭の場合、剛体フーチングの変位に対応するように全杭頭力 $\{F\}$ と(28)から決定されるから、杭基礎の運動方程式が、フーチングの重心において

$$[M_F]\ddot{u}_F + [K_F^*]\{u\}_F = [K_F^*]\{u^0\}_F + \{R\} \quad (29) \quad \text{ここに } [K_F^*]_F = \begin{bmatrix} [K^H] & [0] \\ \sum [\alpha]_P & [0] \\ [0] & K_P^v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$\{\alpha\}_P$ は変数影響マトリックス、 $\{u^0\}_F$ は各杭頭有効入力に対するフーチングの変位で、式(25)において $\{u_p(0)\} = 0$ と置いて定まる作用力 $\{F\}_g = -[K_p^H]\{\alpha_1\}u_g + \{\alpha_2\}u_g$ から $\{\alpha\}_P^T\{F\}_g = [K_F^*]\{u^0\}_F$ により求められる。

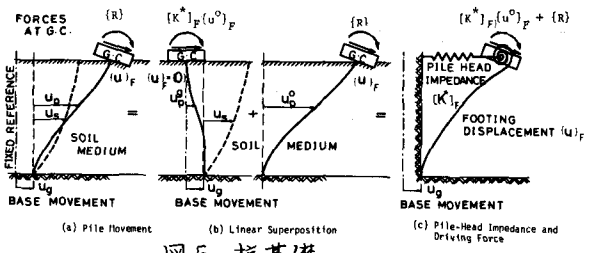


図5 杭基礎

4. 解析例

図6は、応答解析結果の一部を示したもので、同図には、有効入力を採用した地盤-基礎-上部構造物系、自由表面応答を近似入力の結果、および完全に固定の上部構造物系、地盤応答を描いてある。地盤との動的相互作用は、剛体フーチングでは、上部構造物の固有振動数を低下させているが、杭基礎では、地盤振動が単に追加されており、慣性力による連成はほとんど現われていない。有効入力と近似入力の構造物応答への差は、相互作用系の主要な応答を占める低振動数領域にはそれほど見られないが、高振動数領域では後者は大きい応答値を示している。

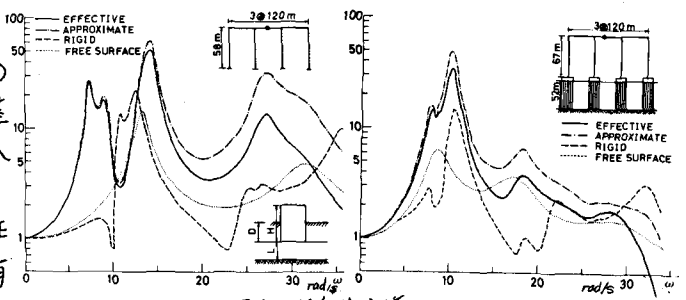


図6 振動数応答

参考文献

1) 土木学会 本四建設事務所 地盤に関する調査研究 調査報告書 昭54-3 2) Thau, S.A., "Radiation and Scattering From a Rigid Inclusion in an Elastic Medium," J. Eng. Mech., ASME, Vol. 34, 1967, pp. 509-511
 3) Takemiya, H., "Embedment Effect on Soil-Structure Interaction: State-of-the-Art," The 7th WCEE, Turkey, 1981. 4) Takemiya, H. & Yamada, Y., "Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction," Earthq. Eng. & Struct. Dyn., Vol. 9, 1981