

# (44) ライフラインの地震災害復旧過程に関する基本的検討

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

## 1. 目的

ライフラインの総合的な震災対策を確立するには、ライフラインの弱点がどこにあるかを知り、被害分布を事前に予測すること、そして復旧がどのような過程をたどり、復旧に要する日数などが算定することが必要である。したがって、広義の地震危険度解析には地震時の被害予測だけでなく復旧の問題やシステムの最適化も含まれるものである。

この報告は上水道の埋設管システムを対象として、復旧過程を確率モデルを用いて理論的に検討を行ったものである。まず、復旧は前もって計画された復旧手順のたぐいにしたがって進行するがその過程には不確定な要因が影響を与えるものと考え、基本的には確率過程であるとした。ライフラインシステムを分解すると、基本的には幾つかの幹線直列システムになると仮定する。そして、その基本システムに対して(1)上流から下流へと復旧が進む順次復旧の基本パターンAと(2)各リンクに対して復旧が同時に作業開始される同時復旧の基本パターンBを想定した。ここではこれらの基本パターンA、Bに関する予測理論を誘導し、実際のシステムは基本システムの復旧予測を組合せることにより、少なくとも巨視的且つ実際の復旧予測が可能となることを簡単な例題を用いて示した。

## 2. 復旧過程

基本システムは図1に示すように1つの source を有するN個のリンクから構成される直列システムである。各リンクはノードで連結され、ノードからは枝分れしてサブシステムへと連続している。サブシステム自体を基本システムとそれに従属するサブシステムで表わすこともできるが、さらに順次同様のモデル化を行って複雑なシステムへと表現することもできる。上水道の埋設管システムでは、sourceは取水所もしくは浄水場、ポンプ場等である。リンクはモデル化にもよるが、導水管、送水管、配水本管等で構成される。ここでは図1の基本システムに対する復旧の予測理論を誘導する。

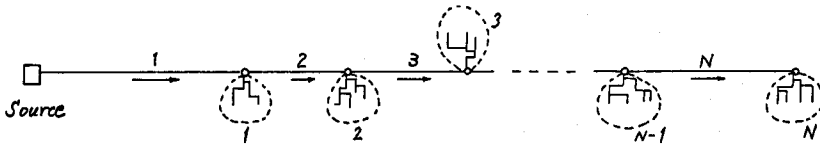


図1 基本システム

### (a). 順次復旧 (基本パターンA)

基本パターンAはシステムの復旧を source に最も近いリンクから順次復旧していくものである。source から中間のノードまでの連結性が回復されるとそのノードに連結されているサブシステムの復旧作業が開始されるものとする。これはシステムの流れに沿って上流から下流へと順次復旧させ、水の供給をいち早く開始しようとする考え方に基づいた戦略といえる。図2は基本パターンAによる復旧過程の1つのサンプルを示したものである。

図2の(1)は各リンクが復旧するのに要する時間  $T_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) が示されている。各リンクが source に連結されるまでに要する経過時間  $W_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) も示してある。順次復旧していくパターンであるが、 $T_i$  は不確定要因を考慮して互に独立な確率変数として扱う。 $W_i$  は

$$W_i = T_1 + T_2 + \dots + T_i \tag{1}$$

と表わせるから、 $W_i$  も確率変数となる。 $T_4 = 0$  となっているが、これはリンク4が無被害であったために復旧時

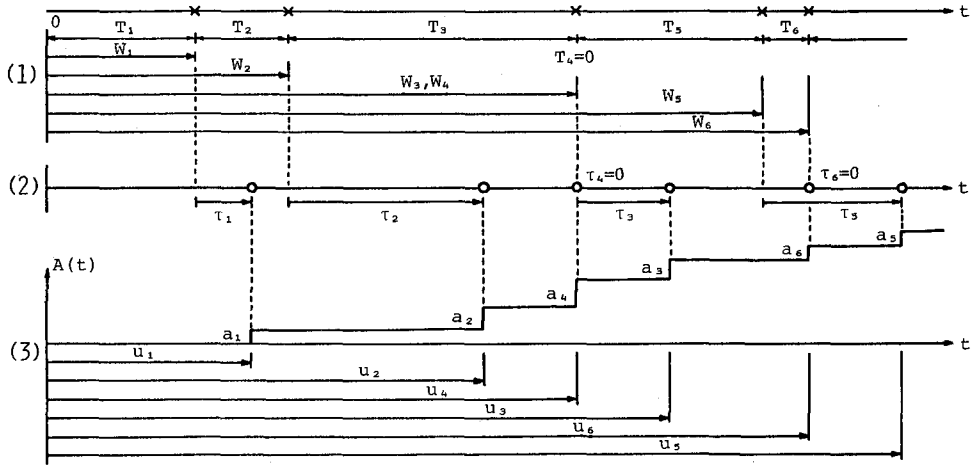


図2 復旧過程の基本パターンA

間が0であったことを意味している。それぞれのリンクがsourceまで連結されると、そのリンクの右端ノードに連結されたサブシステムの復旧作業が開始される。図2の(2)は各サブシステムの復旧に要する時間 $\tau_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )が示されている。不確定性より $\tau_i$ も確率変数とする。図2の(3)はシステムの機能の復旧過程 $A(t)$ が示されている。 $A(t)$ は地震後の経過時刻 $t$ において水の供給を受けられる人口を示すものであり、時間 $t$ の増加関数となる。全域の復旧が完了したとき、 $A(t)$ は地震前の全給水人口に収斂する。 $a_i$ は各サブシステムの重み係数(サブシステムの給水人口)であり、 $u_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )は $i$ 番目のサブシステムがsourceに連結されるまでに要する経過時間である。たとえば $u_3$ 時間経過した段階ではサブシステムの1, 2, 4, 3の復旧が機能的に復旧した(給水が再開)ことになり、復旧のレベルは全給水人口に対する比率を用いて $(a_1 + a_2 + a_4 + a_3) / \sum_{i=1}^N a_i$ で表わすことができる。

以上より

$$u_i = W_i + \tau_i \quad (2)$$

$$A(t) = \sum_{i=1}^N a_i U(t - u_i) \quad (3)$$

と表わすことができる。ここで $U(\cdot)$ はunit step functionである。

さて、 $T_i$ と $\tau_i$ が確率変数のときに(1)~(3)式で表わされる諸量の確率に関する理論式は次のようにして誘導される。

被害がリンク延長に沿ってポアソン分布にしたがって発生するものとすれば、 $i$ 番目リンクの被害率を $\lambda_i$ 箇所/km, 全長を $l_i$ として、 $i$ 番目リンクの被害箇所数 $N_i$ が $n$ 個となる確率は

$$\text{Prob}\{N_i = n\} = \frac{(\lambda_i l_i)^n}{n!} e^{-\lambda_i l_i} \quad (4)$$

故に、 $i$ 番目リンクの非破壊確率は

$$\text{Prob}\{N_i = 0\} = e^{-\lambda_i l_i} \quad (= P_{si}) \quad (5)$$

破壊確率は

$$\text{Prob}\{N_i > 0\} = 1 - e^{-\lambda_i l_i} \quad (= P_{fi}) \quad (6)$$

ここでは(6)式に示すように少なくとも1箇所以上の破壊があればその個数によりリンクは破壊したものと扱うことにする。

(5), (6)式から、 $i$ 番目リンクの復旧に要する時間 $T_i$ に関して

$$\text{Prob}\{T_i = 0\} = P_{si} = e^{-\lambda_i l_i} \quad (7)$$

$$\text{Prob}\{T_i > 0\} = P_{ji} = 1 - e^{-\lambda_i l_i} \quad (8)$$

が成立つ。

次に復旧時間が  $T_i \leq x$  となる確率は

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{T_i \leq x\} &= \text{Prob}\{(T_i = 0) \cup (0 < T_i \leq x)\} \\ &= \text{Prob}\{T_i = 0\} + \text{Prob}\{T_i > 0\} \text{Prob}\{T_i \leq x / T_i > 0\} \end{aligned}$$

したがって、 $T_i$  が 0 でないという条件付の確率分布関数  $F_{T_i/T_i > 0}(x)$  を用いれば、上式から  $T_i$  の確率分布関数は

$$F_{T_i}(x) = e^{-\lambda_i l_i} U(x) + (1 - e^{-\lambda_i l_i}) F_{T_i/T_i > 0}(x) \quad (9)$$

$T_i$  の確率密度関数は

$$f_{T_i}(x) = \frac{dF_{T_i}(x)}{dx} = e^{-\lambda_i l_i} \delta(x) + (1 - e^{-\lambda_i l_i}) f_{T_i/T_i > 0}(x) \quad (10)$$

注目した  $i$  番目リンクが source に連結されるまでに要する時間  $W_i$  の確率密度関数は(1)式と(10)式より、 $f_{T_i}(x)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$  の convolutional 積分として次式で与えられる。

$$f_{W_i}(x) = f_{T_1}(x) * f_{T_2}(x) * \dots * f_{T_i}(x) \quad (11)$$

$W_i$  と  $T_i$  が互に独立であれば、 $W_i$  の確率密度関数は(2)式より

$$f_{W_i}(x) = \int_0^x f_{W_i}(x-y) f_{T_i}(y) dy \quad (12)$$

ここで  $f_{T_i}(y)$  は  $T_i$  の確率密度関数であり、ポアソン分布を仮定すれば  $T_i$  と同様の形で与えられる。

復旧過程  $A(t)$  の期待値は(3)式と(12)式より

$$E[A(t)] = \sum_{i=1}^N a_i \int_{-\infty}^t U(t-x) f_{W_i}(x) dx = \sum_{i=1}^N a_i \int_0^t f_{W_i}(x) dx \quad (13)$$

### (6). 同時復旧 (基本パターン B)

十分な機材と作業員が確保されている場合には出来るだけ早く復旧を完了させるためにも主要幹線の復旧作業は同次に開始される。図3は同時復旧の基本パターンBによる復旧過程の1サンプルを示したものである。この場合には同時に復旧作業を開始するから、各リンクが source に連結されるまでに要する経過時間  $W_i$  は  $i$  番目リンクよりも source に近い位置にある全てのリンクが復旧していることが前提となるので

$$W_i = \max\{T_1, T_2, \dots, T_i\} \quad (14)$$

となる。

したがって、 $W_i$  の確率分布関数は

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{W_i \leq x\} &= \text{Prob}\{\max\{T_1, T_2, \dots, T_i\} \leq x\} \\ &= \text{Prob}\{(T_1 \leq x) \cap (T_2 \leq x) \cap \dots \cap (T_i \leq x)\} \\ &= \text{Prob}(T_1 \leq x) \text{Prob}(T_2 \leq x) \dots \text{Prob}(T_i \leq x) \end{aligned}$$

これより

$$F_{W_i}(x) = F_{T_1}(x) F_{T_2}(x) \dots F_{T_i}(x) \quad (15)$$

故に確率密度関数は

$$f_{W_i}(x) = \frac{dF_{W_i}(x)}{dx} \quad (16)$$

順次復旧の(1)式および(11)式以外の関係式は全て同次復旧の場合にも成立する。

### 3. 例題

例題としてN市の上水道埋設管システムを解析した。図4がそのシステムをモデル化したものであり、1つの水源から2つの幹線(aルート, bルート)を通して送水され、サブシステムの給水人口をまかなっているものとした。また、aルートは3つのリンクからなる基本システムであり、bルートは2つのリンクから構成されている。地震時の被害率、復旧率は表1のように想定した。aルートおよびbルートのリンク1にはサブシステムが連結されていない。そしてaルートでは2つのサブシステムを有し、bルートでは1つのサブシステムが連結されている。サブシステムの給水人口、被害率、復旧率も表に示してある。

表1 データ

a: route	管長 \$l_i\$ (km)	被害率 \$v_i\$ (個/km)	復旧率 \$\lambda_i\$ (1/日)	給水人口 \$a_i\$ (人)	被害率 \$y_i\$ (個/km)	復旧率 \$\rho_i\$ (1/日)
1	1.5	3.6	1/3	0	-	-
2	2.0	\$\infty\$	1/7	30000	\$\infty\$	1/5
3	1.2	2.1	1/4	60000	\$\infty\$	1/5
b: route						
1	1.9	1.6	1/2	0	-	-
2	1.9	1.6	1/3	30000	\$\infty\$	1/5

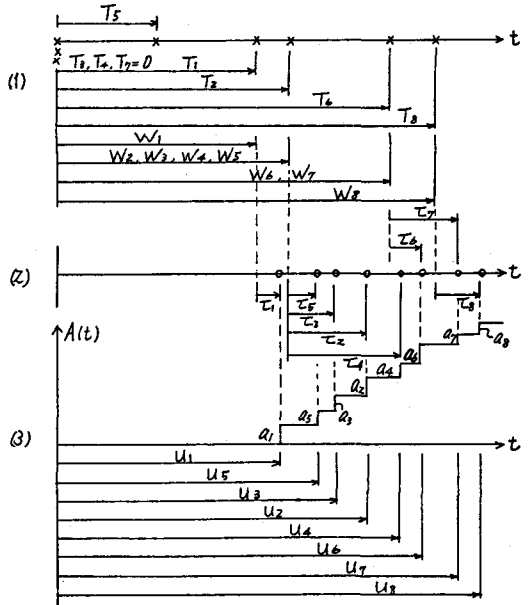


図3 復旧過程の基本パターンB

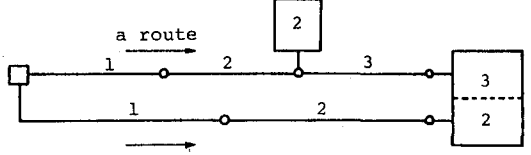


図4 上水道埋設管システム

解析には各リンクおよびサブシステムの復旧時間 \$T\_i, \tau\_i\$ の条件付確率密度関数が復旧率一定 \$\lambda\_i, \rho\_i\$ の指数分布で与えられるとして

$$f_{T_i/T_i > 0}(x) = \lambda_i e^{-\lambda_i x}, \quad f_{\tau_i/\tau_i > 0}(x) = \rho_i e^{-\rho_i x} \quad (17), (18)$$

とした。これより \$T\_i\$ と \$\tau\_i\$ の確率密度関数は(10)式に上式を代入して

$$f_{T_i}(x) = e^{-\lambda_i d_i} \delta(x) + (1 - e^{-\lambda_i d_i}) \lambda_i e^{-\lambda_i x}, \quad f_{\tau_i}(x) = e^{-\rho_i d_i} \delta(x) + (1 - e^{-\rho_i d_i}) \rho_i e^{-\rho_i x} \quad (19), (20)$$

となる。但し \$d\_i\$ はサブシステムの延長距離である。

(19), (20)式を採用し、前節の理論式により復旧過程の予測計算を行った。図5~7は順次復旧の戦略による復旧の解析結果をまとめたものである。図5で \$E[W\_i], \sigma\_{W\_i}^2\$ は(1)式と(19)式を用いて次のように求めた。

$$E[W_i] = \sum_{j=1}^i E[T_j] = \sum_{j=1}^i (1 - e^{-\lambda_j d_j}) \frac{1}{\lambda_j}, \quad \sigma_{W_i}^2 = \sum_{j=1}^i (1 - e^{-2\lambda_j d_j}) \frac{1}{\lambda_j^2} \quad (21), (22)$$

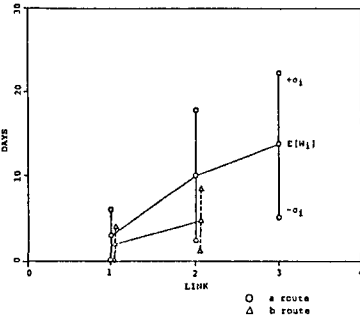


図5 \$M\_1\$ (PATTERN A)

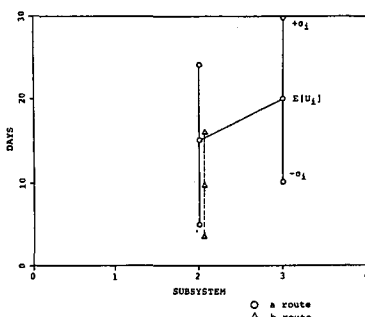


図6 \$U\_1\$ (PATTERN A)

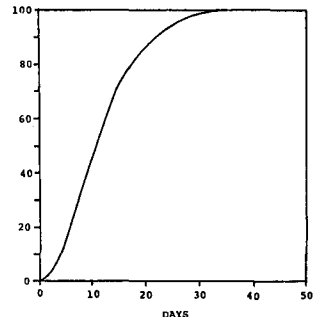


図7 EXPECTATION A(T) (PATTERN A)