(39) 信頼性理論に基づく構造物の設計用地震荷重の決定法

鳥取大学工学部　正会員　○白木　渡
鳥取大学工学部　正会員　　高岡宣善

1．まえがき　不規則過程である地震動によって構造物が受ける荷重，すなわち地震荷重はやはり不規則過程である。構造物の耐震設計を行なう際には，この不規則過程である地震荷重をいかに合理的に評価して設計用地震荷重を決定するかということが重要な問題である。本研究は，地震荷重の不規則性およびその作用を受ける構造物の信頼性を不規則過程の超過の理論を用いて合理的に評価することによって，構造物の設計用地震荷重を決定する方法を示すものである。解析例としては，1自由度および2自由度完全弾塑性構造物に，正規定常不規則過程でモデル化した地動加速度過程が作用する場合を考える。

2．設計用地震荷重　構造物の耐震設計において，設計用地震荷重を定めるには，まず構造物に作用する地震荷重の定め方が問題となるが，現在行われている構造物の耐震設計においては，多くの場合本来動的に作用する地震荷重を等価な準静的荷重，すなわちその地震作用によって引き起された構造物の絶対応答加速度過程の最大値に，その構造物の質量をかけた静的な慣性力におきかえて計算する方法がとられている。そして，地震荷重は地震動によって引き起される構造物の絶対応答加速度過程の最大値で定義されている。本研究においても，地震荷重を上述のような準静的荷重で示すものとし，その定義も上述の定義を用いるものとする。上述のような地震荷重の表わし方についてこれまで用いられている方法としては，震度法と修正震度法の2つがある[1]。震動法は，構造物の固有周期が非常に短い場合，地動加速度過程$a(t)$による構造物の相対応答変位過程$x(t)$を無視することができるものとして，その構造物をほぼ剛体とみなし，地震動による地動加速度過程$a(t)$と構造物の絶対応答加速度過程$\ddot{z}(t)=\ddot{x}(t)+a(t)$は同じであるとして地震荷重$w$を$w=\{a(t)\}_{max}$と定める方法で，これまでの耐震設計によく用いられている方法である。しかしながら，今日では構造物の大型化などから構造物の固有周期が大きくなり，地動加速度過程に対する構造物の相対応答変位を無視することができなくなり，震度法をそのまま用いることが不適当となっている。そこで，「一つの地震動に対する構造物の絶対加速度応答スペクトル値は，構造物の固有周期に支配されている」というHousnerの指摘に従って，構造物の応答を考慮した方法が考えられている。これが修正震度法とよばれるもので，1自由度の構造モデルを用いて構造物の固有周期ごとに地動加速度過程の最大値に対する構造物の絶対応答加速度過程の最大値の倍率βを求めることによって，構造物の絶対応答加速度過程の最大値として地震荷重wを$w=\beta\{a(t)\}_{max}$として表わす方法である。なお，現行の耐震設計示方書[2),3)]によれば，強震観測から，地動加速度過程はその水平加速度の最大値と鉛直方向の最大値とがほぼ同時に生ずる機会は少なく，また鉛直加速度の最大値は水平加速度の最大値の半分以下であることが確認されているから，上述の地動加速度過程$a(t)$の鉛直方向については考慮しなくてもよいとしている。したがって，本研究においても地震動による地動加速度過程は水平方向についてのみ取り扱うものとする。さて，構造物の設計用地震荷重は，その構造物が受けるであろう上述の地震荷重の最大値で定義されるものである。しかしながら，地震動そのものが不規則変動量であるから，前もって地震荷重の最大値を評価するには何らかの方法が必要である。このことに関しては，例えば現行の耐震設計示方書[2),3)]においては，まず従来からの慣行と経験上の事実を総合したものから，当該地域の最大地動加速度a_*を次式(1)で表わし，つぎに構造物の非減衰の固有周期がT_0のときの減衰定数γ_0を式(2)として，修正震度法におけるβの値をわが国で観測された強震記録のうちの観測地点の地盤を考慮した44成分の地動加速度記録から求め，その値を地盤条件別に平均した値を用いて，修正震度法における設計用地震荷重w_*を式(3)として表わしている。ただし，式(1)にお

$$a_* = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot a_0 \tag{1}$$

$$\gamma_0 = \begin{cases} 0.02/T_0 & (T_0 \leq 1\ sec) \\ 0.02 & (T_0 \geq 1\ sec) \end{cases} \tag{2}$$

$$w_* = \beta a_* \tag{3}$$

けるa_0は大地震が起る可能性の高い地域の標準的な地盤における最大地動加速度で0.2g(g:重力加速度)で，α_1, α_2はそれぞれ当該地域の地域，地盤にかかわる係数であり，標準の条件に合わないものはこれらによって補正する。このような設計用地震荷重の決定法は一義的で単純明確なものであるが，地震動は本来時間的に不規則に変動する不規則過程であるから，絶対的なものではない。そこで本研究では，地震動によって構造物が受ける地震荷重の最大値およびその作用を受ける構造物の信頼性を不規則過程論を用いて合理的に評価することによって，設計用地震荷重w_*を決定しようとするものである。

3. 信頼性理論に基づく耐震設計法

耐震設計における確率統計理論の適用に関してはこれまでにも多くの試みがなされ[4),5)]現行の耐震設計示方書[2),3)]にもとり入れられているが，構造物の信頼性までも評価して耐震設計を行おうとする試みは少ない。しかし，最近この試みに関する有効な指標をB.B.Болотин[6)]が与えている。ここでは，その手法をもとに信頼性理論に基づく耐震設計法について述べる。まず全体の地震動に対する設計用地震荷重g_*(いろんなパラメータで示されるベクトル)で設計された構造物の信頼性について考える。時間区間$[0,t]$において，この構造物の信頼性の指標を信頼度関数$R(t|g_*)$という形で示すと，この$R(t|g_*)$は時間区間$[0,t]$内の任意の時点θにおける構造物の状態を表わす品質ベクトル$v(\theta|g_*)$が，許容領域$\Omega(g_*)$内で作動する確率で式(4)で示される。次に，個々の地震動に対する設計用地震荷重g_*で設計された構造物の信頼性について考える。個々の地震動について考えるには，まず当該地域におけるすべての地震動を階級$Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$に分割して(この階級分けには例えば客観的な数値で示されるマグニチュード，震央距離などを利用する)，それぞれの階級の地震動について考えればよい。ここで，地震動を継続時間とか卓越振動数といったパラメータで表わし，これらのパラメータをベクトルSで表わすことにする。このベクトルSで表わされる地震動に対する構造物の信頼度関数を$R(S|g_*)$とすれば，階級Y_kの地震動に対するこの構造物の信頼度関数は式(5)で示される。式(5)において，$p(s)$はベクトルSの確率密度関数である。さて，式(4)で示す地震動全体の系列に対する$R(t|g_*)$は，時間区間$[0,t]$において階級Y_kの地震動がn回発生する確率を$P_n(Y_k,t)$とすれば，この$P_n(Y_k,t)$と式(5)で示される$R(Y_k|g_*)$を用いて式(6)で表わせる。ただし，この場合すべての地震動の発生は互いに独立な事象であり，また各地震動が発生した後で損傷の蓄積は生じないものと仮定している。ここで，さらに各階級の地震動の系列を互いに独立なポアソン事象と考えることにすれば，$P_n(Y_k,t)$は式(7)で表わすことができ，式(6)は式(8)となる。式(7),(8)におけるν_kは当該地域における階級Y_kの地震動の単位時間当りの発生回数であり，$\nu_k t$は時間区間$[0,t]$における階級Y_kの地震動の平均発生回数である。また，ν_kの逆数は地震動Y_kの平均再現期間である。さて，耐用期間Tの終点において，構造物の信頼度関数の値はその規定値R_*の値に等しいという条件式$R(T|g_*)=R_*$から，耐震設計における設計用地震荷重g_*は式(9)によって求めることができる。もし，ベクトルg_*が一次元であるならばその値は式(9)から一義的に定まる。しかしながら，「一般的にいって多くの成分から成り立っている設計用地震荷重は一義的には決定されない」という事実から，ベクトルg_*は式(9)から一義的には定まらない。この非一義性を追い出すための一つの方法としては最適化に関する手法[7)]があげられる。例えば，構造物の効用関数$U(t)$の期待値を最大にするという条件式(10)を用いれば，ベクトルg_*を一義的に定めることができる。

$$R(t|g_*) = \mathbf{P}\left\{v(\theta|g_*) \in \Omega(g_*) : \theta \in [0,t]\right\} \tag{4}$$

$$R(Y_k|g_*) = \frac{\int_{s\in Y_k} R(s|g_*)p(s)ds}{\int_{s\in Y_k} p(s)ds} \tag{5}$$

$$R(t|g_*) = \prod_{k=1}^{m}\sum_{n=0}^{\infty} R^n(Y_k|g_*)P_n(Y_k,t) \tag{6}$$

$$P_n(Y_k,t) = \frac{(\nu_k t)^n}{n!}\exp(-\nu_k t),\quad n=0,1,2,\cdots \tag{7}$$

$$R(t|g_*) = \exp\left[-t\sum_{k=1}^{m}\nu_k\left\{1-R(Y_k|g_*)\right\}\right] \tag{8}$$

$$R_* = \exp\left[-T\sum_{k=1}^{m}\nu_k\left\{1-R(Y_k|g_*)\right\}\right] \tag{9}$$

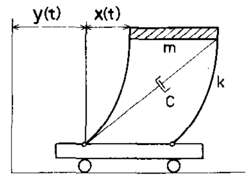
$$\mathbf{E}[U(T)] \longrightarrow \max_{g_*} \tag{10}$$

4. 信頼性理論に基づく構造物の設計用地震荷重の決定法

(1) 1自由度構造モデルの場合

前章で示した手法を用いて設計用地震荷重の決定を行なう。最も簡単な例

としてよく用いられる1自由度構造モデル（図-1参照）に地震動による地動加速度過程$a(t)=\ddot{y}(t)$が作用する場合を考える。この場合の運動方程式は式(11)となる。式(11)において，$x(t)$は構造物の相対応答変位，ω_0, γ_0はそれぞれ構造物の非減衰の固有円振動数および減衰定数で式(12)で示される。式(12)において，mは質点の質量，kはバネ定数，cは粘性係数である。さて，式(11)で示される運動方程式により構造物の応答を評価して設計用地震荷重を決定するのであるが，そのためには当該地域の地動加速度過程$a(t)$の確率的評価を行なわなければならない。しかしながら，時間領域における$a(t)$の変動は，非定常不規則過程であると考えられ，実際の地震記録からそれを評価することは一般的に困難である。ところが，その主要動の部分（その部分の継続時間をτ_aとする）は，期待値$\bar{a}=0$および自己相関関数$K_a(\tau)$を有する定常不規則過程の一部分であると考えられる。ここでは，それを正規定常過程であるとし，その自己相関関数としては，式(13)で示されるものを用いる[8]。これは，定常地動加速度過程を2次の線型フィルターによって沪波された白色雑音過程でシミュレートすることによって得られたものである。式(13)において，I_0は白色雑音の強さ定数，ω_f, γ_fはそれぞれ線型フィルターの非減衰の固有円振動数および減衰定数，$\omega_{fd}=\omega_f\sqrt{1-\gamma_f^2}$, $\tau=t_2-t_1$である。式(13)におけるフィルターのパラメータγ_f, ω_fの値は，式(13)の自己相関関数と実際の地震記録から計算される地動加速度過程の瞬間の自己相関関数とを比較して決定される。文献8)ではTAFTとEL CENTROの2つの地震記録と比較してγ_fとω_fを求め式(14)のように定めている。また，式(13)で定義される自己相関関数をもつ$a(t)$のスペクトル密度$S_a(\omega)$は，Wiener-Khintchineの定理により式(15)で表わされる。式(15)においてσ_a^2は$a(t)$の分散である。図-1の構造物に上述のような確率特性を有する地動加速度$a(t)$が作用する場合の応答$x(t)$のうちτ_aの部分は，その過渡時間がτ_aに比べて小さいならば，期待値$\bar{x}=0$，分散σ_x^2を有する正規定常過程の一部分であると考えられる。この分散σ_x^2は，$\gamma_0^2 \ll 1$のときには式(16)で与えられる。いま，与えられた加速度過程を有する水平方向の準静的荷重に対して構造物を設計するものとしよう。系が式(11)の振動を有する際には，対応する荷重は，構造物の絶対応答加速度過程$\ddot{z}(t)=\ddot{x}(t)+a(t)$の最大値$|\ddot{z}(t)|=\omega_0^2|x(t)|/(1-4\gamma_0^2)$によって決定できる。また，大地震動に対する構造物の実際の設計計算では，大きな塑性変形を許すことにしている。したがって，ここでも構造物は弾塑性応答するものと考える。弾性系の応答から対応する弾塑性系の応答への換算は，通常$\mu>1$なる塑性率[9]を用いて行なう。この点を考慮すると，構造物の許容領域Ωは式(17)となる。式(17)におけるw_*が求める設計用地震荷重である。さて，階級Y_kの地震動に対するこの場合の構造物の信頼度$R(Y_k|w_*)$は，式(16)で与えられる分散σ_x^2を有する期待値$\bar{x}=0$の正規定常不規則過程$x(t)$が式(17)で示される許容領域を超過しない確率として示されるので，周知のまれな事象の超過の近似公式[9]より，式(18)となる。この式(18)を式(9)に代入することによって，設計用地震荷重w_*を構造物のパラメータ$(\mu, \omega_0, \gamma_0)$，階級$Y_k$の地動パラメータ$(\nu_k, \tau_{ak}, \sigma_{ak}^2; \gamma_f, \omega_f)$，構造物の耐用期間$T$および構造物の信頼度の規定値$R_*$の関数として，式(19)で定めることができる。特別な場合として，$m=1$すなわち強震の地震動に対する部分について考えて見る。この場合，式(19)は容易に解けて式(20)のようになる。さて，耐震設計における設計用地震荷重w_*は，通常その地域の最大地動加速度a_*に対する倍率βを用いて表わされる（式(3)参照[2,3]）。このa_*は当該地域に対して現存するすべての記録のうちの絶対最大地動加速度と考えられる。こ



図－1

$$\ddot{x}(t)+2\gamma_0\omega_0\dot{x}(t)+\omega_0^2x(t)=-a(t) \tag{11}$$

$$\omega_0=\sqrt{k/m}\ ,\quad \gamma_0=c/(2m\omega_0) \tag{12}$$

$$K_a(\tau)=\frac{I_0}{4\omega_f^3\gamma_f}e^{-\gamma_f\omega_f|\tau|}\left(\cos\omega_{fd}\tau+\frac{\gamma_f}{\sqrt{1-\gamma_f^2}}\sin\omega_{fd}|\tau|\right) \tag{13}$$

$$0.5<\gamma_f<0.6\ ,\quad 8\pi<\omega_f<10\pi\ \text{rad/sec} \tag{14}$$

$$S_a(\omega)=\frac{2\sigma_a^2}{\pi}\cdot\frac{\gamma_f\omega_f^3}{(\omega_f^2-\omega^2)^2+4\gamma_f^2\omega_f^2\omega^2} \tag{15}$$

$$\sigma_x^2=\pi S_a(\omega)/(2\gamma_0\omega_0^3) \tag{16}$$

$$\Omega=\left\{x(t):\ \frac{\omega_0^2}{1-4\gamma_0^2}|x(t)|<\mu w_*\right\} \tag{17}$$

$$R(Y_k|w_*)=\exp\left[-\frac{\omega_0\tau_{ak}}{\pi}\exp\left\{-\frac{\mu^2w_*^2(1-4\gamma_0^2)^2}{2\omega_0^4\sigma_{xk}^2}\right\}\right] \tag{18}$$

$$R_*=\exp\left\{-T\sum_{k=1}^{m}\nu_k\left[1-\exp\left\{-\frac{\omega_0\tau_{ak}}{\pi}\exp\left(-\frac{\mu^2w_*^2(1-4\gamma_0^2)^2}{2\omega_0^4\sigma_{xk}^2}\right)\right\}\right]\right\} \tag{19}$$

$$w_*=\frac{\omega_0^2\sigma_{x1}}{(1-4\gamma_0^2)\mu}\sqrt{2\ln\left[-\frac{\omega_0\tau_{a1}}{\pi\ln\left(1+\frac{\ln R_*}{\nu_1T}\right)}\right]} \tag{20}$$

こではこのa_*に確率論的解釈を付けるために，時間長τ_{a1}を有する正規定常過程$a(t)$の一部分について考える。不等式$a(t)<a_*$が時間長τ_{a1}において満たされなくなる回数の期待値は，Riceの公式より式(21)

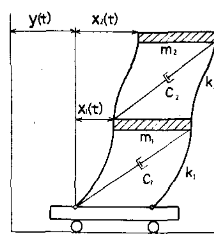
$$N\{|a(t)|\geq a_*\}=\frac{\omega_e\tau_{a1}}{\pi}\exp\left(-\frac{a_*}{2\sigma_a^2}\right) \qquad (21)$$

$$a_*=\sigma_a\sqrt{2\ln(\omega_e\tau_{a1}/\pi)} \qquad (22)$$

となる。式(21)において，ω_eは$a(t)$のみかけの振動数である。a_*の定義より$N\{|a(t)|\geq a_*\}=1$となるから，a_*は式(22)によって表わされる。先に仮定した$a(t)$の自己相関関数の式(13)から$\omega_e=\omega_f$となるので，設計用地震荷重w_*の最大地動加速度a_*に対する倍率βは式(23)のように表わす

$$\beta=\frac{w_*}{a_*}=\frac{1}{(1-4\gamma_0^2)\mu}\sqrt{\frac{\omega_0}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_f\omega_f^3}{(\omega_0^2-\omega_f^2)^2+4\gamma_f^2\omega_f^2\omega_0^2}\cdot\ln\left\{-\frac{\omega_0\tau_{a1}}{\pi\ln\left(1+\frac{\ln R_*}{\nu_1 T}\right)}\right\}}\left(\ln\frac{\omega_f\tau_{a1}}{\pi}\right)^{-1} \qquad (23)$$

ことができる。この式(23)は現行の設計示方書[2),3)]で用いられる修正震度法の設計用地震荷重を与える式(3)の倍率βに対応するものであるが，ここで特記すべきことは，式(23)で与えられるβは構造物および地震動のパラメータ，構造物の耐用期間および信頼度の規定値の関数で表記されているということである。



図－2

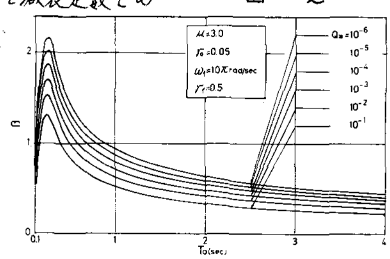
(2) 2自由度構造モデルの場合　図-2に示す2自由度の構造モデルに前節で示した確率特性値を有する地動加速度過程が作用する場合を考える。この場合，質点m_1，m_2の相対応答変位過程$x_1(t)$，$x_2(t)$を$x_i(t)=\sum_{\ell=1}^{2}A_i^{(\ell)}f_\ell q_\ell(t)\ (i=1,2)$（$A_i^{(\ell)}$：$\ell$次規準振動の振幅；$f_\ell$：定数；$q_\ell(t)$：未定関数）で与えることにより，前節の1自由度構造モデルの場合と同様にして，$x_1(t)$，$x_2(t)$を評価することができ，この場合の構造物の許容領域Ωは，$\Omega=\{\eta(t):\sum_{\ell=1}^{2}f_\ell A_i^{(\ell)}\frac{\omega_\ell^2}{1-4\gamma_\ell^2}|q_\ell(t)|<\mu w_{i*};\ i=1,2\}$となる。ここに，$\omega_\ell$，$\gamma_\ell$は$\ell$次振動の非減衰の固有円振動数と減衰定数である。さらに2次元不規則過程$\eta(t)=\{\sum_{\ell=1}^{2}f_\ell A_1^{(\ell)}\frac{\omega_\ell^2}{1-4\gamma_\ell^2}|q_\ell(t)|,\ \sum_{\ell=1}^{2}f_\ell A_2^{(\ell)}\frac{\omega_\ell^2}{1-4\gamma_\ell^2}|q_\ell(t)|\}$が上述の許容領域$\Omega$を超過する確率を近似公式[7)]で評価し，各質点における信頼度が等しい（$R_{1*}=R_{2*}=R_*/2$）と考えて，各質点における設計用地震荷重w_{1*}，w_{2*}を決定する際の非一義性を追い出せば，この場合も1自由度の場合の式(23)と同様の式が各質点について次式(24)で得られる。

$$\beta_i=\frac{1}{\mu}\sqrt{\sum_{\ell=1}^{2}f_\ell[A_i^{(\ell)}]^2\frac{\omega_\ell}{(1-4\gamma_\ell^2)^2\gamma_\ell}\cdot\frac{\gamma_f\omega_f^3}{(\omega_f^2-\omega_\ell^2)^2+4\gamma_f^2\omega_f^2\omega_\ell^2}\cdot\ln\left[-\frac{\omega_{p_i}\tau_{a1}}{\pi\ln\left(1+\frac{\ln R_{i*}}{\nu_1 T}\right)}\right]}\left(\ln\frac{\omega_f\tau_{a1}}{\pi}\right)^{-1} \qquad (24)$$

$(i=1,2)$

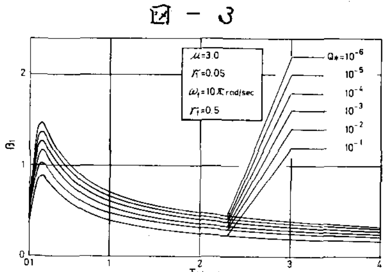
ここに，

$$\omega_{p_i}^2=\sum_{\ell=1}^{2}f_\ell^2[A_i^{(\ell)}]^2\frac{\omega_\ell^6\sigma_{q_\ell}^2}{(1-4\gamma_\ell^2)^2}\Big/\left\{\sum_{\ell=1}^{2}f_\ell^2[A_i^{(\ell)}]^2\frac{\omega_\ell^4\sigma_{q_\ell}^2}{(1-4\gamma_\ell^2)^2}\right\}$$，$\sigma_{q_\ell}^2$：$q_\ell(t)$の分散である。

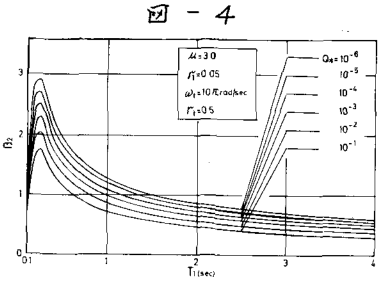


図－3

5. 数値計算例　規定された信頼度のもとでの構造物の設計用地震荷重と構造物および地震動のパラメータとの関係を示すために，式(23)，(24)を用いて数値計算を行った。その一例を図-3,4,5に示す。図-3は1自由度構造モデルの場合のβと構造物の固有周期T_0との関係を$Q_*=1-R_*$をパラメータにとって示した図で，$\gamma_f=0.5$，$\omega_f=10\pi\,\mathrm{rad/sec}$，$\tau_{a1}=10\,\mathrm{sec}$，$\nu_1 T=1$，$\mu=3.0$，$\gamma_0=0.05$とした。図-4,5はそれぞれ2自由度構造モデルの場合のβ_1，β_2と構造物の1次の固有周期T_1との関係を$Q_*=1-R_{1*}=1-R_{2*}$をパラメータにとって示した図で，$m_1=2m_2$，$k_1=2k_2$，$C_1=2C_2$，$\omega_f=10\pi\,\mathrm{rad/sec}$，$\gamma_f=0.5$，$\tau_{a1}=10\,\mathrm{sec}$，$\nu_1 T=1$，$\mu=3.0$，$\gamma_1=0.05$とした。これらの図から明らかなように，規定の破壊確率Q_*を小さくすれば大きなβが必要となることがわかる。このような図を作成しておけば，要求される信頼度を得るための設計用地震荷重の決定が可能となる。



図－4



図－5

1)岡本舜三：地震力を考えた構造物の設計法，オーム社，1979. 2)日本道路協会編：道路橋示方書(V 耐震設計編)・同解説，丸善，1980. 3)建設省：新耐震設計法(案)，土木技術資料，Vol.20，No.4，1978-4. 4)土木学会編：構造物の安全性・信頼性，土木学会，pp.101-116，1976-10. 5)小西一郎編：鋼橋(基礎編II)，丸善，pp.890-904，1977. 6)B.B.Болотин：地震荷重に対する構造物の設計計算，CMPC，No.1，pp.9-14，1980-1. 7)B.П.Чирков：組合せ荷重の計算値の決定法，CMPC，No.3，pp.10-14，1980-7. 8)M.Amin and A.H-S.Ang：Nonstationary Stochastic Model of Earthquake Motions，ASCE，No.EM2，pp.559-583，1968-4. 9)小西一郎・高岡宣善：構造動力学，丸善，1973.