

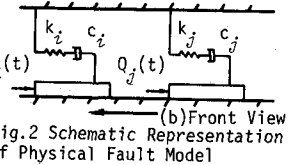
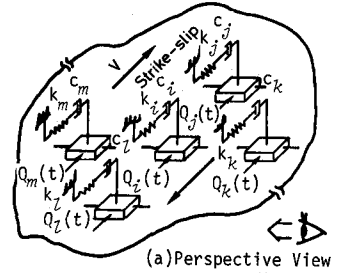
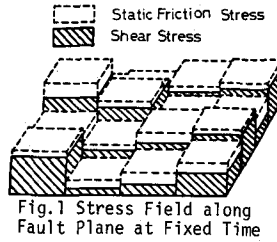
(35) 震源分割モデルを用いたマルコフ型地震発生モデルに関する一考察

京都大学工学部 山田 善一  
 京都大学工学部 野田 茂  
 大阪市役所 ○井下 泰具

1. まえがき 本研究は、断層の力学モデルを設定し、シミュレーション手法によって時間・空間と地震エネルギー間の相互効果を考慮した地震発生過程に関する非ポアソン型挙動を提案したものである。マルコフ理論により、静穏期における応力推移状態を解き、地震生起によるエネルギー解放時の応力の変化と破壊伝播機構を用いて破壊領域の移動を説明した。この手法をモデル化した実断層に應用することにより、耐震設計の重要因子である地震活動度と地震危険度の設定を比較的よく定量的に予測できる可能性のあることを示した。さらに地震発生とその再帰時間の確率分布および断層上での破壊領域の移動などとも従来のポアソン型地震発生モデルをも再検討することにより、時空分布を無視できない記憶型地震発生モデルの重要性を指摘し、より現象に忠実な情報について考察を加えた。

2. 断層破壊過程のモデル化と地震の起り方

大規模地震発生後、断層面上のせん断応力と静的摩擦応力 $\tau_{sf}$ の変化によって応力分布は滑らかとなる。Fig.1のように断層面を多くの不規則な震源要素(総数 $N$ )に分割し、平均応力の $\{\tau(\alpha_i, t)\}$ と $\tau_{sf}(\alpha_i)$ のベクトルは時間 $t$ 、空間 $\alpha_i$ に従属した変量とし、 $\{\tau\} < \{\tau_{sf}\}$ で静穏期、条件 $\tau(\alpha_i, t) \geq \tau_{sf}(\alpha_i)$ で $i$ 要素の破壊を考える。これを力学モデルに置換したのがFig.2であり、本研究では横すべり断層を設定した。せん断応力の変化(相対的なすべりの発生)はプレート運動(速度 $V$ )とクリープ(Maxwell要素 $k_i, c_i$ )を要因とする。これらに応力の再分配項 $Q_{ij}(t)$ を追加して静穏期における断層面上の状態方程式を導いた。破断面 $i$ の



力の釣合式は、 $F_i(t) = k_i \varepsilon_i(t)$ ,  $S_i(t) = F_i(t) + Q_i(t)$  — (1)  
 $\dot{Q}_i(t) = \lambda_i^e \{ S_j(t) + S_k(t) + S_l(t) + S_m(t) - \alpha_i S_i(t) \}$  — (2)

となり、 $Q_i(t)$ は隣接要素との応力差に依存すると考えた(Fig.2参照)。ここに $\varepsilon_i = i$ 要素の相対的なすべり、 $\lambda_i^e =$ 応力平滑化定数、 $\alpha_i = i$ 要素に隣接する要素の総数(ここでは $\alpha_i = 2-4$ )。 $i$ 要素の面積と応力を $A_i$ 、 $\tau_i(t) = S_i(t)/A_i$ とすると、式(1),(2)から以下の微分方程式を得る。 $\{\tau(\alpha_i, t)\} = [A] \{\tau(\alpha_i, t)\} + \text{diag.} \{ \lambda_i^e \} \{\tau_{as}\}$  あるいは

$\dot{\tau}(t) = [A] \tau(t) + \text{diag.} \{ \lambda_i^e \} \tau_{as}$  ;  $\tau(t_0) = \tau_0$  — (3)

ただし、 $[A] = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \lambda_1^e - \lambda_1^e & & & & 0 \\ & \lambda_2^e & \lambda_3^e & -\alpha_2 \lambda_2^e - \lambda_2^e & \lambda_2^e \\ & & \lambda_3^e & -\alpha_3 \lambda_3^e - \lambda_3^e & \lambda_3^e \\ & & & & \dots \\ 0 & & & & -\alpha_N \lambda_N^e - \lambda_N^e \end{bmatrix}$

条件 $\tau_0$ は初期設定し、 $\lambda_i^e = k_i/c_i$ 、 $\tau_{as} = V \cdot c_i/A_i$ とする。式(3)の解は、 $\tau(t) = [T] \text{diag.} \{ e^{b_i(t-t_0)} \} [T]^{-1} \tau_0 + [A] \{ [T] \text{diag.} \{ e^{b_i(t-t_0)} \} [T]^{-1} [I] \} \text{diag.} \{ \lambda_i^e \} \tau_{as} - (4)$

となる。 $[T]$ と $b$ は複素固有値解析を介して求めた $[A]$ の複素モードマトリックスと複素固有値である。式(4)を解き $\tau(\alpha_j, t_1) = \tau_{sf}(\alpha_j)$ で $j$ 要素が地震発生直後の $t_0$ から時刻 $t_1$ で破壊し、要素全体のすべり生起を仮定する。こ

Table 1 Parameters used in Numerical Example

<b>Fault</b>	
Length of fault (km) L	38.17
Width of fault (km) W	7.63
<b>Segment</b>	
Average length of segment(km) $l$	3.00
upper bound, lower bound	6.75, 2.00
Width/length ratio $w/l$	0.5
<b>Initial Stress (bar) <math>\tau_0</math> Or IS</b>	
Average	$0.25 \times 10^3$
upper bound, lower bound	$0.3 \times 10^3, 0.2 \times 10^3$
<b>Static friction Stress (bar) <math>\tau_{sf}</math></b>	
Average	$0.3 \times 10^3$
<b>Stress Drop (bar) <math>\Delta\sigma</math></b>	
Average	$0.6 \times 10^2$
upper bound, lower bound	$0.1 \times 10^3, 0.1 \times 10^2$
<b>Maxwell Element</b>	
C (dyn sec/cm), Var. (dyn sec/cm)	$2.365 \times 10^{26}, 0.1 \times 10^{25}$
K (dyn/cm), Var. (dyn/cm)	$1.5 \times 10^{15}, 0.1 \times 10^{25}$
<b>Rigidity of the medium, (dyn/cm<sup>2</sup>) <math>\mu</math></b>	
Var. (dyn/cm <sup>2</sup> )	$0.1 \times 10^{13}, 0.1 \times 10^{12}$
<b>Fault movement (cm/year)</b>	
r (parameter of rupture propagation)	0.4
<b>Time Intervals (year) <math>\Delta t</math></b>	
Simulation number	10

Table 2 Stress Modes considered in Each Earthquake Pattern

	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
Variance of the Static Friction Stress (bar) $\tau_{sf}$	$0.2 \times 10^2$	$0.2 \times 10^2$	$0.2 \times 10^2$	$0.3 \times 10^2$
$\lambda^z$	$1.5 \times 10^{-10}$	$2.2 \times 10^{-10}$	$3.0 \times 10^{-10}$	$2.2 \times 10^{-10}$

Notation  $\lambda^z$ ; Parameter of Stress Equalization

ここで応力降下 $\Delta\sigma_j$ を生じ、地震波のエネルギーは  

$$\Delta E_j = \frac{1}{2} \{ 2\sigma_{sj}^2 - (\sigma_{sj} - \Delta\sigma_j)^2 \} A_j B_j / 2\mu_j = \Delta\sigma_j (2\sigma_{sj} - \Delta\sigma_j) A_j B_j / 2\mu_j \quad (5)$$
とし、剛性率 $\mu_j$ 、面積 $A_j$ と奥行 $B_j$ （本研究では要素幅 $w_j$ を採用）で決定した。なお地震の効率 $\tau$ を導入し、破壊の伝播過程、応力集中の寄与、破壊応力の再配分を考慮した。線形弾性論より、その表示は

$$\sigma_j(t_i^+) = \sigma_{sj} - \Delta\sigma_j, \quad \sigma_{sj}(t_i^+) = \left\{ \sigma_{sj}^2(t_i^-) + \frac{2\tau\mu_j}{\alpha_j A_j B_j} \Delta E_j \right\}^{1/2} \quad (6)$$

として、破壊前後の時刻 $t_i^-, t_i^+$ 、 $j$ の隣接要素の総数 $\alpha_j$ と要素番号 $s$ により、静穏期における応力の経時変化、応力集中、応力降下を論じた。

非ポアソン型の地震発生状況の検討のため、式(4)の $(t - t_0)$ に破壊生起の評価時点を陽に含めて、過去の地震発生規模と経過時間を解析的に反映させたマルコフ型モデルを導入した。すなわち、 $t - t_0 = t(m) = \{ t(m-1) \cdot (N - \Sigma RUPTURE) + N \cdot \Delta t \} / N \quad (7)$   
 $t(m)$ と $t(m-1)$ は $m$ -step,  $(m-1)$ -stepの時刻、 $\Delta t$  = 時間間隔、 $N$  = 要素総数、 $\Sigma RUPTURE$  = 破壊した要素の総数。これより小規模地震（少数の $\Sigma RUPTURE$ ）が仮に発生しても大規模地震への誘因の可能性は少ない。式(7)は $\Sigma RUPTURE = 0$ 、 $= N$ で各々 $t(m) = t(m-1) + \Delta t$ 、 $t(m) = \Delta t$ を意味する。

地震の活動度は決定論的に予測不可能であり、上記現象における各震源パラメータの決定には不確実性を取り入れてモンテカルロ法によった。不規則な分割要素の幅と長さは上下限、平均値と変動係数を与えたBeta分布よりシミュレートした。ただし今回は分布パラメータ $\beta = 1$ として指数分布を仮定した。応力降下はフォレット境界地震とフォレット内地震で各々30bar, 100bar, 平均で60barと知られており、本研究では上下限値と平均値=60barを既知としBeta分布から決定した。 $\sigma_{sj}$ は上下限値と平均値=300barより一様分布から、要素の初期応力はBeta分布から選んだ。なお $\sigma_{sj}$ の不確実性はモデルの挙動に多大な影響を与えると推察され、以下に考察する。他の震源パラメータ $k, c, \mu$ はある変動幅内で一様分布するとした。式(6)の地震エネルギー $r\Delta E_j$ は隣接要素の応力集中に寄与するので、 $\alpha_j$ 個の乱数を発生させて不規則な変量の割合で配分した。

破断震源面積 $S$ は破壊要素の中で互いに破断面の辺を接するものを1つの地震（幾つかの地震が考えられるならば想定時間間隔を破断面の数で割り、それを指標とする）と考えて計算し、地震規模は求めた $S$ と表面波マグニチュード $M_s$ ,  $M_s$ と地震モーメント $M_0$ の関係（Gellerの相似法則）により決定した。本研究で提示した物理モデルのシミュレーションは文献2)~6)とも調和的であり、マルコフ連鎖による地震生起確率などを用いて将来理論的にその妥当性を検証できよう。

### 3. 仮想断層を用いた地震発生の考察 断層破壊に関する各諸元 [長さ38.17km, 幅7.6km, Max $M_s = 7.0$ (破壊長 $l_p$ と

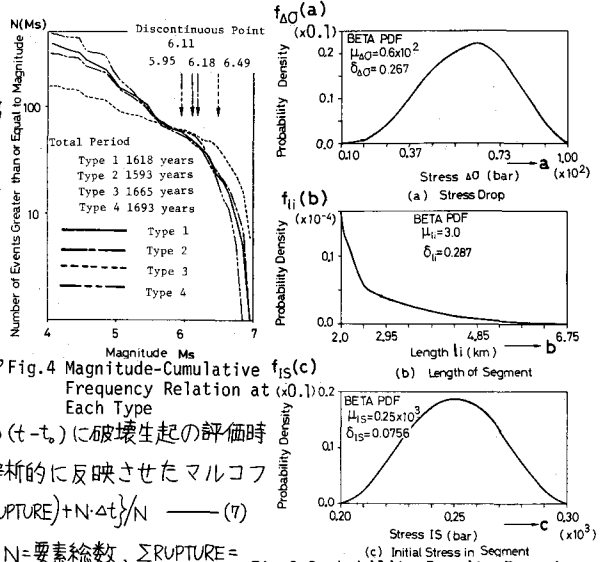


Fig.3 Probability Density Functions of Random Variables  $\Delta\sigma, l, IS$  used in Example

Table 3 Results of Numerical Calculations at Each Type

	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
Total number of Earthquakes	390	309	153	481
Number of Earthquakes greater than M6	52	56	57	51
Max Seismic Moment (dyn cm) (Magnitude)	$0.826 \times 10^{26}$ (6.94)	$0.796 \times 10^{26}$ (6.93)	$0.920 \times 10^{26}$ (6.97)	$0.526 \times 10^{26}$ (6.80)
Mean Seismic Moment (dyn cm) (Magnitude)	$0.419 \times 10^{25}$ (5.73)	$0.534 \times 10^{25}$ (5.83)	$0.146 \times 10^{26}$ (6.27)	$0.293 \times 10^{25}$ (6.80)
COV. of Seismic Moment	2.482	2.180	1.532	2.473
Long-run mean rate of Seismic Moment (dyn cm/year)	$1.010 \times 10^{24}$	$1.036 \times 10^{24}$	$1.343 \times 10^{24}$	$8.327 \times 10^{23}$
Magnitude > 4.0				
Max recurrence time (year)	45.0	42.5	50.0	41.667
Mean recurrence time (year)	4.218	5.142	10.752	3.561
COV. of recurrence time	1.292	1.217	1.188	1.405
Magnitude > 6.0				
Max recurrence time (year)	49.998	54.583	49.993	74.992
Mean recurrence time (year)	32.153	28.705	30.541	32.336
COV. of recurrence time	0.346	0.465	0.389	0.446

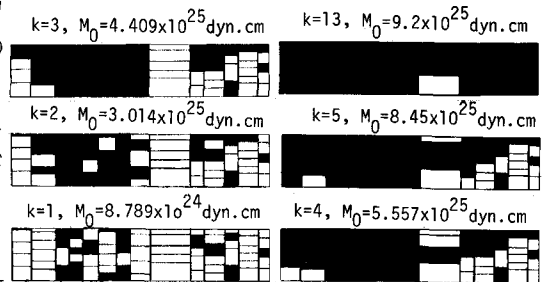


Fig.5 Propagation of Rupture Front on the Fault Plane - Type 3

マグニチュード  $M$  の関係  $M=1.17 \log l_{fr}+5.2$  に  $l_{fr}=38.17$  を代入して  $M=7.05$  で採用した震源域は(妥当)、分割要素の大きさから地震発生規模は3.8~7.0の範囲]はTable 1に、異なるパラメーター(  $\sigma_{sf}$  の分散と  $\lambda_s^e$  )をTable 2のように設定しType 1~4のモデルを想定した。Type 1から3に  $\lambda_s^e$  が大きく、Type 4の  $\lambda_s^e$  はType 2と同一だが  $\sigma_{sf}$  のばらつきを大きくしている。応力降下・要素長・初期応力の確率密度形はFig. 3となる。Table 3は  $\Delta t=5$  年として10回のシミュレーションから得られた各Typeの地震発生数、 $M_0$ と再帰時間の統計量をまとめたものである。

地震の規模別頻度分布を示すFig. 4の矢印は曲線の折れ曲り位置である。巨大地震の発生数が少ないことより上に凸の曲線となり、その傾きはType 4で最も大きくType 3で最も小さい。Fig. 6 Sample Time Histories of Simulated Earthquakes at Each Type 静的摩擦応力  $\sigma_{sf}$  の変動の大きいType 4はType 2に比べて小さな  $M_S$  で曲線の勾配の急変を呈すが、これは茂木の指摘した“媒質の不均一性が大きいほど曲線の折れ曲り位置は小さな  $M_S$  で起こる”ことも調和的である。  $\lambda_s^e$  が大きい(媒質の小さな不均一性)と断層面上の応力の平滑化により小規模地震は起こりにくい。逆に小さな  $\lambda_s^e$  で、大規模な破壊の前に小規模地震が多発する。曲線分岐点の  $M_S$  はType 1, 2, 3の順に大きい。すなわち茂木による(小←媒質の不均一性→大)と本研究の(大←  $\lambda_s^e$  →小)とが物理的に対応している。

Fig. 5は伝播のステップ長を指標にしてType 3の断層面上の破壊領域(黒い部分)の成長を示したもので、“比較的抵抗力の小さい地域での破壊の明如後、破壊応力の増加以上に抵抗力の大きい地域で破壊フロントの拡がり停止する。”これらの結果は大規模地震におけるMultiple shock<sup>5)</sup>とも関連しており、震源過程における安芸らの障害物モデルとも相応じている。

Fig. 6は各Typeにおける地震発生のサンプルの代表例である。Type 4が小規模地震頻発型、Type 3が大規模地震到来型、Type 1と2はその中間型である。Type 2は亀田らの示した双子地震発生の可能性を示唆している。地震発生に密集傾向(特に  $M_S < 5$  以下)があり、中・大地震発生後に静穏期又はすぐに活発期を迎える挙動をよく再現している。

4. 断層への応用 地震発生の時空分布に相関性を導入する必要性のある米国 Hayward-Calaveras 断層の地震活動度を検討してみた(Fig. 7参照)。この地域に

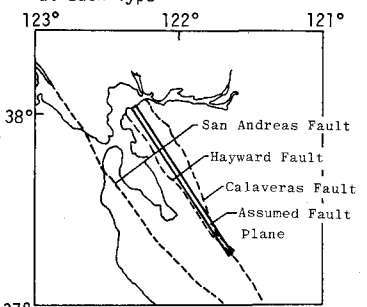
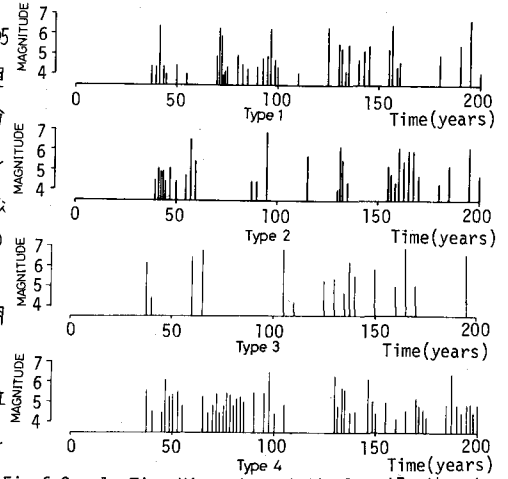


Fig. 7 Map of Assumed Fault Plane

Table 4 Model Parameters specifying Hayward-Calaveras Fault

Fault	
Length of fault (km) L	89.25
Width of fault (km) W	15.0
Segment	
Average length of segment (km) $l$	4.00
upper bound, lower bound (km)	8.00, 3.00
Width/length ratio $w/l$	0.5
Initial Stress (bar) $\tau_0$ or IS	
Average	$0.295 \times 10^3$
upper bound, lower bound	$0.3 \times 10^3, 0.27 \times 10^3$
Static friction Stress (bar) $\tau_{sf}$	
Average, Var.	$0.3 \times 10^3, 0.2 \times 10^2$
Stress Drop (bar) $\Delta\sigma$	
Average	$0.6 \times 10^2$
upper bound, lower bound	$0.1 \times 10^3, 0.1 \times 10^2$
Maxwell Element	
C (dyn sec/cm), Var. (dyn sec/cm)	$1.892 \times 10^{27}, 0.1 \times 10^{25}$
k (dyn/cm), Var. (dyn/cm)	$0.8 \times 10^{15}, 0.1 \times 10^{15}$
Rigidity of the medium (dyn/cm <sup>2</sup> ) $\mu$	$0.1 \times 10^{13}$
Var. (dyn/cm <sup>2</sup> )	$0.1 \times 10^{12}$
Fault movement (cm/year)	
$r$ (parameter of rupture propagation)	1.3
	0.4
	$1.5 \times 10^{-10}$
Time Intervals (year) $\Delta t$	
	5
Simulation number	8

Table 5 Numerical Results

Total number of Earthquakes	213
Number of Earthquakes greater than $M_6$	25
Max Seismic moment (dyn cm)	$0.244 \times 10^{27}$
(Magnitude)	(7.25)
Mean Seismic moment (dyn cm)	$0.853 \times 10^{25}$
(Magnitude)	(6.04)
COV. of Seismic moment	3.479
Long-run mean rate of Seismic moment (dyn cm/year)	$1.387 \times 10^{24}$
Magnitude > 4.3	
Max recurrence time (year)	45.0
Mean recurrence time (year)	6.293
COV. of recurrence time	1.135
Magnitude > 6.0	
Max recurrence time (year)	69.989
Mean recurrence time (year)	46.5
COV. of recurrence time	0.363

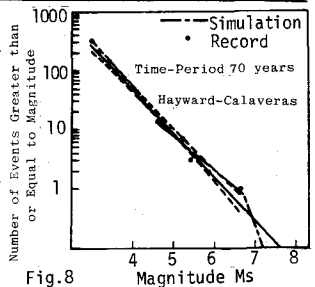


Fig. 8 Magnitude-Cumulative Frequency Relation

はクリープが認められ、小・中規模地震は比較的短い再帰時間で起こる。前記Type 1の挙動と相似性を有するので、 $\lambda_2^0 = 1.5 \times 10^{-5}$ 、 $\sigma_{2\lambda_2}$ の変動 = 20 bar とし、他のパラメーターはTable 4の値を採用した。規定した震源域からMax  $M_S = 7.6$ となり、再帰時間の記録 = 7年より $\lambda_2 = 0.8 \times 10^{15} \text{ dyn/cm}$ とした。Table 5はFig. 7の理想化断層に本解析法を応用した数値計算結果である。同表からMax  $M_S = 7.25$ と $M_S > 4.3$ の再帰時間 = 6.29年であるから、実記録と対応している。

シミュレーション結果と地震記録の規模別頻度分布を比較したのが、Fig. 8である。本結果は $5 < M_S \leq 6.8$ で地震発生数を過大に、 $M_S < 5$  or  $M_S > 6.8$ で過小に評価するが、上に凸な特徴的傾向を示しており総じて両者の対応は良い。Fig. 9と10は各々地震発生と地震モーメントの時系列サンプルの一例であり、工学的に重要でない $M_S < 5$ の地震は含まれていない。

再帰時間の確率分布はFig. 11となる。 $M_S > 4.3$ の地震は指数確率紙上直線(A, B, C)で多段階表示でき、単純ポアソン過程としての直線回帰は破線の0となる。 $\Delta t = 5$ 年の選択と地震発生の密集性のため、小さな再帰時間で平均発生率が非常に大きくなっている。静穏期が5年存在すると、時間経過により地震の再来確率が増している。被害地震( $M_S > 6$ )に着目すると、再帰時間の確率分布は明確な折れ曲りによって2直線で表示される。亀田らによるダブル・ポアソン過程の指摘を再現している。

Fig. 12は10年毎の地震発生数・ $M_0$ の平均値と総期間での平均値の比であり、30~40年の周期で治癒期と静穏期が交互に現れている。ポアソン過程では一定値1.0となる。亀田らも指摘したように、耐用年数の短い構造物の地震荷重の設定には非ポアソン型の特性を反映させる必要性を示している。70, 100, 130年の経過時における断層面上での破壊領域の移動がFig. 13のサンプルからわかる。小規模地震が抵抗力の弱い要素に集中して起こる傾向を示し、茂木の結果“地震の頻発地域で異常に静かな箇所があるとその箇所を埋める形で地震が起こり易い”を再現している。

5. あとがき これまでの結果から、地震発生の時空分布はマルコフ型の挙動を示し、ポアソン型モデルとの相違が明らかになった。

参考文献

1) Geller, R.: BSSA, Vol. 66, No. 5, pp. 1501-1523, 1976. 2) Burridge, R. and L. Knopoff: BSSA, Vol. 57, No. 3, pp. 341-371, 1967. 3) Veneziano, D. and C. A. Cornell: MIT Res. Rept. R74-18, 1974. 4) 大塚道男: 地震, Vol. 24, pp. 13-25, 1971. 地震, Vol. 25, pp. 275-282, 1972. 5) 宮武隆: 地震, Vol. 30, pp. 449-461, 1977. 6) Kiremidjian, A. S. and T. Anagnos: Proc. of 7NCEE, Vol. 1, pp. 355-362, 1980. 7) Nishioka, T. and H. C. Shah: Proc. of JSCE, No. 298, pp. 137-145, 1980-6. 8) Mogi, K.: BERI, Vol. 40, pp. 831-853, 1962. 9) Das, S. and K. Aki: J. of Geophys. Res., Vol. 82, No. 6, pp. 5658-5670, 1977. 10) Kameda, H. and H. Takagi: A paper prepared for Review Meeting of the U.S.-Japan Cooperative Research at Honolulu, Jan. 1981. 11) Proc. of Conf. on Geologic Problems of San Andreas Fault Systems, Stanford Univ. Publ. in the Geol. Sci., Vol. XI, 1968. 12) Kameda, H. and Y. Ozaki: Mem. Fac. Eng., Kyoto Univ., Vol. XLI, Part. 1, pp. 11-35, 1979. 13) Mogi, K.: BERI, Vol. 47, pp. 395-417, 1969.

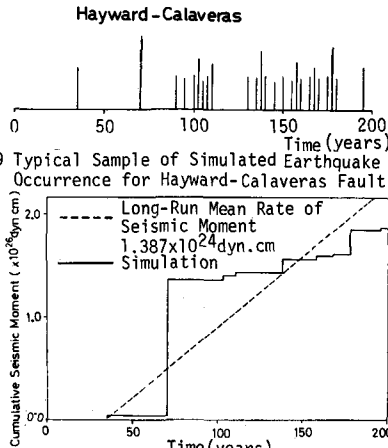


Fig. 9 Typical Sample of Simulated Earthquake Occurrence for Hayward-Calaveras Fault

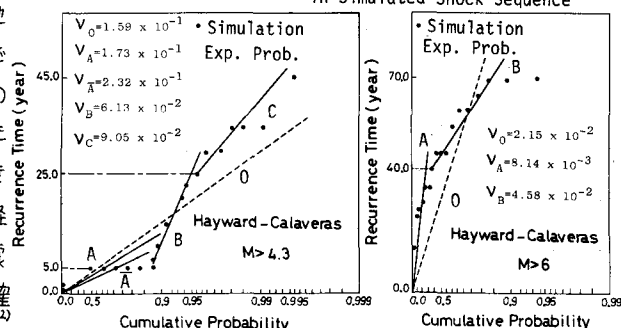


Fig. 11 Recurrence Time Distribution of Simulated Earthquakes

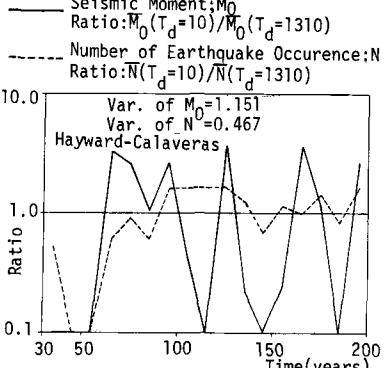


Fig. 12 Time-dependent Sequence for Ratio of  $M_0$  and  $N$   $t=130$  years,  $M_0=5.848 \times 10^{24}$  dyn.cm

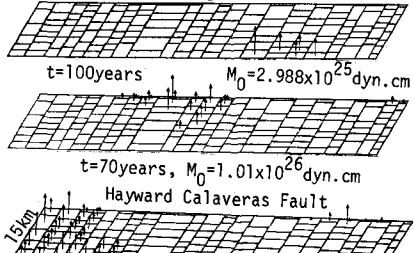


Fig. 13 Space and Time Pattern of Earthquake Shocks: Migration of Seismic Activity