

(33) 地震動の工学的平面分布モデルにおける確率過程理論の応用

宮崎大学, 正, 原田隆典, 米国コロンビア大学 M. Shinozuka

1. まえがき 最近, 地下トンネル, 地下タンクなどの地中構造物の耐震設計を合理的に行なうために, 地震時における地盤変位の水平分布が必要とされ始めている。このような状況に対応し, 各所で地震時の同時観測網が新しく整備され, 実測記録も得られ始めており, これらの記録を解析することにより, 将来, 地震動の平面分布の特性が明らかにされるものと思われる。しかし, 工学的に興味のある強震は希であるので, 強震をとらえた同時記録を多数得るには, 長い年月を要する。一方, 複雑に変わる表層地盤の形体, 土質特性によって反射, 屈折を受けた地震動は複雑となり, 強震時には, 地盤の永久変形を伴う。したがって, 個々の同時観測記録の解析も複雑さを増し, 結果の整理, 蓄積には, 長い時間が必要となる。このようなことから, 著者は, 確率過程理論を援用して, 地盤の変形に敏感な応答特性を示す地中埋設管の過去の震害統計資料から, 地震動の工学的平面分布特性を推定することを試みたので, ここに報告する。

2. 数理モデルの概略 これまでの研究から, 地中埋設管の地震時挙動および震害資料に関して, 不十分ではあるが, 次のようなことが明らかにされている。すなわち, 地中埋設管の挙動は管軸方向地震動の2地点間の相対変位に支配されることおよび管路1 km当りの被害箇所数と地震動強度の統計資料である。この2つの研究成果をもとにして, 以下に述べる手法により, 2地点間の相対変位の特性を推定する。時間を固定して考え, 地震時の地表面の変動状態を平面的に眺めた場合, 管軸方向の埋設管の運動方程式は次のように書ける。

$$-\frac{d^2u}{dz^2} + \beta^2 u = \beta^2 r(x), \quad \beta = \sqrt{\frac{\rho g}{EA}} \quad (1)$$

ここに, u と r は埋設管および地震時の変位で, また, ρ, E, A は地盤のばね, 埋設管のヤング率および断面積である。地震動変位 $r(x)$ を平均値零を持つ場所 x の定常ガウス確率過程と仮定し, 場所 x に関するフーリエ変換から, (1)式はフーリエ領域で次のように書き換えられる。

$$S_u(\omega) = \frac{\beta^4}{(\omega^2 + \beta^2)^2} S_r(\omega) \quad (2)$$

$S(\omega)$ はスペクトル密度関数で, ω は $(\text{メートル})^{-1}$ の次元を持ち波長を L とすると $2\pi/L$ で表わされる。ここで, 確率関数 $r(x)$ の自己相関関数 $R_r(\tau)$ の物理的, 解析的に可能な表現として, 次の関数を仮定する。

$$R_r(\tau) = D^2 e^{-\alpha|\tau|} \left(1 + \alpha|\tau| + \frac{\alpha^2}{3} |\tau|^2\right) \cos \theta \tau \quad (3)$$

D^2 は地震動変位の場所に関する2乗平均値で, α と θ は $(\text{メートル})^{-1}$ の次元をもつパラメータである。(3)式は, 図-2 に示すよ

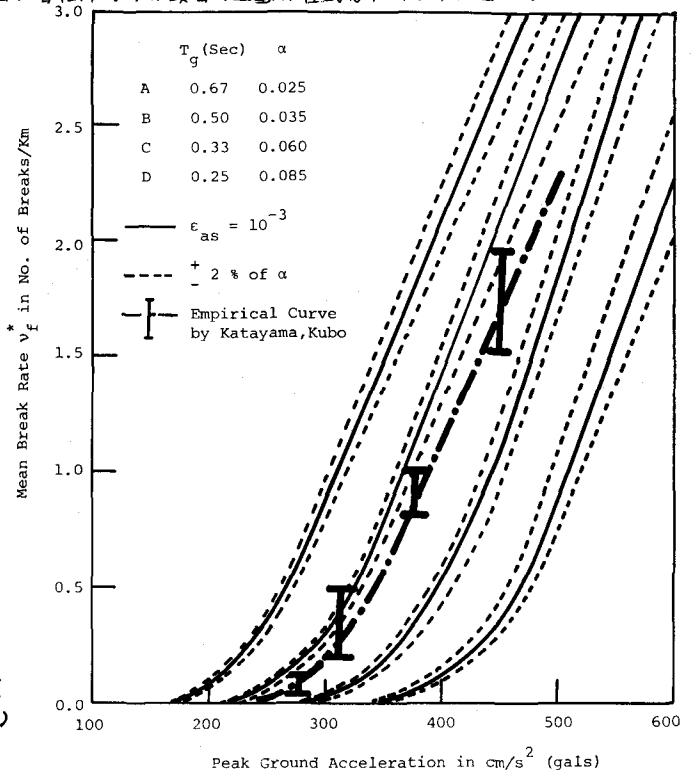


Fig.1 Correlation Between Mean Break Rate and Peak Ground Acceleration

うに、2地点間の距離の増加により2点の間の相関が減少する現象と、波動伝播による相関関数の波状特性を数式化したものである。波状特性は、 $\cos \theta \tau$ の項で表現されているが、現実点では、波動伝播特性に不明確な点が多いので、2地点間の相関の減少という物理的制約のみ考え、 θ は零とする。 $R_r(\tau)$ のフーリエ変換から地震動変位 $\delta(x)$ の場所 x による変動状態(地震波の平面分布特性と呼ぶことにする)を規定するスペクトル密度関数 $S_r(\omega)$ は次式のように求まり、これを図-3に示す。

$$S_r(\omega) = \frac{16D^2}{3\pi\alpha[(\omega/\alpha)^2 + 1]^3} \quad \text{--- (4)}$$

$\omega \geq \alpha$ の領域で $S_r(\omega)$ の値は急速に減少することがわかる。次に、 $R_r(\tau)$ あるいは $S_r(\omega)$ の中に含まれる未知パラメータ α の評価方法を考えよう。Riceの公式[1]と(4)式を使い、更に、フーリエ代数を用い積分を実行することにより、1km当りの埋設管の平均破断箇所数 L_f^* は次のように求めることができる。

$$L_f^* = (10^3/L_e) \exp(-E_{as}^2/2\sigma_e^2)$$

$$L_e = (2\pi/\sqrt{3}\alpha) \sqrt{1+4\alpha/\beta} \quad \text{--- (5)}$$

$$\sigma_e^2 = (D^2/\alpha^3)(1+4\alpha/\beta)/(1+\alpha/\beta)^4$$

$\alpha \ll \beta$ の場合、(5)式は

$$L_f^* = \frac{\sqrt{3} \times 10^3}{2\pi} \alpha \exp\left(-\frac{3E_{as}^2}{2D^2\alpha^2}\right) \text{ (個数/km)} \quad \text{--- (6)}$$

理由は省略するが、普通の上下水導、ガス管に対しては $\alpha \ll \beta$ が成立するため、以後の解析では(6)式を用いる。地震動変位 $\delta(x)$ および加速度 $a(x)$ の場所 x に関する2乗平均値の平方根 D (m)、 A (gal)と $\gamma(x)$ 、 $Q(x)$ の最大値の間に次の関係が成立するものと仮定する。

$$\frac{D}{A} = \frac{\gamma_{max}}{Q_{max}} \quad \text{--- (7)}$$

γ_{max} と Q_{max} は金井博士の研究により[2]地盤の卓越周期 T_g (s)を介して関係が得られているので、この関係と(7)式の仮定を使って、次式が求まる。

$$D = 2.53 \times 10^{-4} T_g^2 A \quad \text{--- (8)}$$

(6)式と(8)式を用いると、埋設管の平均破断箇所数 L_f^*

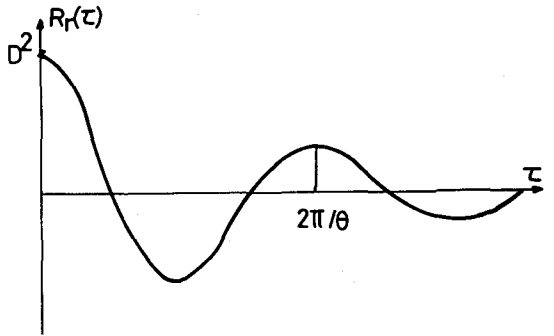


Fig.2 Spatial Autocorrelation Function Given by Eq. (3)

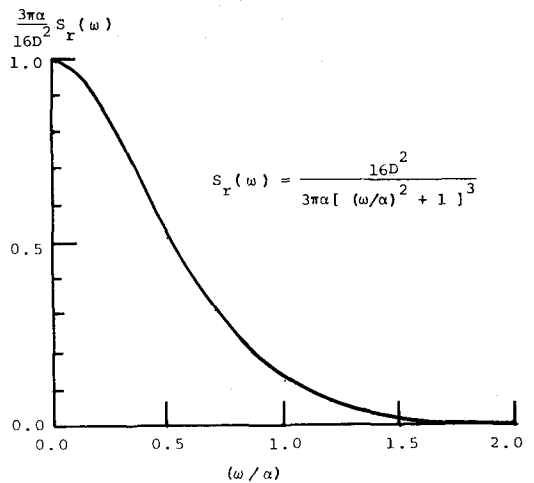


Fig.3 Spatial Spectral Density Function

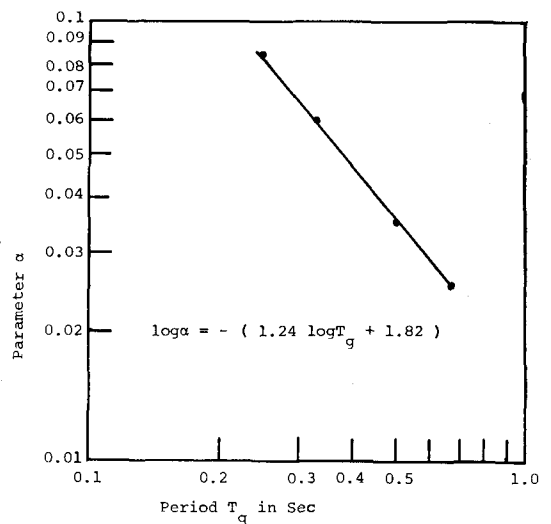


Fig.4 Relationship between the Parameter α and the Predominant Period of the Ground

と加速度の2乗平均平方根A(gal)の関係が得られる。L_gとAの関係式において、4種類(A~D)の地盤および埋設管の地震時破断歪、E₀₂を仮定し、さらに、次のような考察を加えて、未知パラメータを決めると、図-1の実線、破線に示すような関係が得られる。久保、片山博士[3]による埋設管の震害資料(図-1の一点破線)に次のような判断を加えて、視察によりαを決めている。図-1の被害資料の加速度は、墓石転倒率、木造家屋の倒壊率など我が国の震害資料およびサンフェルンド地震の際のロサンゼルス市の構造物被害統計などから推定されたもので、真の意味の最大加速度と見なすよりも、ある地域の最大加速度の平均値と考える方が適当と思われる。したがって、図-1では、埋設管の震害資料の加速度は加速度、Q(x)の場所xに関する2乗平均平方根加速度A(gal)に等しいものと見なしている。また、図-1の震害資料は各種地盤別に得られていないが、軟い地盤条件(AとB)の埋設管被害率は硬い地盤条件(CとD)のそれよりも高いという経験を考慮している。図-1のように求めたαと地盤条件の間には、図-4のような直線関係の成立していることがわかり、この関係は次式で与えられる。

$$\log \alpha = -(1.24 \log T_g + 1.82) \quad \text{---(9)}$$

図-5に地盤条件A~Dに対応するR_r(C)の様子を示す。図-5から、相関係数0.8の相関距離を求めてみると軟い地盤AとBでは約30~50m、硬い地盤CとDでは約15~20mとなり硬い地盤ほど短い距離の間で相関がなくなることが読みとれる。したがって、軟い地盤では、30~50m、硬い地盤では15~20m以上の長辺を持つ構造物の地震応答値には、場所の違いによる地震動の位相、振幅の違い(地震動の平面分布)の影響が含まれると言えよう。

3. 地震動変位γ(x)の標本関数 以上のモデルによると、注目地域の地盤の卓越周期T_g(s)が与えられると(9)式からαが求まり、このαを(4)式に代入することにより、地震動変位γ(x)の場所xによる変動を規定するスペクトル密度関数を得ることができる。想定地域の2乗平均平方根加速度A(gal)を想定すれば、(9)式とT_gを用いて、D(m)が求まる。したがって、(4)式によりS_r(ω)が決定される。以上述べたようにして求めたS_r(ω)から、平均値零の定常ガウス確率過程と仮定した地震動変位γ(x)の場所xによる変動の様子は、次式を用いることにより、シミュレーションできる[4]。

$$\gamma(x) = \sum_{j=1}^N \sqrt{4S_r(\omega_j)\Delta\omega} \cos(\omega_j x + \phi_j), \quad \omega_j = (j-0.5)\Delta\omega, \quad \Delta\omega = \omega U/N \quad \text{---(10)}$$

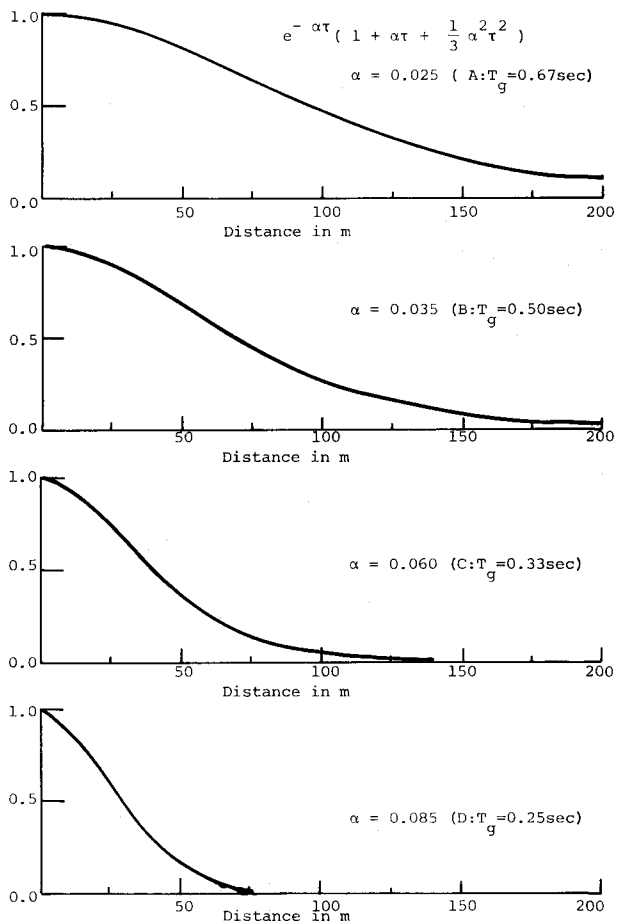


Fig. 5 Spatial Autocorrelation Functions for Four Ground Conditions

二に、 w_u は w の最大値であるが、図-3の $S_r(w)$ の様子から、 $w_u \geq 2w$ の値を採用すれば十分であると言えよう。また、 φ_j は $0 \sim 2\pi$ の間で一様な分布を持つランダム位相角である。(4)式とFFT手法を用いて計算した地震動変位 $\bar{y}(x)$ の一例を図-6に示す。計算では、 $N=1024$ ($w_u=1.0$ (三波長 $L=2\pi m$)) $D=1.0 m$ を仮定し、4種の地盤条件A~Dについて計算を行なっている。図-6では2km間の変動の様子を示しているが、軟い地盤の変動(図-6の上2つの図に対応している)はゆるやかであるが硬い地盤(図-6の下2つの図)では、短い距離の間で変動が見られる。このような傾向は、硬い地盤に比べ、軟い地盤で長い波長の地震波が卓越する実測記録の傾向に一致していることがわかる。本文は、なんらかの被害が構造物に生ずるような強震(100gal以上)を対象にした場合の地震動変位の場所による変動の様子を表現できる数値モデルの概略を述べたものである。

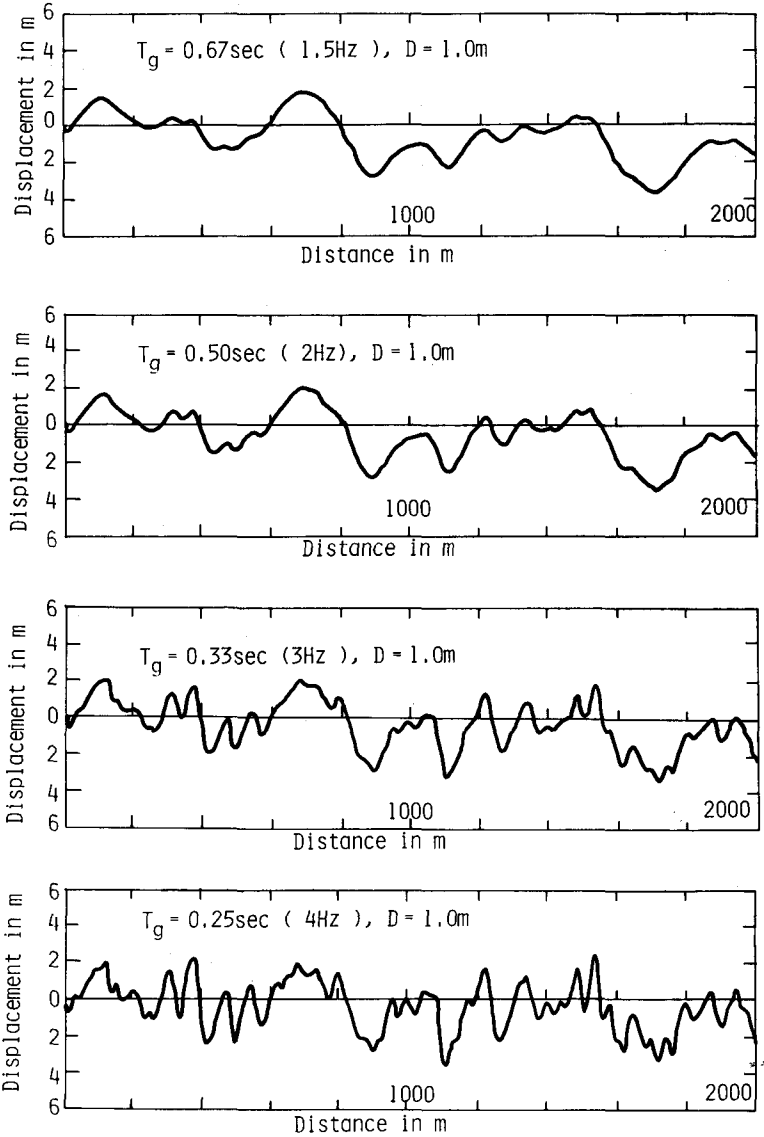


Fig. 6
 Spatial Variation of Ground Surface Axial Displacement along Straight Line

本研究は、東大生産研教授久保慶三郎代表の日米科学協力事業の一環として、著者の一人が米國コロニア大学に滞在し、そこで行なわれた研究の一部である。本研究の機会を与え、常に励ましと助言を下さる久保慶三郎教授、片山恒雄助教授(東大生産研)および堤一教授(宮崎大学)に感謝の意を表わす次第である。また、留学籍分に関しては、岡本京子嬢の援助を受けた。

[1] S. H. Crandall and W. D. Mark, "Random Vibration in Mechanical Systems" p47, Academic Press, 1963
 [2] 金井清, "地震工学" p97, 共立出版
 [3] 久保, 片山, 佐藤, 地下埋設管震害の定量的解析 第4回日本地震工学シンポジウム, 1975
 [4] M. Shinozuka, "Monte Carlo Solution of Structural Dynamics" Computers & Structures, Vol. 2, pp855-874, 1972