（２）強震記録における非定常スペクトルの極値分布から推定される地震波動特性について

東北工業大学　工学部　正員　神　山　眞

1. まえがき

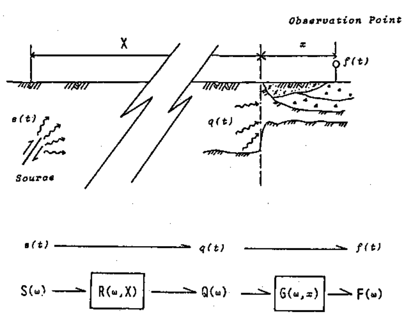
強震記録に非定常スペクトル解析を施し，その結果を地震波動の伝播特性の観点から考察してきた。[1] これまでの考察では，非定常スペクトル特性に規則的な形状変化が見られ，これが当該地盤で期待される表面波の群速度分散の変化と相似であること，従って，それらの構成波動は表面波と推定されることを指摘してきた．

しかし，上述の非定常スペクトルと群速度分散との比較はかなり定性的であるので，両者の理論的関係を含めてさらに定量的に議論を深め，より明瞭に波動の識別を行なう必要があると考えられる。本文は，以上の観点から，マルチ・フィルタリングの適用により定義される非定常スペクトル[1]の極大値分布と波動伝播の速度分散との理論的関係について若干の考察を加えるとともに，1978年宮城県沖地震における仙台市内の強震記録に見られる波動特性について推定を試みたものである。

2. マルチ・フィルタリングによる非定常スペクトルの極大値と地震波動伝播との関係

いま，図－1を参照すると，任意の点の地震記録 $f(t)$（t：時間）の Fourier 変換 $F(\omega)$ は次のように表わされる．

図－1　地震波伝播の模式図



$$F(\omega) = G(\omega, x)\cdot R(\omega, X)\cdot S(\omega) \quad \text{------- (1)}$$

ここに，$S(\omega)$：震源における時間記録 $s(t)$ の Fourier 変換，$R(\omega, X)$：浅層地盤構造が急変すると想定される距離Xまでの地殻構造を主とした伝播経路による周波数応答関数，$G(\omega; x)$：距離X以遠の浅層地盤構造を主とした地盤構造による周波数応答関数，ω：円振動数．

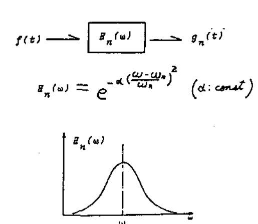
式（1）から，震源より距離 X＋x での任意点の地震記録 $f(t)$ は次のように表わされる．

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega, x)\cdot R(\omega, X)\cdot S(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega \quad \text{-------- (2)}$$

ここで，これまでの観測経験から耐震工学で問題となる周波数領域では $G(\omega, x)$ は $R(\omega, X)$ より大きな影響を及ぼすと考えられる。さらに，弾性波伝播においては地層間の変位，応力の連続の条件から水平方向の波数 $k(\omega)$ は全地層を通じて同一であるから，$G(\omega, x)$ は次のように波数 $k(\omega)$ を分離して扱うことができる。

$$G(\omega, x) = G_0(\omega, x)\cdot e^{-ik(\omega)x} \quad \text{--------- (3)}$$

図－2　帯域フィルター



次に，上述の地震記録 $f(t)$ を図－2のようなシステム関数 $H_n(\omega)$ の帯域フィルターに通じたとする。このときの出力信号 $g_n(t)$ はフィルターの中心円振動数 ω_n の関数となり，次のように表わされる。

$$g(t, \omega_n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\cdot H_n(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\cdot R(\omega, X)\cdot G_0(\omega, x)\cdot e^{-ik(\omega)x}\cdot e^{-\alpha\left(\frac{\omega-\omega_n}{\omega_n}\right)^2}\cdot e^{i\omega t}\, d\omega \quad \text{----- (4)}$$

ここで，上式の実際の計算では中心円振動数 ω_n の前後に cut-off 周波数を設けて処理されることを考え，$S(\omega)$，$R(\omega, X)$，$G_0(\omega, x)$ の ω_n 付近の変動は小さいと仮定すると，式（4）は次のようになる。

$$g(t,\omega_n)=S(\omega_n)\cdot R(\omega_n,x)\cdot G_0(\omega_n,x)\cdot e^{i\omega_n t}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ik(\omega+\omega_n)x}\cdot e^{-\alpha\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\cdot e^{i\omega t}\,d\omega \quad \text{--------- (5)}$$

式(5)において $k(\omega+\omega_n)$ を次のようにTaylor展開し，

$$k(\omega+\omega_n)=k(\omega_n)+\left.\frac{dk}{d\omega}\right|_{\omega_n}\cdot\omega+\frac{1}{2!}\left.\frac{d^2k}{d\omega^2}\right|_{\omega_n}\cdot\omega^2+\frac{1}{3!}\left.\frac{d^3k}{d\omega^3}\right|_{\omega_n}\cdot\omega^3+\cdots\cdots$$

さらに，$\frac{\alpha}{\omega_n^2}\gg x\left(\frac{1}{2!}\left.\frac{d^2k}{d\omega^2}\right|_{\omega_n}+\frac{1}{3!}\left.\frac{d^3k}{d\omega^3}\right|_{\omega_n}\cdot\omega+\cdots\cdots\right)$ のように定数 α が選ばれていると仮定すると，式(5)は次のように近似される。

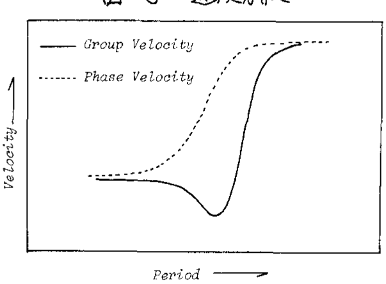
$$g(t,\omega_n)\fallingdotseq S(\omega_n)\cdot R(\omega_n,x)\cdot G_0(\omega_n,x)\cdot\frac{\omega_n}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\cdot e^{-\frac{\omega_n^2}{4\alpha}\left(t-\frac{x}{\left.\frac{d\omega}{dk}\right|_{\omega_n}}\right)^2}\cdot e^{i\{\omega_n t-k(\omega_n)x\}} \quad \text{------- (6)}$$

式(6)から，$g(t,\omega_n)$ の振巾包絡線は近似的に $t=x/\left.\frac{d\omega}{dk}\right|_{\omega_n}$ を満足する時刻で極大となることがわかる。

ところが，$\left.\frac{d\omega}{dk}\right|_{\omega_n}=C(\omega_n)+k\left.\frac{dC}{dk}\right|_{\omega_n}=U(\omega_n)$　　$C(\omega)$：水平方向の位相速度　$U(\omega)$：水平方向の群速度

従って，地震記録 $f(t)$ を種々の ω_n の帯域フィルターへ通したときの出力 $g(t,\omega_n)$ の振巾包絡線が極大となる時間分布は浅層地盤構造が急変する以遠の伝播距離 x とその地盤固有の波動伝播による群速度の情報を含んでおり，x が周波数によらないなら，極大値分布の周波数による変化はそのまま群速度の周波数変化（群速度分散）を反映していることになる。一方，実体波は分散性を持たず，分散性を持つのは表面波の特徴であるので，$g(t,\omega_n)$ の振巾包絡線の極大値の時間，周波数領域における変化を調べることにより，波動が実体波か表面波かある程度まで知ることができることになる。例えば，表層に低速度層を持つ我が国特有の浅層地盤を表面波（Love波，Rayleigh波）が伝播するときの群速度分散は一般に図－3に示すようにある周期で速度が極小となるような傾向を示す。従って，$g(t,\omega_n)$ の極大値分布がこのような傾向を示すか否かは波動種別の一つのポイントになる。

図－3　速度分散



3. 非定常スペクトルにおける極大値分布の例

上述のようなマルチ・フィルタリングの出力として定義される非定常スペクトルの極大値分布の理論を実際の強震記録に適用して，波動特性についての推論を試みる。ここでは，1978年宮城県沖地震における仙台市内の強震記録に適用した例について紹介する。

1978年宮城県沖地震では仙台市内のいくつかの建物の地階でほぼ完全な強震加速度記録が得られている。このうち，国鉄ビル（J.N.R），住友生命ビル，七十七銀行ビルの3つの建物での記録は，それらの建物が半径300m以内にあり，地盤条件も比較的類似であるので，種々の意味から貴重である。これらの建物の地階の記録はいずれも類似の波形性状が見られるが，建物の影響を検討した結果によれば，建物と地盤の相互作用の影響は差程ないことが指摘されている。[2]　そこで，以下ではこれらの記録に建物の影響はないものとして取扱う。

各建物の地階での強震計は同一方向に設置されてないので，各建物の記録の水平動2成分の記録から震央方向（LNGT），それに直角な方向（TRNS）の成分に分離合成し，これらの記録に非定常スペクトル解析を試みた。なお，ここでの解析法は文献1）に同じであるが，式(6)を参照して，各周波数の振巾包絡線の振巾の大きさについては係数 $\frac{\omega_n}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ で除したものを用いている。

図－4～図－6に各々住友生命ビル，国鉄ビル（J.N.R），七十七銀行のTRNS成分水平動の非定常スペクトル解析結果と極大値分布を示す。これらの非定常スペクトルの表示法は文献1）に同じであるが，スペクトル振巾の大小を最大値に対する比として6段階に分け，これを色の濃淡で表わしてある。色の濃いほどスペクトル振巾が大きいことを意味する。また，同図中の●印が各周期毎の非定常スペクトル振巾の極大となる時点である。なお，こ

こでの極大値は図の煩雑となるのを避けるため最大値に対する振巾比が0.25以上となる極大値で周期0.25～3.0秒までの周期範囲のものを示してある。

図-4～図-6の各記録の解析結果を見ると，各地点の非定常スペクトルのコンターには類似の形状変化が認められるとともに，極大値分布もよく似ていることがわかる。全体にコンター分布，極大値分布ともに複雑に変化しており，これを構成する波動も単純でないことが推定される。しかし，極大値分布をコンターの形状変化と合わせて詳細に見ると規則性が認められることがわかる。例えば，図-4の住友生命における記録を例にとれば，最大加速度が得られている時刻13秒付近における各周期の極大値を示す時間は周期0.3秒から1.5秒位までほぼ一定である。これに対して，周期1.5秒以上の長周期領域になると極大値分布は周期毎に大巾に変化しており，しかも周期2.0秒付近で極小となるような連続的変化を示している。また，最大加速度が得られている時刻以後にも時刻21秒付近で大きな加速度の相が存在するが，この時点に対応する極大値分布は1秒以下の短周期においても周期毎に変化しており，出現時刻は一定でない。

以上の極大値分布の特徴は図-4～図-6の各記録に共通して認められるが，これを重ねてプロットしたのが図-7である。図-7は各記録の最大加速度付近の周期0.3秒の極大値が同一時間で出現しているものとして，これを基準に極大値分布の時間差を重ねてプロットしたものである。図-7のプロットは各記録の時間軸が同一でないことに基づく便宜的なもので，あくまで各記録の極大値分布の特徴を集合的にとらえるためのものである。

図-7のような整理をすると，種々の誤差を含めた各記録毎の個別の様相がマスク

図-4　非定常スペクトルと極大値分布（住友生命）

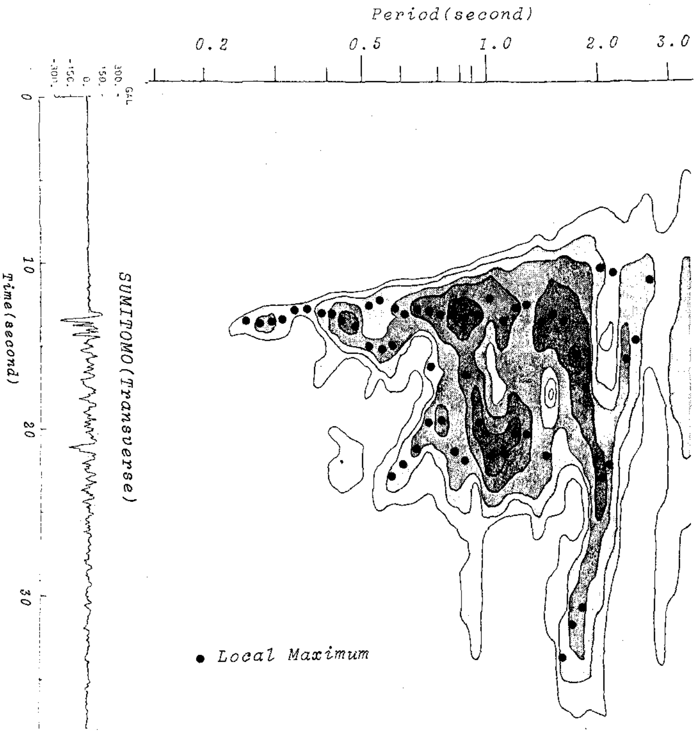


図-5　非定常スペクトルと極大値分布（J.N.R）

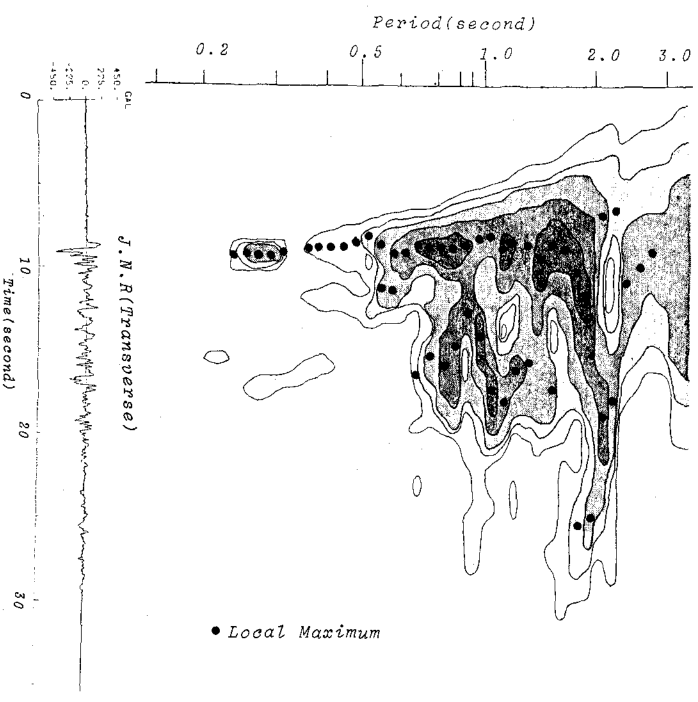
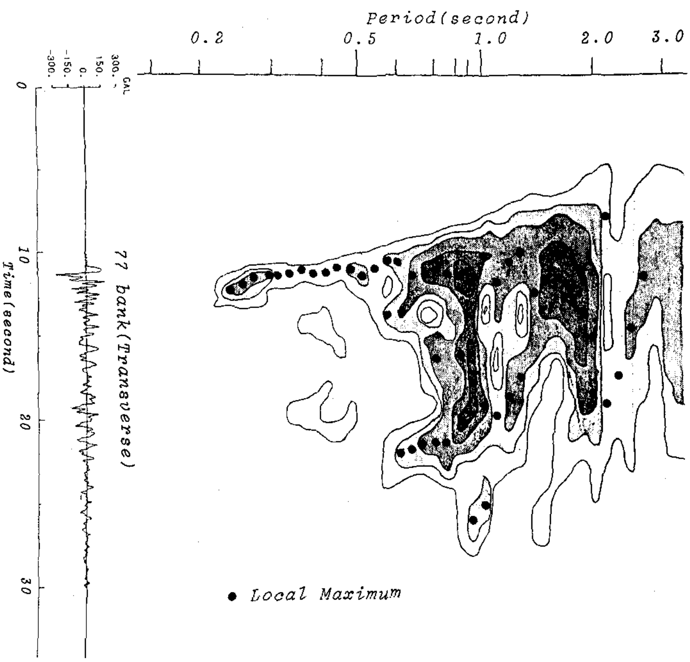


図-6　非定常スペクトルと極大値分布（七十七銀行）



される代りに，全体の集合としての特徴が浮きぼりになる利点がある。図-7を見ると，既に述べた極大値分布の特徴がよく表われている。すなわち，最大加速度の時点付近（*delay time* 0秒付近に相当）における極大値分布は周期0.3秒から1.5秒程度までの周期範囲ではほぼ周期によらず一定となっており，明瞭な群遅度分散が観察されない。このことから，この時点における周期0.3秒〜周期1.5秒の波動は実体波と考えて誤りはなさそうである。

一方，上述の周期範囲以上の長周期になると明瞭に群遅度分散が観察され，周期約2秒付近で群遅度が極小となる様相がよく現われている。これから，これらの波動は表面波と考えられる。記録方向が震源に対して直角(TRNS)であることを考慮すれば，Love波と推定されると同時に，周期2.0秒付近の分散は当該地盤のLove波の群遅度分散極小の挙動を反映しているものと判断される。

図-7　極大値分布（TRNS）

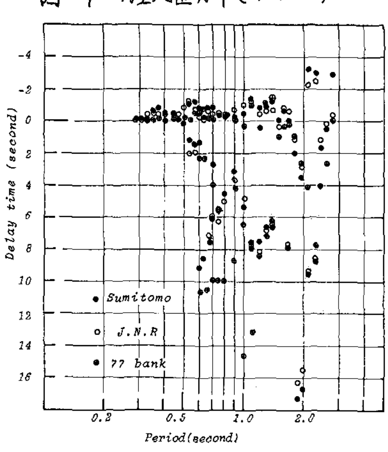
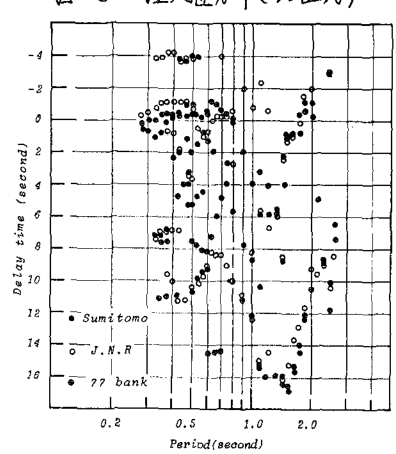


図-8　極大値分布（鉛直動）



また，最大加速度以後の時点では周期1.5秒以下の短周期でも極大値分布は一定でなく，単純な実体波よりも，Love波の高次モードの分散を反映した可能性が強いと思われる。

図-8は図-7と同じ時間軸で同様な整理のもとにプロットされた鉛直動の極大値分布を示したものである（各記録の鉛直動の非定常スペクトルは紙面の都合で省略）。図-8では図-7と異なった分布で周期約1.0秒以上の長周期に明瞭な群遅度分散が観察される。鉛直動にはRayleigh波が期待されることから，これらは当該地盤のRayleigh波の群遅度分散を反映したものと推定される。

以上の簡単な考察から，1978年宮城県沖地震における仙台市の強震記録は実体波と表面波の混在したものであり，特に周期1.0〜1.5秒以上の長周期は表面波と思われる。尚，当該地盤で期待される表面波の理論分散とここで推定される分散との比較は当日発表する。

（参考文献）

1) 神山：土木学会論文報告集，第284号，1979，2) 武藤 他：建築学会論文報告集，第291号，1980