雪荷重作用時の構造物の耐震安全性

金沢大学工学部　正　員　○北浦　勝
金沢大学大学院　学生員　宮島　昌克

1. まえがき

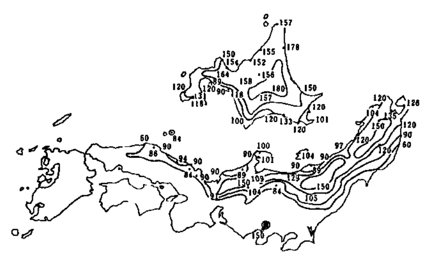
北陸，上信越地方などは，世界でも有数の深雪地帯として知られており，1年の1/6～1/3，つまり2～4ヶ月間が雪に閉ざされている。このことから，多雪地域においては，従来はあまり考慮されていない雪荷重と地震荷重という組み合わせ荷重が，地震と他の荷重との組み合わせと同じか，それ以上の確率で起こりうると考えられる。実際近年においても1948年の福井地震（M7.3），1964年の新潟地震（M7.5）など 多雪地域において中～大型被害地震が発生している。文献[1]によれば，1786年12月27日に金沢（石川県）において2m強，山の手では3m以上にも達する積雪時に 震度5程度と推測される地震が襲った。また，1586年は大雪であったが，この年の1月18日に庄川流域（富山，岐阜県）を中心にM7.9と推測される白山地震が起こり，飛騨の帰雲城が埋没したほか，越中木船城でも甚大な被害を被ったことが記されている。

雪荷重が作用すると構造物の質量が一時的に増加することになるので，構造物の固有振動数と減衰定数は共に一時的に低下し その結果構造物はきわめてたわみやすい状態になると考えられる。したがって，この状態における地震応答は場合によっては非常に大きくなる可能性があると予想される。このような観点から，本研究はその基礎的研究として地震の応答変位に着目して，雪荷重が作用した時の構造物の耐震安全性を検討したものである。

2. 雪荷重

雪荷重は言うまでもなく重量である。積雪の重量を直接的に測定することはかなり困難なことである。したがって，雪荷重を積雪深と平均密度との積で表わす方法が一般に採用されている。（本文では文献2)にあるように，密度を単位体積当りの重さを表わす量として用いる。）

そこで，まず積雪深について見てみよう。年積雪期間の分布図（図－1[3]）を見てもわかるように わが国の多雪地域は，北海道および本州の日本海側を中心に南北に細長く分布しており，全国的に差異が大きく，これを画一的に取り扱うことは困難である。



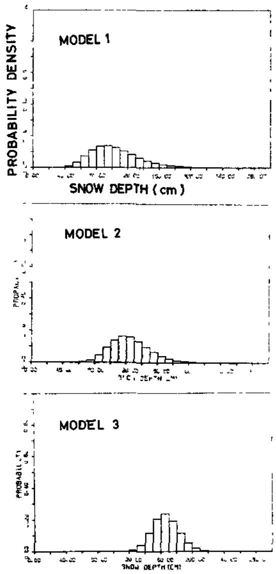
図－1　年積雪期間分布図
（日最深積雪が5cm以上の日数）

つぎに，雪の密度について見てみる。雪の密度は雪質や深さによって異なり，また積もってからの時間によっても変化し，0.1 g/cm^3前後から1.0 g/cm^3近くまでの広い幅で変化しうる。積雪深と平均密度との関係について考えると，平均密度を一定，または積雪深に関してのみ変化するものと仮定すれば，ある地点での雪荷重はその地点での積雪深のみの関数として表現できる。しかし，積雪の密度は全層にわたって一様，または連続的なものではなく，降雪毎に形成された層で異なる。しかも，積雪の上層にあるものほど密度が小さく下層になるにしたがって増大するという傾向はあるが，中間の層がそれより下の層より密度が大きくなることも珍しいことではない。したがって，積雪深と密度との関係を直線的な関係で仮定することは現状にあまり適合しているとは言い難い。むしろ，ある幅を持たせた領域として考えるほうが適当であると考えられる[4]。

以上のように，積雪深は地域的に大きな差異があり，密度については地域的な差異ばかりでなく，同一地点，同一積雪深でも大小さまざまな値をとるので，その取り扱いについてはさらに厳密な解析が必要であると思われる。しかし，本研究ではその取り扱いを容易にするために雪の密度を一定とし，建築基準法施行令において多雪

地域の値として用いられている0.3 t/m^3 を用いた。また、積雪深は時間によって変化する確率変数とし、その値に平均密度を乗じて雪荷重とすることにする。

本研究では図－2に示したような積雪深のモデルを設定した。このモデルは、積雪時における積雪深の確率密度を表わしており、理科年表などの資料より年間積雪深の確率密度が対数正規分布に従うであろうと予想されるので、対数正規分布となるよう近似したものである。一般に、降雪量が多い地域ほど年間積雪日数も多いので、モデル１，２，３の年間積雪日数をそれぞれ６０日，９０日，120日と仮定した。これらのモデルを実際と比べてみると、モデル１は、北陸地方平野部に、モデル２は、北陸地方山間部あるいは東北地方平野部に、モデル３は、東北地方山間部にそれぞれ対応していると思われる。これらのモデルを用いて以後解析を行なった。



図－２　積雪深の確率分布

3. 線形構造物の地震応答

ここでは、不規則振動論を用い線形構造物の地震応答を求めた。不規則振動解析においては、周波数応答関数と入力地震波のパワースペクトル密度関数が既知ならば　出力過程の特性が完全に定められるということが知られている。したがって、統計確率的に平均値はゼロになるので、不規則振動解析により求められる自乗平均応答のみを対象として解析を行なった。

いま線形１自由度系の構造物について考えると、周波数応答関数 $H(\omega)$ は周知のように次式で与えられる。

$$H(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\beta\omega_0\omega} \qquad \text{----------} \ (1)$$

ここに ω：円振動数，ω_0：非減衰固有円振動数，β：系の減衰定数を表わす。

一方、入力地震波のパワースペクトル密度関数を $S_F(\omega)$ とすると、次式で応答変位 $x(t)$ の自乗平均 $E[x^2(t)]$ が求まる。

$$E[x^2(t)] = \int_0^\infty S_F(\omega)|H(\omega)|^2\Big[1-2\exp(-\beta\omega_0 t)\cdot\Big\{\Big(\cos\omega_d t+\frac{\beta\omega_0}{\omega_d}\sin\omega_d t\Big)\cos\omega t+\frac{\omega}{\omega_d}\sin\omega_d t\sin\omega t\Big\}$$

$$+\exp(-2\beta\omega_0 t)\cdot\Big(\cos^2\omega_d t+\frac{\beta^2\omega_0^2+\omega^2}{\omega_d^2}\sin^2\omega_d t+\frac{2\beta\omega_0}{\omega_d}\cdot\sin\omega_d t\cos\omega_d t\Big)\Big]d\omega \qquad \text{-------} \ (2)$$

ここに t：時間，ω_d：系の減衰固有円振動数を表わす。

ここで $S_F(\omega)$ を次式のように設定した。

$$S_F(\omega) = \begin{cases} a e \dfrac{\omega}{b\omega_0} e^{-\frac{\omega}{b\omega_0}} & (0 \leqq \omega) \\ -a e \dfrac{\omega}{b\omega_0} e^{\frac{\omega}{b\omega_0}} & (\omega < 0) \end{cases} \qquad \text{------------} \ (3)$$

ここに b は、地震入力の卓越振動数の構造物の固有振動数に対する比として表わされる。また、a はピーク時（$\omega = b\omega_0$）の $S_F(\omega)$ の値である。式(1),(2),(3)より非定常状態の自乗平均応答が求まる。一方，定常状態については、式(2)において $t \to \infty$ とし、式(1)，(3)を代入することにより、$E[x^2(t)]$ は

$$E[x^2(t)] = 2\int_0^\infty \Big\{a e \frac{\omega}{b\omega_0} e^{-\frac{\omega}{b\omega_0}}\Big\} \frac{1}{\{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2\beta\omega_0\omega)^2\}} d\omega \qquad \text{------------} \ (4)$$

で与えられる。ところで構造物の周波数応答関数は式(1)より　非減衰固有円振動数 ω_0 と減衰定数 β が定まれば求まる。これらは系の質量 m，バネ定数 k，減衰係数 c を用いると

$$\beta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \quad , \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{-----------} \ (5)$$

のように与えられる。

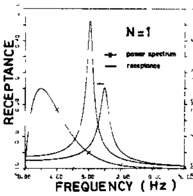
いま、系の質量のr倍の積雪があった場合を考えると，その時の減衰定数β_sと非減衰固有円振動数ω_{os}はそれぞれ次式のようになる。

$$\beta_s=\frac{C}{2\sqrt{(1+r)mK}}=\frac{1}{\sqrt{1+r}}\beta\ ,\quad \omega_{os}=\sqrt{\frac{K}{(1+r)m}}=\frac{1}{\sqrt{1+r}}\omega_o\cdots(6)$$

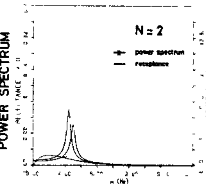
つまり、雪荷重の増加rに対して、ω_o，βはそれぞれ$\frac{1}{\sqrt{1+r}}$の割合で減少することがわかる。なお ここでは雪荷重の増加にともなうK，Cの変化は小さいものとして、これらを無視している。式(1)を用いて、積雪時と無積雪時の周波数応答関数を求め、地震入力スペクトルとの振動数領域における位置関係を示したものが図－3～図－5である。以下においては図に示すように、地震入力スペクトル密度は2Hzにおいてピークをとるものとした。また、構造物としては簡単のためにビルディングのような建物を対象とし、建物の1次固有周期T(sec)は建物がN階建ての場合、T＝0.1Nで得られるものと仮定した。同図は比較的低層な1階～3階構造物の関係を示している。このように比較的低い構造物を選んだのは、雪荷重はいかなる構造物に対しても等分布荷重としてかかるから，雪荷重を構造物の全重量に対する比で表わすならば、構造物の全重量の比較的小さいもの，つまり中低層構造物のほうが雪荷重による影響が大きいと予想されたからである。ちなみに4階以上の構造物については、図－6に見られるように雪荷重による影響が小さいことがわかる。これらについて式(4)を用いて定常応答を求めたところ、1階建構造物が最も雪荷重による影響が大きく、階数が増すに従って小さくなった。したがって 1階建構造物に相当する構造物を対象として以後解析を行なった。

1階建構造物について、雪荷重の構造物の重量に対する比rを0, 0.2，0.4，0.6，0.8，1.0と変化させ，この時の周波数応答関数の変化を地震入力スペクトルとの関係で示したものが図－7である。式(4)で見たように、自乗平均応答はこれらの積の積分形で与えられるから、図－7より、雪荷重の増加にともない応答も増加していくことが容易に予想されよう。実際に式(4)を用いて自乗平均応答を求めると、積雪量60 cmに相当するr＝0.2において約1.2倍，110 cmに相当するr＝0.4では約3.0倍，r＝0.6では約4.5倍，r＝0.8では約6.5倍，そして270 cmに相当するr＝1.0では約9.0倍にもなる可能性があることが明らかになった。一方，式(1)～(3)を用いて、非定常状態における自乗平均応答の時間的変化を求めた。その一例を図－8に示した。この図から，rが大きくなるほど固有周期が大きくなっていること，またrが増大するほど自乗平均応答が増大し、その差は時間とともに大きくなっているということが読み取れる。

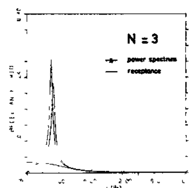
いままでは雪荷重の変化ということで、単に比率rを0.0から1.0



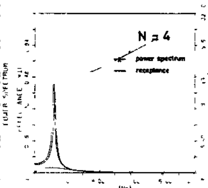
図－3



図－4

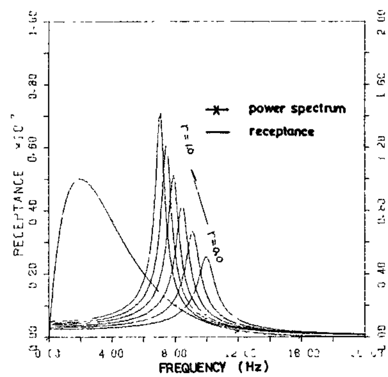


図－5

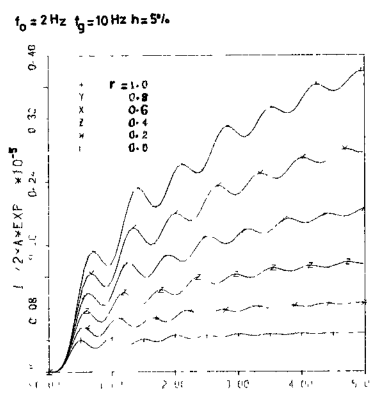


図－6

周波数応答関数と地震入力スペクトル密度との関係（r=0.5）



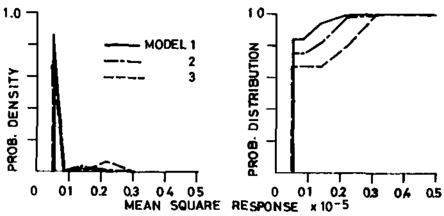
図－7 周波数応答関数と地震入力スペクトルとの関係 (N=1.0)



図－8

非定常状態における自乗平均応答

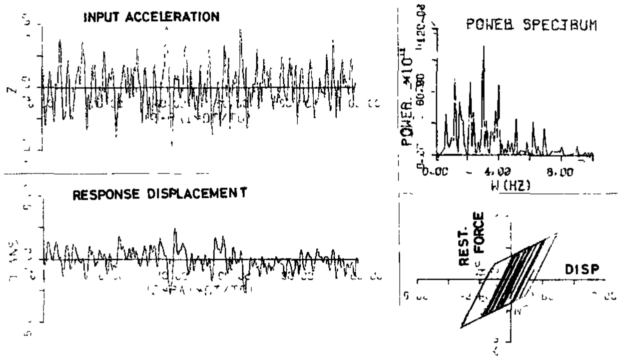
まで変化させて各々の応答量を比較してきたが、ここでは雪荷重を確率変数として、つまりrを確率的に変化する量として取り扱う。各々の比率rを図－2で示した雪荷重モデルの確率密度に対応させ、さらに各rに対する定常状態での自乗平均応答に対応させて　各モデルに対する自乗平均応答の確率密度，確率分布を求めた。それを図－9に示す。いま、一つの考察として非超過確率を取り入れて検討を加える。非超過確率をいくらに取ればよいかという点については非常に問題のあるところだが、いま仮に90％とすると、モデル1については無積雪時の約2倍，モデル2については約3倍，モデル3については約5倍の自乗平均応答を考慮する必要があることになる。



図－9　雪荷重を確率変量とした場合の自乗平均応答の確率密度，確率分布

4. 非線形構造物の地震応答

非線形構造物については、人工地震波を数ケース発生させて数値計算を行ない、直接応答を求め応答特性を解析した。人工地震波は、線形構造物の解析に用いた式(3)で与えられる地震入力スペクトルをもとに、モンテカルロ法によりそのようなスペクトルを有する波を発生させた。それらについて、復元力がBi-linear型特性を有する1自由度の非線形構造物における応答変位を求めた。その一例を図－10に示す。ここでも線形系の場合と同様に、比率rを0.0から1.0まで変化させ、それにともなってω_0，βも変化させてそれぞれの応答量を求めた。非線形構造物の応答特性を表わす量としてここでは、統計量である平均値mと標準偏差σから$\max|m\pm3\sigma|$という値を求めた。これは応答の最大値に対応する量と考えられる。その結果，雪荷重の増加にともなう応答変位の増加率は、線形系に比べて小さいがやはり応答量は増加していることが明らかになった。また、弾塑性傾斜率を0.50，0.75，1.0と変化させると、弾塑性傾斜率が大きいほど雪荷重の増加にともなう応答量の増加率が小さいことも明らかになった。これらのことは、復元力が履歴を描くことによって振動エネルギーを消費するという履歴減衰に起因していると思われる。つまり、履歴減衰は雪荷重の増加にともなうω_0，βの低下に直接的には影響を受けないが、雪荷重の増加にともなう応答量の増加が履歴減衰を大きくしているといえる。そして、履歴減衰の増加が逆に応答を規制していると考えられる。このように　非線形系においては雪荷重の増加にともなって粘性減衰は減少するが、雪荷重の増加にともなう応答量の増加によって本計算の範囲内では履歴減衰は増加するので、その和として表わされる系の減衰は、線形系に比べて雪荷重による影響が小さいと考えられる。このことから、弾塑性傾斜率が小さいほど系の減衰に占める履歴減衰の割合が小さくなるということもわかる。したがって、弾塑性傾斜率が大きいほど、応答量に対する雪荷重の影響が小さいこともうなづけるところである。



図－10. Bi-linear系の応答（r=1.0）

参考文献　1).金沢地方気象台編：石川県災異史，1971.

2).日本建設機械化協会編：新防雪工学ハンドブック，1977.

3) 建築学大系編集委員会編：建築耐風・耐雪論（建築学大系・20），1974.

4).前田博司：北陸地方における積雪の平均密度について，建築学会北陸支部，1977.