

## 地震波の有効入力の考え方とその実測例による検討

東京大学大学院 学生員 原田隆典 東京大学生産技術研究所 正員 久保康三郎 正員 片山恒雄

1. まえがき 地表面において観測される地震波に比べて、構造物基礎や地下式LNGタンクの地震波には高振動数成分が少ないという現象が以前から観察され、また、研究されている<sup>(1,2)</sup>。この現象に対して、(1)構造物の質量効果と(2)基礎の寸法効果の2つの原因が考えられる。例えば、上部構造物の共振振動数は、建物基礎底面の地震波形に含まれにくい<sup>(3)</sup>という現象は(1)の原因と考えられる。また、高振動数成分になるほど、近い地点でも位相ずれを生ずるが、この位相ずれが基礎版が拘束することにより、構造物を共振するに有効な地震入力はある程度相殺されると考えるのが(2)の原因である<sup>(2)</sup>。実際の現象は、(1)と(2)の同時の原因による、すなわち、まず基礎版による寸法効果を経て、基礎の入力が決まり、それに構造物が応答することによって生ずることを考え、山原らは、建物基礎底面と地表面上で得られた同時観測記録を検討し、(2)の効果の大きいことを明らかにした<sup>(2)</sup>。しかし、山原らの用いた地震波の入力機構は、基礎版による地震波のフィルタ効果のみを表現するものであり、次の2つの問題点を持つと考えられる。(a)基礎版の効果によって特に顕著になると考えられる回転成分(ロッキング成分)を表現できない。なぜかを異にするが、(b)必ずしも、入力機構の考え方が明確でない。地下式LNGタンクの地震観測結果<sup>(1)</sup>を見ると明らかに、タンクの水平運動に加え、回転運動が現われており、どちらの運動成分に関して地表面の波形に比べると高振動数成分が少ない。一般に、地下10~20m程度の地震波形でも、地表面の振幅に比べるとその振幅は小さいので、基礎底面と基礎上端の2点間に生ずる地盤の相対変位は大きいと考えられる。一方、基礎版面と地盤との摩擦力によって基礎は地盤の運動に追随するから、結局、基礎の深さ方向に生じた地盤の相対変位によって基礎の回転成分が生ずると考えられる。(b)の点に関しては、山原も指摘しているが、必ずしも、その考え方は明確でなく、また、用語の統一もなされていないのが現状である<sup>(2)</sup>。

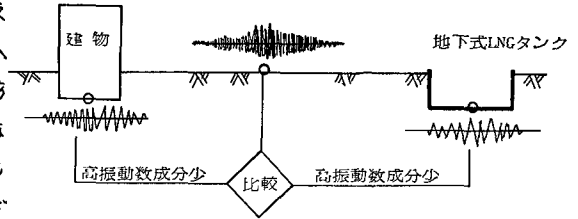


図-1 基礎底面と地表面における地震波形の違い

本論文では、弾性波動論の考え方で重ね合わせの原理を使って、地震動を受ける埋設剛体基礎に働く力を厳密に検討することによって、地震波の入力機構の物理的な意味を明らかにする。この考え方に従って、(1)円柱剛体基礎に対する入力地震動の近似式を求め(有効地震動と以後呼ぶ)。(2)地下式LNGタンクの模型実験や野外の実測結果との比較をして、この有効地震動の近似式の有用性を検討する。本論文で示す有効地震動の基本的な考え方については、すでにKausel<sup>(4)</sup>が有限要素法を使って研究しているが、必ずしも、一般化された概念になっていない。また、統一的な解釈と実証例に欠けている。したがって、Tau<sup>(5)</sup>の示した理論を拡張して、有効地震動の統一的な解釈を行ない、その実証例を示すが、本論文の基本的な目的である。

2. 有効地震動の基本的な考え方<sup>(6)</sup> 図-2に示すような地震動を受ける埋設剛体基礎の力のつり合いを考える。ここで、地盤は線形弾性体とし、また、地震動 $U^{(f)}$ は剛体基礎の存在しない自然地盤の地動を表すものとする。剛体基礎の存在する地盤を考えると、地震動は剛体表面で反射し、また、剛体の振動の一部は地盤に伝わるから、自然地盤の地動 $U^{(f)}$ とは異なる。この地動 $U$ を自然地盤地動 $U^{(f)}$ に新たな地動 $U^{(s)}$ を加え

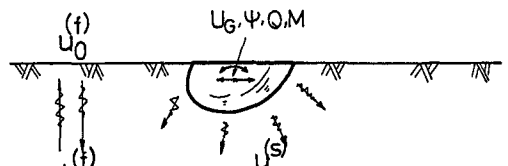


図-2 地震動を受ける埋設剛体基礎

$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{(f)} + \mathbf{u}^{(s)}$  とする。新たな地動は散乱波と呼ばれる。剛体基礎と地盤の境界条件と地表面の境界条件、

$$[\mathbf{u}^{(f)} + \mathbf{u}^{(s)}]_S = \mathbf{U}_G + \boldsymbol{\Psi} \times \mathbf{r} \quad [\boldsymbol{\sigma}^{(f)} + \boldsymbol{\sigma}^{(s)}] = \mathbf{0} \quad (1)$$

を満足する波動方程式の解として求められる。ここに、 $\mathbf{U}_G$  と  $\boldsymbol{\Psi}$  は剛体重心点の絶対変位と回転角であり、また  $\mathbf{r}$  は重心点から剛体表面までの距離ベクトルで、 $S$  は地盤と接する剛体表面を表す。

質量  $m$  と慣性質量モーメント  $J_G$  を有する剛体の力のつり合いは

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_G \\ \ddot{\boldsymbol{\Psi}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_b \\ \mathbf{M}_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここに、左辺は慣性を表す。右辺は外力を表すわけ、さらに、第1項は地盤と剛体の間に生ずる力、第2項は上部構造物からの力を表す。地盤と剛体の間に生ずる力  $\mathbf{Q}_b, \mathbf{M}_b$  を動的相互作用力と呼ぶことにすれば、この力は、剛体表面に限りなく近い地盤の応力を剛体表面にそって積分して得られる。すなわち、

$$\mathbf{Q}_b = - \int_S [\boldsymbol{\sigma}^{(f)} + \boldsymbol{\sigma}^{(s)}]_S \cdot \mathbf{n} \cdot dS, \quad \mathbf{M}_b = - \int_S [\boldsymbol{\sigma}^{(f)} + \boldsymbol{\sigma}^{(s)}]_S \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{r} \cdot dS \quad (3)$$

結局、(2)と(3)式からわかるように、動的相互作用力の基本的な問題は波動方程式を満たし、かつ、境界条件(1)式を満たす散乱波  $\mathbf{u}^{(s)}$  を求めることにある。そこで、動的相互作用力の物理的意味を更に明確にするために、(1)式の境界条件を次のように分離することを考える。散乱波  $\mathbf{u}^{(s)}$  を2つの変位  ${}^{(1)}\mathbf{u}^{(s)}$  と  ${}^{(2)}\mathbf{u}^{(s)}$  に分けることを考える。

$$\mathbf{u}^{(s)} = {}^{(1)}\mathbf{u}^{(s)} + {}^{(2)}\mathbf{u}^{(s)} \quad (4)$$

ここに、対応する応力と動的相互作用力を  ${}^{(j)}\boldsymbol{\sigma}^{(s)}, {}^{(j)}\mathbf{Q}_b, {}^{(j)}\mathbf{M}_b$  ( $j=1,2$ ) と表現する。(4)式の関係を(1)式に代入すれば、土と剛体の完全付着の境界条件は

$$[\mathbf{u}^{(f)} + {}^{(1)}\mathbf{u}^{(s)}]_S + [{}^{(2)}\mathbf{u}^{(s)}]_S = \mathbf{U}_G + \boldsymbol{\Psi} \times \mathbf{r} \quad (5)$$

ここで、散乱波  $\mathbf{u}^{(s)}$  は地表面の境界条件、すなわち、(1)式の第2番目の条件式を満たすものと仮定している。さらに、(4)式右辺の1番目の変位  ${}^{(1)}\mathbf{u}^{(s)}$  が次の条件を満たすものとする。

$$[\mathbf{u}^{(f)} + {}^{(1)}\mathbf{u}^{(s)}]_S = \mathbf{u}'_G + \boldsymbol{\varphi}' \times \mathbf{r}, \quad {}^{(1)}\mathbf{Q}_b = {}^{(1)}\mathbf{M}_b = \mathbf{0} \quad (6)$$

(6)式の付帯条件のもとでは、(5)式と(3)式は

$$[{}^{(2)}\mathbf{u}^{(s)}]_S = \mathbf{U}_G - \mathbf{u}'_G + (\boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\varphi}') \times \mathbf{r} \quad (7)$$

$$\mathbf{Q}_b = \mathbf{Q}_b^{(2)} = - \int_S [{}^{(2)}\boldsymbol{\sigma}^{(s)}]_S \cdot \mathbf{n} \cdot dS, \quad \mathbf{M}_b = \mathbf{M}_b^{(2)} = - \int_S [{}^{(2)}\boldsymbol{\sigma}^{(s)}]_S \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{r} \cdot dS \quad (8)$$

ここで、(6)式の  $\mathbf{u}'_G, \boldsymbol{\varphi}'$  の意味を考える。(2)式の運動方程式と(3)式の動的相互作用力の関係から、 $\mathbf{u}'_G$  と  $\boldsymbol{\varphi}'$  は動的相互作用力の働かない剛体の運動変位と考えられる。したがって、外力  $\mathbf{Q}, \mathbf{M}$  も作用しないものとするとき、この剛体のつり合い(2)式から、 $\mathbf{u}'_G$  と  $\boldsymbol{\varphi}'$  は質量を持たない剛体基礎の地震応答値と解釈できる。すなわち、上部構造からの外力を受けない状態で、自然地盤の地動が  $\mathbf{u}^{(f)}$  の地震動を受けたときの質量のない剛体基礎の運動が  $\mathbf{u}'_G$  と  $\boldsymbol{\varphi}'$  に当たる。一般に、 $\mathbf{u}'_G$  と  $\boldsymbol{\varphi}'$  は自然地盤の地動とは異なる。一方、(8)式の動的相互作用力  $\mathbf{Q}_b$  と  $\mathbf{M}_b$  は、フックの法則と微分・積分の線形性を考慮すると、次のように表現できよう。

$$\mathbf{Q}_b = -R_{11}(\mathbf{U}_G - \mathbf{u}'_G) - R_{12}(\boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\varphi}'), \quad \mathbf{M}_b = -R_{12}(\mathbf{U}_G - \mathbf{u}'_G) - R_{22}(\boldsymbol{\Psi} - \boldsymbol{\varphi}') \quad (9)$$

ここに、 $R_{ij}$  は(8)式の積分結果、定まる定数で、後でこれは複素ばね係数によられる地盤の動的復元力特性を代表する係数であることがわかる。(9)式を用いると、結局、(2)式の運動方程式は、(10)式のように書ける。

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_{\varphi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_{\varphi} \\ \ddot{\Psi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{\varphi} \\ \Psi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_{\varphi} \\ \varphi' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q \\ M \end{Bmatrix} \quad (10)$$

(10)式は地震動  $u'_{\varphi}$ ,  $\varphi'$  を受け、復元力  $R_{ij}$  を有する剛体基礎の運動方程式を絶対変位で書いた式である。(7)式と(8)式からわかるように、散乱波  $u^{(2)}, \varphi^{(2)}$  は剛体基礎の絶対変位から地震動の効果とを差し引いた境界条件によって定まる。したがって、 $u^{(2)}, \varphi^{(2)}$  は地震動の存在しない状態で、外力の作用のもとで剛体基礎が振動する場合の地盤変位と考えられる。結局、この  $u^{(2)}, \varphi^{(2)}$  から定まる動的相互作用力は地盤の復元力を表し、 $R_{ij}$  はいわゆる複素ばね係数に相当することがわかる。

建物基礎で観測される地震波は、(10)式の応答値  $U_{\varphi}$ ,  $\Psi$  であるから、建物基礎の地震波は、上部構造物、複素ばね係数、基礎の質量および有効地震動の4つの効果を含むと言える。一方、LNGタンクでは、質量が極めて小さく、上部構造物からの力が働かないので、(10)式の運動方程式によると、LNGタンクの地震波は、有効地震動に相当することがわかる。

**3. 有効地震動の近似式** 有効地震動は、図-3(a)のような変位を持たない基礎の地震応答値として与えられることがわかったが、図-3(a)の円柱剛体基礎を図-3(b)のような質量のない剛体棒に単純化して、近似解を求めようとするのは、工学的に興味深いものと思われる。図-3(b)を参照し、単位長さ当たりの地盤反力係数  $K_U$  を介して地震動が剛体棒に作用するものとするれば、剛体棒の力のつり合い式は

$$\int_H^{H+h} K_U \left[ u'_{\varphi} + \left( \frac{h}{2} - H + z \right) \varphi' - u(H-z) \right] dz = 0 \quad (11)$$

$$\int_H^{H+h} K_U \left[ u'_{\varphi} + \left( \frac{h}{2} - H + z \right) \varphi' - u(H-z) \right] \left( \frac{h}{2} - H + z \right) dz = 0$$

ここに、 $u(H-z)$  は、地盤を一次元せん断棒としたときの  $(H-z)$  点における地盤変位で、次式によって与えられる。

$$u(H-z) = u_0 \cos \left[ \frac{\omega}{V_S} (H-z) \right] e^{i\omega t} \quad (12)$$

(12)式を(11)式に代入して、結局、有効地震動の近似式を得る。その振動数特性を示すと、図4の一点破線のようになる。図-4(a)(b)はそれぞれ、水平成分、回転成分を表わし、共に自然地盤の地表面地震動  $u_0$  で正規化してある。横軸は、地盤の硬さと基礎の寸法を正規化した無次元振動数、 $\omega h / V_S$  を表わす。図-4には、また、3次元FEMによって、極めて質量の小さい基礎の基礎底面の地震応答値を求めた結果も破線<sup>(4)</sup>で示す。水平成分  $u'$  に関

しては、両者の対応は比較的良好で、振動数の増加とともに振幅が減少している。一方、回転成分  $\varphi'$  は、振動数とともに増加し、ある振動数からはほぼ一定かやや減少の傾向を示す。なお、 $\varphi'$  では、両者の対応は悪いため

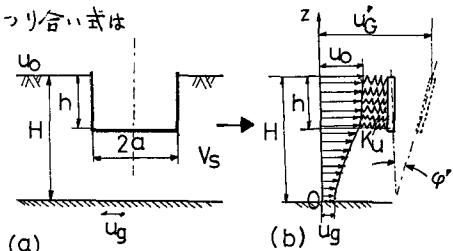
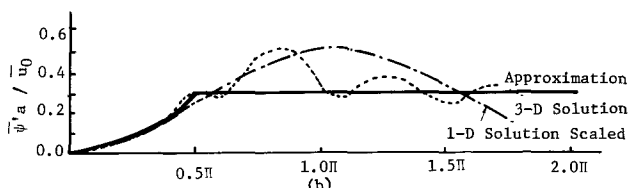
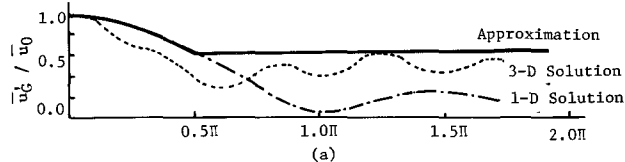


図-3 有効地震動の一次元モデルとその記号



(a) Variation for Translational Motion  
(b) Variation for Rocking Motion

図-4 有効地震動の振動数特性

図-4には、(1)と(2)式の結果の振幅を3割にした値を示した。以上の検討から、FEMの結果を参照して、基礎  
 表面における有効地震動の近似式を(3)式と与えた。図-4の実線は、(3)式の結果を示したものである。

$$\left| \frac{u'}{u_0} \right| = \left| \frac{\sin(\beta h)}{\beta h} \right|, \quad \left| \frac{\phi' a}{u_0} \right| = 3.6 \frac{a}{h} \left| \frac{1}{2} \frac{\sin(\beta h)}{\beta h} + \frac{(\cos(\beta h) - 1)}{(\beta h)^2} \right| \dots \quad 0 \leq \beta h \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\left| \frac{u'}{u_0} \right| = \frac{2}{\pi} \approx 0.63, \quad \left| \frac{\phi' a}{u_0} \right| \approx 0.30 \frac{a}{h} \dots \quad \frac{\pi}{2} \leq \beta h, \quad \beta h = \frac{\omega h}{V_s}$$
(13)

4. 実験例による近似式の検討 質量が極めて小さく、巨視的には、剛体として運動する地下式LNGタンク  
 の模型実験と地震観測データを使って、(3)式で与えられた有効地震動の近似式の検証を行う。

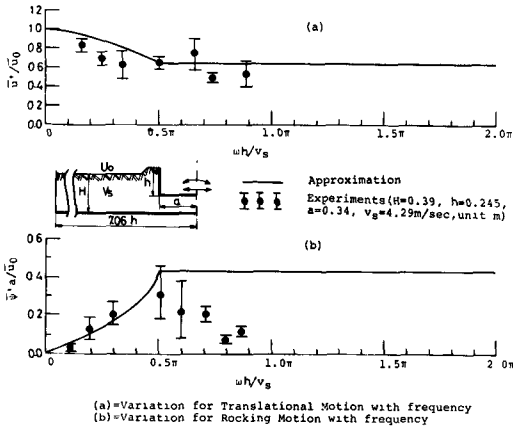


図-5 模型実験結果と近似式の比較 その1

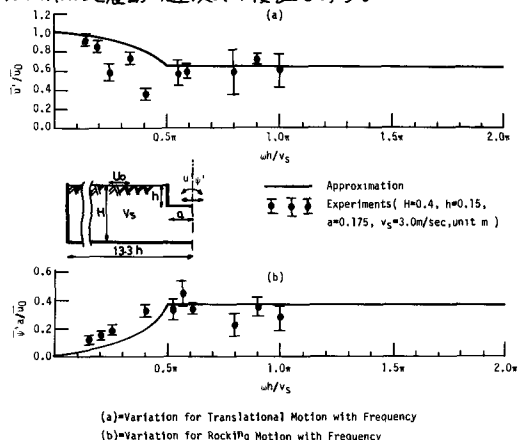


図-6 模型実験結果と近似式の比較 その2

図-5, 6は人工地盤材料を使ったLNGタンク模型実験  
 データから求めた有効地震動と(3)式の比較を示す。細部は  
 必ずしも一致していないが、巨視的には、両者の対応はよ  
 い。また、図-7は実物LNGタンクの地震観測データの  
 パワースペクトル(PS)と地表面の波形に(3)式のフィルタ  
 を通して求めたPSの比較で、(a)(b)は、それぞれ、タンク  
 上端と底面のPSを表わす。図-7の結果も、また、(3)式  
 の有用性を支持している。なお、貴重な実験、観測デー  
 タを提供された大林組技術研究所、後藤洋三氏と大成建設  
 株、浜田政則氏に感謝の意を表わす次第である。

- (1) 浜田政則；大型地下タンクの地震時挙動の観測と解析, Proc of JSCE No 273, 1978, PP1-14.
- (2) 山原 浩, 塩谷 清人；実験例による地震波入力損失の検討, Proc of AIJ No 200, 1978, PP53-59.
- (3) Luce, J.E.; Dynamic Interaction of A Shear Wall with The Soil, Proc of ASCE, Vol. 95, NO EM2, 1969, PP 333-346.
- (4) Kausel, E., R.V. Whitman, F. Eidsaas, J.P. Morra; Dynamic Analysis of Embedded Structures, 4th International Conf. on SHIRT, KA, K2/6, 1977, PP1-10.
- (5) Thau, S.A.; Radiation and Scattering From a Rigid Inclusion in an Elastic Medium, Journal of Applied Mechanics, Vol 34, 1967, PP509-511.
- (6) 原田 隆典, 久保隆三氏, 中山 雄三氏；地震動による埋設剛体構造物の運動方程式, 土木学会第33回年次講演要録集 I, 1978, PP444-445.
- (7) 後藤洋三, 白砂 健, 沖積地盤に於ける埋設地下タンクの地震応答特性, 第5回日本地震工。シンポジウム集, 1978, PP477-484.
- (8) 社団法人 日本ガス協会, 液化天然ガス用保管受容器；液化ガス用貯槽の作業調査についで, 昭和53年3月

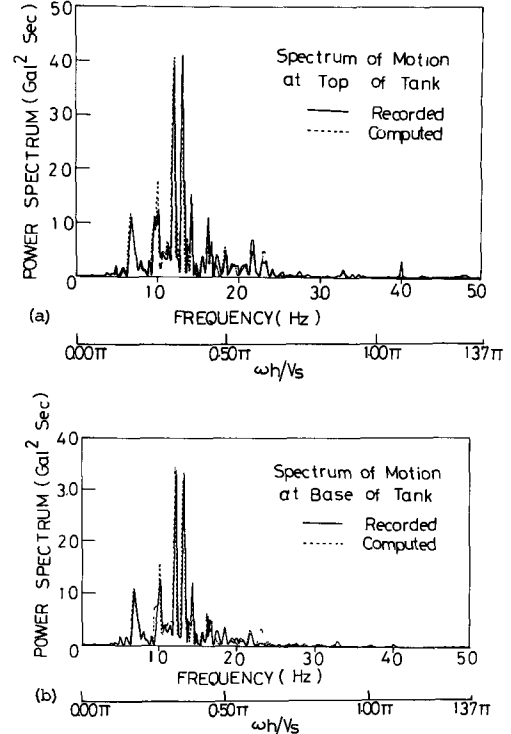


図-7 LNGタンクでの実測スペクトル(PS)と近似式によるPSとの比較