

中小天井河川の地震時スロッシングについて

東京大学地震研究所 正員 伯野元彦
 東京大学地震研究所 学生員 ○井上康介

1. まえがき

近年、超高層ビル、超大型橋梁、大ダム等固有周期が数秒から数十秒の構造物が計画、建設されるに及び、これらの建造物の、いわゆる“やや長周期”領域の変位波に対する応答が関心を集めている。一方大型液体貯槽内のスロッシングの固有周期も数秒から数十秒であり、1964年6月の新潟地震の際、昭和石油の原油貯槽がスロッシングによるとみられる火災を起して以来、多くの人々によって、地震時の貯槽内液体の挙動が解析されて来た。ところで中小河川の中には、流路と直交方向の水面動揺の固有周期が大型貯槽内液体のそれと同じ位のものである。大地震時には水面がスロッシングすることから充分考えられる。(大河川、ダム等の場合は、その固有周期が数秒から数十秒というオーダーであるから、変位波のその領域の成分が非常に小さいことを考えると余り問題ないと思われるので特に中小河川と言った。)東京等の大都市では、地下水の汲み上げ等により地盤沈下が激しく、河川の水面が地面より数mも高い地域がかなり存在する。その地域で大地震時に河川堤防が破綻すれば、都市防災上由々しき事態が生ずる。この様な天井河川の堤防の耐震性を考えるに当り、そのうち中小河川について現在まで余り考慮されていない水面のスロッシングによる影響を検討してみたので、以下に報告する。

2. 東京下町地域の中小河川

河川の水面動揺が堤防に与える影響としては、1)水面の動揺による堤防の越流、2)動揺による堤体への水圧、の2つが考えられる。以下、東京下町の江東テラ地区を流れる中小天井河川を例にとり、そのスロッシングを

検討する。図1にこの地域の概要を示す。これら小名木川、堅川、北十間川、横十間川等の堤防は関東大震災(1923年9月)以降の急速な地盤沈下に伴い、かさ上げをくり返して来た。(文献1)。図2は小名木川の西端における堤防の断面図で、図から過る回にゆたかさ上げたことか

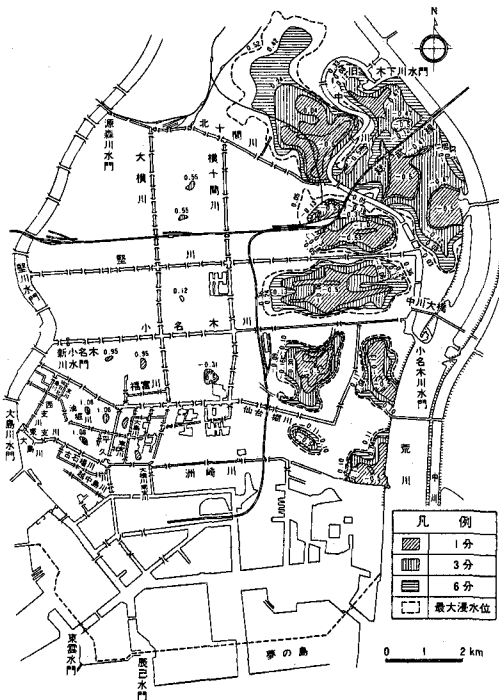


図1. 江東テラ地区(東京都都整備局1969)

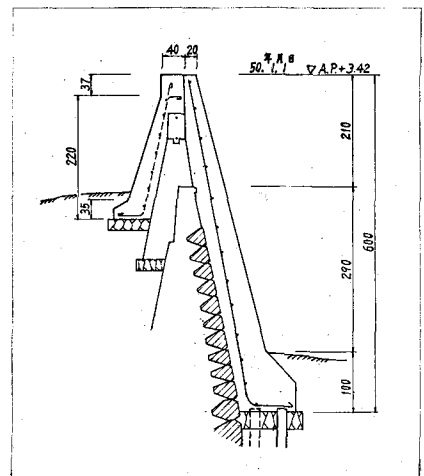


図2. 小名木川堤防断面図

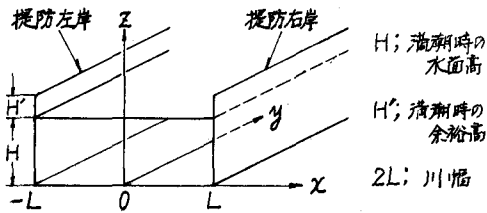


図3. 系のモデル化

	H(m)	H'(m)	2L(m)	T_L (秒)
小名木川	3.6	1.42	25~55	8.7~18.6
堅川	3.6	1.4	23	8.0
旧中川	3.9	1.23	70~	22.8

表1. 各河川の諸元

かわれる。図1中の代表的中小河川の諸元を表1に示す。表中 T_L とはスロッシングの1次固有周期のことで、系を図3の様にモデル化して第③、④式から計算したものである。表より図1中の中小河川の T_L は、数秒~20数秒であることがわかる。この T_L の周期を持つ波が入力地震波中に多く含まれていると、スロッシングの影響が無視できないことになる。森岡は関東大地震の記録を復元して図6の変位記録及び図5の速度応答スペクトルを得た(文献4)。両図よりわかる様に、“やや長周期”領域において、13秒という成分が卓越している。又、太田によれば地震の大きさ M と地震波の卓越周期 T の間には図4に示す様な関係があり(文献5)、大地震になれば地震波中のやや長周期成分が増える。以上のことを総合すると、大地震時に中小河川がスロッシングを起こしその影響が問題となることか充分考えられる。

小名木川は図1からわかる様に川幅が川筋沿いに東から西へ増加しており、川の東端で25m、西端で55mである。したがって固有周期 T_L も 関東大地震の卓越周期13秒を含んで川筋沿いに8.7秒~18.6秒と広い範囲に渡って変化しており、小名木川の各地点での水面応答を求めれば他の中小河川の応答がカバーされてしまう。よって以下の応答解析は主として小名木川について行う。

3. 解析の基本式

本節では河川のスロッシング解析の基本式を、曾我部が河川貯槽の液面応答解析に用いた方法(文献2,3)に従って導く。堤防を剛体と仮定して系を図3の様にモデル化し、この系が x 方向の変位加振 $d_g(t)$ をうけるものとする。又川の流れは y 方向に定常的に流速 $V_g (=const.)$ で流れているとする。

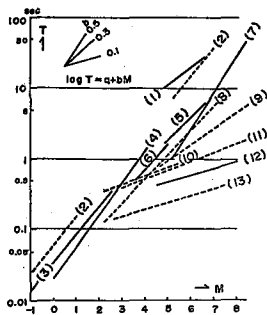


図4. M と T の関係(太田)

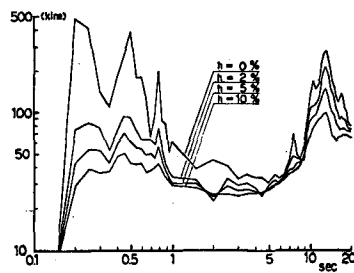


図5. 速度応答スペクトル(森岡)

今水为非圧縮性完全流体であるとし、かつ渦なし流と仮定すると速度ポテンシャル中が存在し、川の水の挙動は次の5式で記述できる。

i) 連続の条件: $\nabla^2 \phi = 0$

ii) 側壁における境界条件:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=\pm L} = v_g(t)$$

但し $v_g(t) = \dot{d}_g(t)$

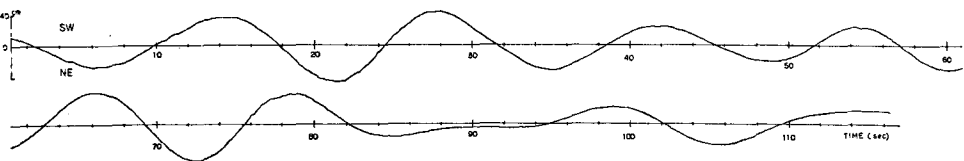


図6. 関東大地震(1923)の復元変位記録(森岡)(東京本郷)

iii) 底面における境界条件: $-\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$

iv) 自由表面における境界条件: $\frac{\partial \phi}{\partial z^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$; $z=H$

v) y 方向の流速の条件: $-\frac{\partial \phi}{\partial y} = V_y$ (const.)

但し iv) で表面変位は微小と仮定している

文献2と類似の手法で ϕ を求めると

$$\phi = L \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_i^2} \frac{\sin(\varepsilon_i \frac{z}{L})}{\sin(\varepsilon_i)} \frac{\cosh(\varepsilon_i \frac{z}{L})}{\cosh(\varepsilon_i \frac{H}{L})} v_i - \frac{z}{L} v_0 \right] - V_y y \quad \text{--- ①}$$

$$\text{ここで } \varepsilon_i = \frac{2i-1}{2} \pi \quad (i=1, 2, \dots)$$

①の v_i は液体の i 次固有振動数で

$$v_i + 2\zeta_i \omega_i v_i + \omega_i^2 v_i = \dot{v}_i \quad \text{--- ②} \quad (\zeta_i: \text{粘性減衰比})$$

の解である。②の ω_i はスロウシニングの i 次固有円振動数で

$$\omega_i^2 = \frac{g}{L} \varepsilon_i \tanh\left(\frac{H}{L}\right) \quad \text{--- ③}, \quad \text{但し } T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad \text{--- ④}$$

で与えられる。④の T_i は i 次固有周期である。

①より液面変位 η , 堤防側面における変動圧 p_w は次式

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=H} = \frac{1}{g} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_i^2} \frac{\sin(\varepsilon_i \frac{z}{L})}{\sin(\varepsilon_i)} v_i - \frac{z}{L} v_0 \right] \quad \text{--- ⑤}$$

$$p_w = \frac{\gamma}{g} \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=L} = \frac{\gamma L}{g} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_i^2} \frac{\cosh(\varepsilon_i \frac{z}{L})}{\cosh(\varepsilon_i \frac{H}{L})} v_i - v_0 \right] \quad \text{--- ⑥}$$

で表示される。右岸側壁における η の値を η と書けば⑤より

$$\eta = \eta \Big|_{x=L} = \frac{1}{g} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_i^2} v_i - v_0 \right] \quad \text{--- ⑦}$$

又右岸側壁に作用する単位幅当りの全圧力 P_z は⑥より

$$P_z = \int_0^H p_w dz = \frac{\gamma L H}{g} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\varepsilon_i^2} \frac{\tanh(\varepsilon_i \frac{H}{L})}{\varepsilon_i H} v_i - v_0 \right] \quad \text{--- ⑧}$$

今系が1次の固有周期 T_1 に近い周期 T_g の正弦 n 波地動 d_g ($d_g = D_g \sin \omega_g t$, $0 \leq t \leq nT_g$) をうけたとき、応答 η , P_z の最大値は安全側としてそれを次式⑨, ⑩で評価することかできる(文献2)。

$$\eta(n) = L \frac{D_g \omega_g^2}{g} \left[\frac{2}{\varepsilon_i^2} A_n(n) + 1 \right] \quad \text{--- ⑨}$$

$$P_z(n) = \gamma L H \frac{D_g \omega_g^2}{g} \left[\frac{2}{\varepsilon_i^2} \frac{\tanh(\varepsilon_i \frac{H}{L})}{\varepsilon_i H} A_n(n) + 1 \right] \quad \text{--- ⑩}$$

図7に示す。図からわかる様に $\zeta_i < 1\%$ では、 n から液位の高さなら $A_n(n)$ は ζ_i の値にはほとんど影響をうけない。今河川のスロウシニングにおける水の ζ_i の値は不明であるが、1%以下と思われるので以下一定0.1%と仮定する。このとき $A_n(n)$ と λ_i の値との関係は図8より与えられる。(尚両図共文献2から複製したものである。出版の許可を与えられた菅我部氏に感謝します。)

4. 中小河川堤防のスロウシニングによる影響

本節では才2節で述べた様に小名木川を例にとって液面応答を計算する。

1) 最大水面変位 η_{max} の計算

入力は正弦3波, 5波の2種とし、図5, 6を参考にしてその周期 T_g を13.0sec, 加速度振幅 $D_g \omega_g^2$ を10gal とする。(このとき変位振幅 D_g は42.8cmである。) 水の ζ_i を0.1%と仮定すれば、表1から小名木川の H は3.6mであるから $25 \leq 2L \leq 55$ (m) の各 L に対し才3節⑨式及び図8より η_{max} を計算できる。計算結果を図9に示す。図で破線は H

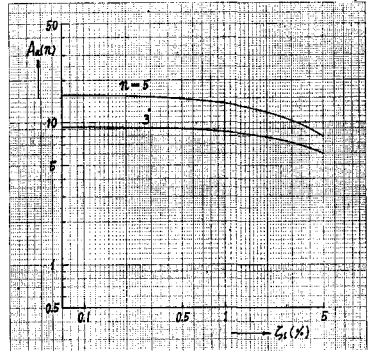


図7. ζ_i と $A_n(n)$ の関係

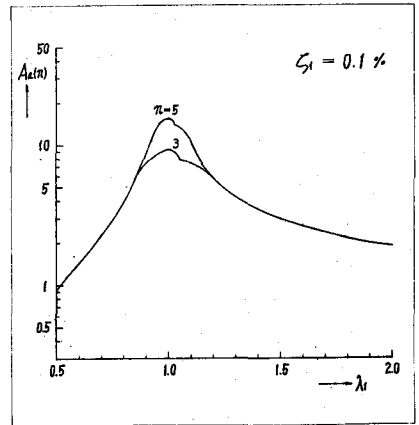


図8. λ_i と $A_n(n)$ の関係

(=142m)を示す。図より2L(川幅)が35m~45m程度のときは $f_{max} > H$ すなわち越流が起こる。この図はHが3.6m程度の中小河川の一様な応答スペクトルにもなっている。小名木川に限らず川幅が40m前後の中小河川は危ないという事を示している。

2) 最大圧力(P_{max})の計算

最大圧力は入力周期 T_g が $i) T_g$ と同じ程度($\lambda_1 \sim 1$)の場合、と $ii) T_g$ よりおのろか小さい場合($\lambda_1 \ll 1$)、の2通りについて求める。(ii)の場合液面変位 η は小さいが、液体の慣性による圧力が大きくなるので $i)$ とは別に算定する必要があるので。

i) $T_g \sim T_L$ (長周期加振)の場合

この場合は才第④式によって算定する。小名木川の各断面について算定した値を図9に示す。但しここで入力は加速度振幅が10gal, T_g が13.0secの正弦波である。

ii) $T_g \ll T_L$ (短周期加振)の場合

図5において、 $T_g = 0.2$ sec付近に顕著なピークがみられるがそれかこの場合に相当する。この場合は才第③式から再出発して最大圧力算定の式を導く、②式より

$$\frac{P_c}{\rho H L} g = \frac{2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\xi_n^2}} \frac{\text{Tand}(\frac{\xi_n H}{2L})}{\xi_n H} (\eta_c - \eta_g) - \eta_g \left\{ 1 - \frac{2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\xi_n^2}} \frac{\text{Tand}(\frac{\xi_n H}{2L})}{\xi_n H} \right\}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n}{M} (\eta_c - \eta_g) - \frac{M_0}{M} \eta_g \quad \text{--- ④}$$

ここで $\frac{M_n}{M} = \frac{2}{\xi_n^2} \frac{\text{Tand}(\frac{\xi_n H}{2L})}{\xi_n H}$ --- ⑤, $\frac{M_0}{M} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n}{M}$ --- ⑥, 但し $M = \frac{2\rho H L}{g}$

④式の才1項はいわゆる自由水の項に、才2項は固定水の項に対応する(文献6,7)。さて $T_g \ll T_L$ とき、 η_c と η_g とは位相差はほぼ0となり従って④式の才1項は才2項に比べ無視できる。よって $(P_c)_{max} = \frac{2\rho H L}{g} \left(\frac{M_n}{M} \right) (\eta_g)_{max}$ --- ⑦ と評価できる。 $\frac{M_n}{M}$ は系の aspect ratio $\frac{H}{2L}$ より一意的に決定されるか(式⑤)。両者の関係を図10に示す。河川の場合 aspect ratio は小さいので(小名木川の場合0.0655~0.1440) M_n/M の値も小さい。④式及び図10より小名木川の各断面について算定した値を図9に示す。但し $(\eta_g)_{max}$ は文献4等を参考に17500galとした。

5. まとめ

従来考慮されていなかった大地震時における中小河川堤防のスロウシニアによる影響が必ずしも無視できない事かわかった。系のモデル化のし方に色々問題があるか。今後の課題としておく。最後に資料、図面等を提供して下さい。内山保長(東京都河川局), 太田裕氏(北大工), 森岡敬樹氏(早大理工), 又色々御教示を頂いた曾我部深氏(上智大理工)の各氏にお礼申し上げます。

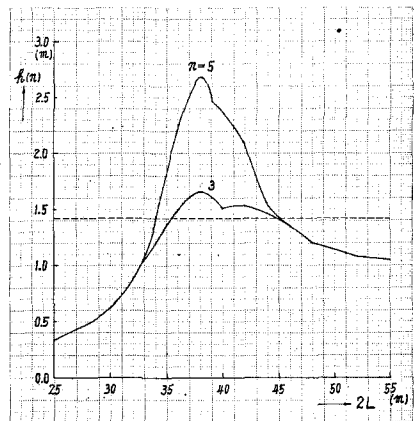


図9. 川幅と最大液面変位の関係

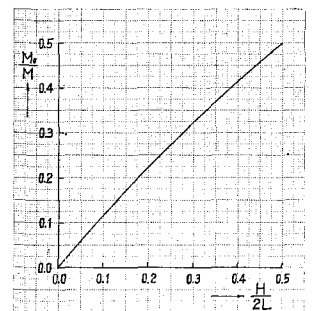


図10. $\frac{M_n}{M}$ と $\frac{H}{2L}$ の関係

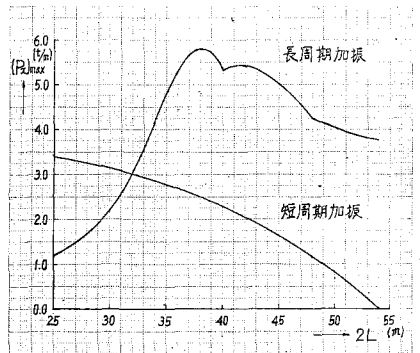


図11. 川幅と最大圧力の関係

参考文献

- 1) 日本科学者会議編: 東京の地震を考える
- 2) 曾我部 深: 生産研究 3/74, 4/74, 8/74
- 3) 〃: 機械学会誌 4/76
- 4) 森岡敬樹: 才千回地震震動シンポジウム
- 5) 太田 裕: 〃
- 6) Housner, G.W.: B.S.S.A., 47-1
- 7) Graham, E.W. et al.: J.A.M. 1952-7