

# 滑り支承を有する単純桁橋の地震応答

— 入力の変位遅れを考慮した非弾性応答解析 —

京都大学工学部 正員 後藤尚男 京都大学工学部 正員 〇家村浩和  
 京都大学大学院 学生員 中田恒和 京都大学大学院 学生員 笠井隆司

## 1 まえがき

近年、大都市およびその周辺では、土地利用の立体化が進み、土木分野では各所に高架路線構造物が見られるようになった。大地震時におけるこれらの構造物の安全性が、最近になって都市防災の立場から再検討され始めている。言うまでもなく、高架路線構造物の安全性の確保は、地震後の避難救助活動の動脈として非常に重要である。しかるに、過去の震災例において、路線構造物の被害はまれではない。特に、福井地震(23年6月)による九頭竜川中角橋、新潟地震(39年2月)による信濃川昭和大桥、さらに米國サンフェルナンド地震(71年2月)による同地区インターチェンツなどでは、それぞれ橋桁の落下という壊滅的な被害を受けている。そこで本研究では、単純支持桁橋において橋桁が移動支承部の桁がかりを踏み外して落下する場合を想定し、これを防止するために必要な桁がかり幅の合理的な決定のための基礎資料を得ようとした。

地震応答計算にあたっては橋脚の固有周期、上下部構造質量比、滑り支承部の摩擦係数、入力の変位遅れ、地盤の非弾性復元力特性などを考慮し、これらが両橋脚の相対変位量の最大値に及ぼす影響について検討した。

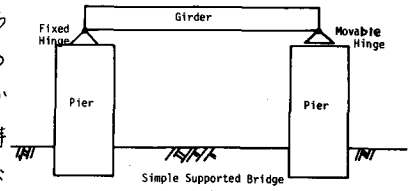


Fig. 1 A Simple Supported Bridge Analyzed in This Study

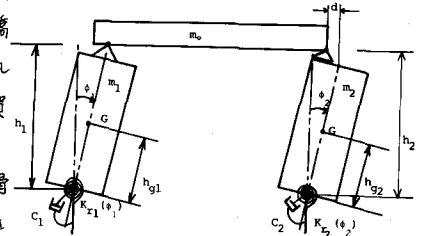


Fig. 2 The Vibrational Model of A Simple Supported Bridge

## 2 1径間単純桁橋のモデル化と運動方程式

2-1 単純桁橋のモデル化 本研究では、図-1に示す1径間単純支持桁橋を解析の対象とした。モデル化にあたって両橋脚は底面の中点を回転中心としたロックンギン運動が卓越した振動を繰り返すものとし、橋桁は水平方向のみの運動を仮定した。固定支承側では橋桁が橋脚にヒンジ結合されており、滑り支承側では橋脚と橋桁が摩擦係数で連結されている。摩擦係数は、その絶対値が最大静止摩擦係数  $F_0 (= m_0 g \mu_0 / 2)$  を越えない場合はその値で、 $F_0$  を越えると滑り摩擦係数  $F_a (= m_0 g \mu_a / 2)$  となる。単純化したモデルは図-2に示す。

2-2 運動方程式 図-2において、 $\varphi_1, \varphi_2$ は橋脚のロックンギン回転角、 $m_0$ および $m_1, m_2$ を桁および橋脚の質量、 $G_1, G_2$ を橋脚の重心、 $J_1, J_2$ を回転慣性モーメント、 $k_{r1}(\varphi_1), k_{r2}(\varphi_2)$ を非線形回転復元力、 $C_1, C_2$ を粘性係数、 $h_{g1}, h_{g2}$ を底面より重心までの高さ、 $h_1, h_2$ を底面より桁までの高さ、 $F_1$ を固定支承側橋脚のヒンジに働く力、 $F_2$ を滑り支承側における摩擦力とする。ただし、サフィックスの1・2は固定および滑動側の橋脚を示す。また、摩擦力による復元モーメントおよび橋脚・桁の質量による転倒モーメントを考慮した。

固定支承側橋脚のロックンギンの運動方程式は、

$$J_{01} \ddot{\varphi}_1 + C_1 \dot{\varphi}_1 + k_{r1}(\varphi_1) - m_1 g \cdot h_{g1} \varphi_1 - m_0 g \cdot h_1 / 2 \cdot \varphi_1 + F_1 h_1 = -m_1 \ddot{z}(t) \cdot h_{g1} \quad (1)$$

桁の水平方向の運動方程式は、

$$m_0 h_1 \ddot{\varphi}_1 - F_1 + F_2 = -m_0 \ddot{z}(t) \quad (2)$$

一方、滑り支承側橋脚の運動方程式は、固定側と同様に

$$J_{02} \ddot{\varphi}_2 + C_2 \dot{\varphi}_2 + k_{r2}(\varphi_2) - m_2 g \cdot h_{g2} \varphi_2 - m_0 g \cdot h_2 / 2 \cdot \varphi_2 - F_2 h_2 = -m_2 \ddot{z}(t - \tau) \cdot h_{g2} \quad (3)$$

ここに、 $\tau$ は地震波動が左側橋脚から右側橋脚に到達するのに要する時間である。式(1)・(2)より固定支承部に働く力 $F$ を消去し、さらに $y_1 = y_1 \tau$ ,  $y_2 = y_2 \tau$ と近似して回転角 $\theta$ と水平変位 $y$ に置換する。しかる後、次のパラメータを定義すると、

$$\left. \begin{aligned} 2 \zeta_1 \omega_1 &= C_1 / (J_{01} + m_0 \tau^2), & \omega_1^2(y_1) &= \{k_{r1}(y_1) - m_1 g_1 g y_1\} / (J_{01} + m_0 \tau^2) \\ 2 \zeta_2 \omega_2 &= C_2 / J_{02}, & \omega_2^2(y_2) &= \{k_{r2}(y_2) - m_2 g_2 g y_2\} / J_{02} \\ C_1 &= \tau^2 m_0 / 2(J_{01} + m_0 \tau^2), & C_2 &= \tau^2 m_0 / J_{02} \\ a_1 &= \tau (m_1 g_1 + m_0 \tau) / (J_{01} + m_0 \tau^2), & a_2 &= m_2 \tau g_2 / J_{02} \\ b_1 &= -m_0 \tau g / 2(J_{01} + m_0 \tau^2), & b_2 &= -m_0 \tau g / 2 J_{02} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

両橋脚間に相対変位を生じている時の運動方程式は次式となる。

$$\ddot{y}_1 + 2 \zeta_1 \omega_1 \dot{y}_1 + \omega_1^2(y_1) + b_1 \dot{y}_1 + C_1 g \mu_a \operatorname{sign}(v) = -a_1 \ddot{z}(t) \quad (5)$$

$$\ddot{y}_2 + 2 \zeta_2 \omega_2 \dot{y}_2 + \omega_2^2(y_2) + b_2 \dot{y}_2 - C_2 g \mu_a \operatorname{sign}(v) = -a_2 \ddot{z}(t - \tau) \quad (6) \quad \text{ただし, } v = \dot{y}_1 - \dot{y}_2$$

次に、滑り支承部において滑りが生じていない場合の運動方程式は式(5)・(6)より摩擦力を消去して、次式となる。

$$\begin{aligned} (C_1 + C_2) \ddot{y}_1 + 2(C_1 \zeta_1 \omega_2 + C_2 \zeta_2 \omega_1) \dot{y}_1 + C_2 \omega_1^2(y_1) + C_1 \omega_2^2(y_1 - d) \\ + (C_1 b_2 + C_2 b_1) \dot{y}_1 = \{a_1 C_2 \ddot{z}(t) + a_2 C_1 \ddot{z}(t - \tau)\} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $\ddot{y}_1 = \ddot{y}_2$ ,  $\dot{y}_1 = \dot{y}_2$ ,  $y_1 - y_2 = d$ を考慮した。

以上、式(5)・(6)および(7)を解くことにより、両橋脚の応答値を得ることができる。

2-3 橋脚間の地震入力位相差 地盤中の伝播する地震波動の中で、単純桁橋の橋軸方向の振動成分を有し、しかも両橋脚に位相差を有して入射する波としては、P波、SV波、およびレーレー波が考えられる。地震による地動はこれらの波ばかりで構成されるのではなく、数種の波が合成されてきている。今、かりに地震波動の中でこれら3種の波動が卓越している場合と考えると、これらの波動の伝播速度は異なるから、入射波の位相差を議論するためには、各波動ごとの取り扱いが必要となる。しかしながら現状では、波動の種類に応じて下取り扱いは非常に複雑・困難であるので、本研究では、同一の地震波形がある時間差で二橋脚に入射すると考えた。この値は、速度 $v$ なるSV波が橋脚間長さ $l$ の単純桁橋に地表面への入射角 $\theta$ で伝播したとすると、 $\tau = l \sin \theta / v$ なる関係より求められる。入力地震波形としては、Kern County地震時(1952.7.21)にTaftで得られた記録の水平S69°E成分を採用した。この地震波形の最大加速度は175.9 cm/sec<sup>2</sup>で、速度応答スファクトルは0.3~1.0秒までの間大きな変動の比較的小さい特性を有している。

3 数値計算手法と計算例

3-1 計算資料 都市周辺部に考えられる単純桁橋を、表1に示す各種パラメータを用いて6種類に分類した。まず固定支承側橋脚の固有周期によりA・B・Cの区分を設け、移動支承側橋脚の固有周期が固定側のそれの半分の場合にはI、等しい場合にはIIの記号をつけた。減衰定数は、実験実測資料に基づいて道路橋上下部構造の固有周期 $T$ と $\zeta$ との関係を概略的に取りまとめた建設者土木研究所による $\zeta = 0.02/T$ なる関係を参照して決定した。橋桁支承部の静止摩擦係数 $\mu_s$ は0.25程度、動摩擦係数 $\mu_d$ は $\mu_s$ の半分とした。上下部構造の質量比 $\alpha = m_0/m_1$  ( $m_2$ )としては0.25~1.0の範囲を想定した。

3-2 数値計算法 数値計算にあたっては、滑り支承部における摩擦力と非線形履歴復元力特性の取り扱いを以下のようにした。すなわち、摩擦力は相対速度 $v$ の値が零の場合その絶対値は $F_d$ を越えない範囲で振動し、 $v$ の値が零でない場合絶対値は $F_d$ で一定となり、その向きは相対速度の向きに応じて変化する。従ってルンゲ・クッタ法を用いた本研究では、 $t = t_n$ における $v$ が零であるかを判定した上で、 $v=0$ ならば式(7)を、 $v \neq 0$ ならば式(5)・(6)を用いて $t = t_{n+1}$ における応答値を求めていく。次にbilinear型非線形履歴復元力 $k_{r1}(y_1)$ ・ $k_{r2}(y_2)$ の算出にあたっては、 $t = t_n$ における変位および速度の両者による制御を実施した。降伏変位 $y_p$ および弾塑性傾

Table 1. Parameters of the model

	A-I	A-II	B-I	B-II	C-I	C-II
固定支承側固有周期 $T_1$ (SEC)	1.0		0.4		0.2	
移動支承側固有周期 $T_2$ (SEC)	0.5	1.0	0.2	0.4	0.1	0.2
減衰定数 $\zeta_1, \zeta_2$	0.02		0.05		0.10	
支承部 静止摩擦係数 $\mu_s$	0.25		0.25		0.25	
同 動摩擦係数 $\mu_d$	0.125		0.125		0.125	
上下部構造質量比 $\alpha$	0.25		0.25		0.25	

斜率  $n$  の決定にあたっては、落合橋における地震応答実測とその解析結果を参照し、1例として  $y_1 = 0.3 \text{ cm}$ ,  $\eta_1 = 0.9$ ,  $y_2 = 0.4 \text{ cm}$ ,  $\eta_2 = 0.8$  を設定した。

3-3 地震応答計算例 応答計算の1例として、表1のA-Iのモデルについて非線形復元力、 $\tau = 0.1$  秒の場合を図-3に示した。同図の(a)(b)(c)はそれぞれ固定支承側、移動支承側橋脚の変位応答値および両橋脚間の相対変位の応答値である。(d)(e)はそれぞれ時間および両橋脚間の相対速度に対する摩擦力を示す。また(f)(g)には両橋脚の復元力を示した。

4 最大相対変位応答に関する考察

4-1 橋脚固有周期および入力位相差の影響

運動方程式(5) (6)における  $T_1 (= 2\pi/\omega_1)$ ,  $T_2 (= 2\pi/\omega_2)$  は、それぞれ固定支承側および移動支承側橋脚の固有周期を考えている。 $T_1$  は桁を含めた橋脚の固有周期であり、両橋脚の形式、大きさが同一であれば  $T_2$  よりも大きな値をもつであろう。本研究では簡単のため  $T_1 = 2T_2$  の場合のみを考え固有周期の大きなものからA-I, B-I, C-Iとした。また位相差の影響が顕著に現われる  $T_1 = T_2$  の場合を考え、同じくA-II, B-II, C-IIとした。図-4~図-6に示したように  $\tau$  が大きくなると、両橋脚の相対変位量の最大値  $d_{max}$  は必ずしも単調増加するものではなく、変動値を示している。 $T_1 = 2T_2$  の場合、 $d_{max}$  を最大にする  $\tau$  の値はA, B, Cによって異なっており、入力地震波の周波数特性だけでなく、橋脚の固有周期にも関係していることがわかる。一方、 $T_1 = T_2$  の場合にも  $d_{max}$  を最大にする  $\tau$  の値はA, B, Cによって異なっているが両橋脚の固有周期が等しいため両橋脚が逆位相で振動するような  $\tau$  が存在する。このような  $\tau$  は橋脚固有周期の半分と考えられるのでA-IIでは0.5秒、B-IIでは0.2秒、C-IIでは0.1秒であり、実際ほぼこの  $\tau$  の付近で  $d_{max}$  はピーク値を示している。特に入力地震波として用いた Toft 地震の卓越周期0.35秒に近い橋脚固有周期を有するB-IIでは顕著にこのような特徴が現われており、さらに  $\tau$  が一周期分大きくなった0.6秒付近で再びピークが現われている。このように位相差を考慮すると、同時刻に両橋脚の最大あるいはそれに近い変位が逆位相で生じるため  $d_{max}$  の最大値が増加することがわかる。

4-2 地盤復元力の非線形性の影響

地盤の復元力に非線形性を考慮すると、線形解析の場合と比べて  $d_{max}$  の最大値はB-Iで約1.55倍、C-Iで約1.67倍となっており、同じ  $\tau$  に対しても常に大きな値を示している。したがって、弾性固有周期の比較的短い単純桁橋では地盤復元力の非線形性を考慮することにより、線形解析で得られる値よりも大きな値を生ずる可能性が十分存在すると言えよう。一方A-Iと比べると、非線形解析では線形解析における応答値よりもかたがって小さな値を示しており、 $d_{max}$  の最大値では約0.77倍となっている。これは非線形性の結果である振動周期の増大と履歴減衰によるものと考えられる。また、A-II, B-II, C-IIの場合と比較すると、 $d_{max}$  の最大値にはほとんど差が見られない。しかしながら  $d_{max}$  を大きくする  $\tau$  の値は線形解析の場合

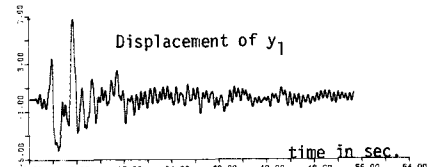


Fig.3 (a)

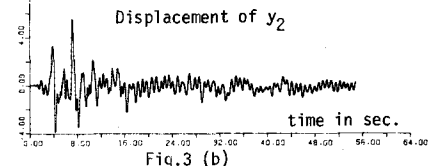


Fig.3 (b)

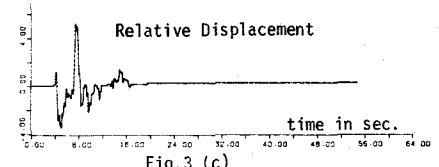


Fig.3 (c)

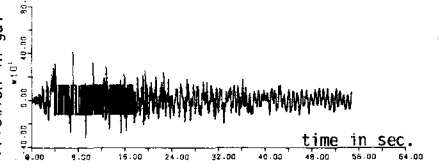
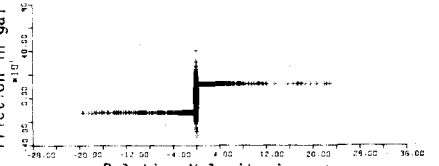


Fig.3 (d)



Relative Velocity in cm/sec

Fig.3 (e)

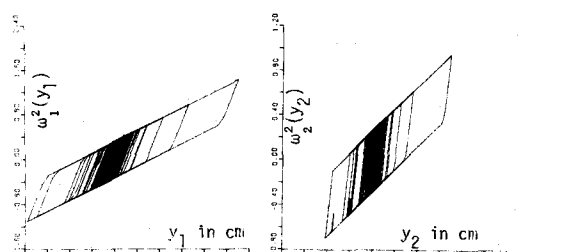


Fig.3 (f)

Fig.3 (g)

合のように橋脚固有周期の半分付近とはなっていない。これは非線形性により、橋脚の固有周期が変化するためであろうと考えられる。

4-3 摩擦係数および桁-橋脚質量比の影響 図-7は横軸に滑り摩擦係数  $\mu_d$ 、図中のパラメータとして桁-橋脚質量比  $\alpha$  をとり、 $d_{max}$  の変化を示したものである。 $\alpha$  の値にかかわらず、 $\mu_d$  の増加に伴って  $d_{max}$  の値は減少している。これは摩擦係数の増加によって滑り支承部における相対運動時のエネルギー吸収量が増し、大きな相対変位を生じにくくするためであろう。さらに、同じ  $\mu_d$  であっても  $\alpha$  の値が大きくなると  $d_{max}$  は小さくなる傾向にある。これは桁からの垂直荷重が増加するた、摩擦抵抗が増しエネルギー吸収量が拡大するためであろう。また  $\mu_d$  が 0.4 以上では  $\alpha$  が 0.25 ~ 1.0 のすべての場合に、相対変位は全く生じなくなっている。

4-4 変位応答スペクトル値との比較考察 本研究で求めた両橋脚の相対変位量の最大値を入力地震波の変位応答スペクトルから推定することを試みた。それぞれの橋脚を単体とみなせ、その変位応答スペクトルを  $S_{D1}$ ,  $S_{D2}$  とし表-2に示した。両橋脚の固有周期が等しい場合、移動支承部における摩擦力が零であればその固有周期の約半分の  $d_{max}$  は最大となり、その値はおそらく  $(S_{D1} + S_{D2})$  となるであろう。従って、摩擦力の存在する実橋梁では  $d_{max}$  の最大値は  $(S_{D1} + S_{D2})$  を越えないと考えてよからう。実際、表-2を見るに  $(S_{D1} + S_{D2})$  よりもかなり小さな値しか生じておらず A-II では  $(S_{D1} + S_{D2})$  の半分以下である。また、変位応答スペクトルの二乗和の平方根と比べてもやや小さな値を示すが、A-II を除いてかなり正確な近似が可能であるといえよう。しかしながら、こうした推定値は  $d_{max}$  を最大にする位相差を入力地震が有る場合であり、より小さな位相差しか現われない場合には、

推定値よりもさらに小さな値とならう。また表-2のカッコ内に示した値は、非線形性を考慮した場合であり、線形応答スペクトルより相対変位量の最大値を推定するのはかなりの危険性を含むものと考えられる。

Table 2 Calculated and Predicted Response

	A-I	A-II	B-I	B-II	C-I	C-II
位相差がない場合の相対変位量の最大値 $d_{max}(0)$ (cm)	7.15 (5.51)	0 (0.0)	1.45 (2.86)	0 (0.0)	0.23 (0.51)	0 (0.09)
位相差がある時の相対変位量の最大値 $\text{Max}(d_{max}(t))$ (cm)	7.15 (5.51)	5.43 (6.22)	1.85 (2.86)	2.68 (2.95)	0.33 (0.55)	0.47 (0.52)
$\text{Max}(d_{max}(t)) - d_{max}(0)$ $d_{max}(0)$ (%)	0		27.6		43.5	
$S_{D1} + S_{D2}$ (cm)	9.68	12.90	2.71	4.20	0.45	0.76
$\sqrt{S_{D1}^2 + S_{D2}^2}$ (cm)	7.21	9.12	2.19	2.97	0.39	0.54

参考文献

- 1) 岩崎敏男: 橋梁基礎の耐震設計に関する動的検討, 橋梁と基礎, Vol. 3 No.10 1969, PP140~150
- 2) 後藤尚男, 家村浩和, 笠井隆司: 入力位相差を考慮した単純桁橋の地震応答に関する一考察, 昭和57年度土木学会関西支部年次学術講演会 I-24.

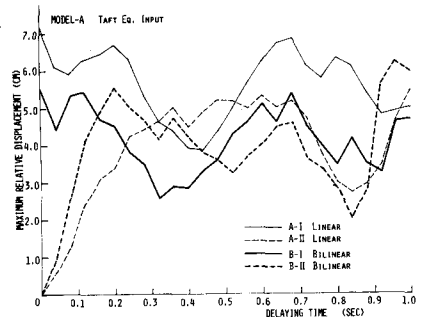


Fig.4 Response of Relatively Long Period Bridge

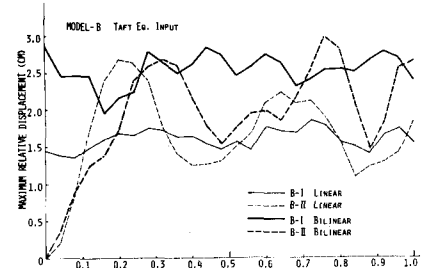


Fig.5 Response of Medium Period Bridge

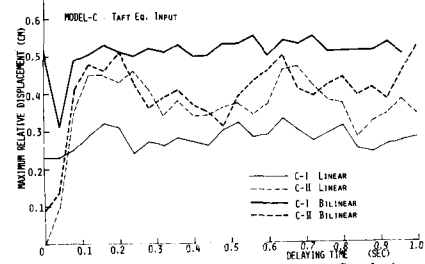


Fig.6 Response of Relatively Short Period Bridge

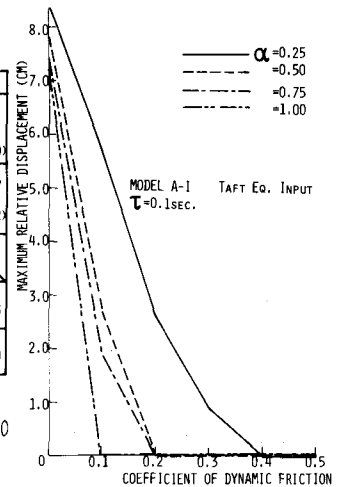


Fig.7 Effects of Friction and Mass Ratio