

地震応答スペクトルの不確定変動の解析

京大工学部 正会員 ○亀田弘行 京大大学院 杉戸真太

1. まえがき 地震応答スペクトルは、構造物の耐震設計の手法としてすでに定着しているが、それらは通常平均応答スペクトルとして用いられる。しかし、不規則な地震動による応答スペクトルは当然ランダムに変動し、しかもそのばらつきが構造物の固有周期によって異なることが報告されている^{1)~4)}。耐震設計においては、こうした応答スペクトルのばらつきを合理的に反映することが重要と考えられるが、そのためには、ばらつきの要因を分析し、その物理的な特性を明らかにすることが必要である。このような観点から、本研究は地震動のスペクトル特性、波形、継続時間などに含まれるランダム性が応答スペクトルのばらつきに及ぼす影響の度合を明らかにし、応答スペクトルの推定法に物理的な根拠を与えようとするものである。

2. 応答スペクトルの変動に影響するパラメーター 従来応答スペクトルは次の形で表示されることが多かった

$$(\text{応答スペクトル}) = (\text{地震動強度}) \times (\text{応答倍率}) \quad \text{-----(1)}$$

地震強度としては、最大加速度A、最大速度V、最大変位D、加速度の自乗和平方根 \sqrt{A} などが用いられてきた

表-1は本研究で用いた強震記録であり、これらの記録から、地動加速度Aに対する平均応答倍率 $\langle Y_{\omega}/A \rangle$ を算出した結果が図-1である。ただし、Yは最大応答

表-1 解析に用いた強震記録

Site	Date	Comp.	A, gal	V, Kine	D, cm	$\sqrt{A} \times 10^2$	$\text{g} \times 10^2$
EL CENTRO	5-18,40	S00E	342	33.5	10.87	3.530	-
		S90W	210	36.9	19.78	2.520	A
FERNDALE CITY HALL	10-07,40	S44W	102	4.8	2.38	0.176	-
		N46W	110	7.4	2.74	0.221	-
TAFT	7-21,52	N21E	153	15.7	6.70	1.070	-
		S69E	176	17.7	9.15	1.160	A
SANTA BARBARA	7-21,52	N42E	88	11.8	4.65	0.467	A
		S48E	129	19.3	5.76	0.567	-
EUREKA FEDERAL	12-21,54	N11W	165	31.6	12.43	0.665	B
		N79E	253	29.4	14.05	1.390	B
SAN JOSE	9-04,55	N31W	100	10.8	2.80	0.146	B
		N59E	106	4.4	1.67	0.104	B
S.F. GOLDEN-GATE PK.	3-22,57	N10E	82	4.9	2.25	0.055	-
		S80E	103	4.6	2.26	0.098	-
1625 OLYMPIC BLVD.	2-09,71	N28E	138	17.6	9.78	0.545	-
		N62W	239	21.3	10.35	1.020	-
4867 SUNSET	2-09,71	S89W	154	23.3	8.03	0.761	-
		S01E	156	16.3	7.95	0.801	-
3345 WILSHIRE	2-09,71	S00W	108	14.8	9.94	0.430	-
		N90E	88	16.2	9.09	0.309	-
EL CENTRO	4-18,68	S00W	128	25.8	12.24	0.466	-
		S90W	56	14.7	10.99	0.299	A
OLYMPIA, WASH.	4-13,49	N04W	162	21.4	8.58	1.470	-
		N86E	275	17.1	10.38	2.200	-
1750 N ORCHID, HW	2-09,71	S00W	167	13.5	6.14	0.667	-
		N90E	122	10.3	5.86	0.361	-
222 FIGUORA	2-09,71	N53W	149	18.4	9.80	0.455	-
		S37W	127	18.7	9.94	0.482	-

変位、 ω は固有円振動数、 f_0 は固有振動数である。地震動強度として速度V、変位D、自乗和平方根 \sqrt{A} のいずれを用いても、それらに対する平均応答倍率の形状は図-1とほぼ同様になる。ところが、これら応答倍率の変動係数は、図-2にみるように、地震動強度のとり方で異なる。これは、地震動の加速度、速度、変位がそれぞれ高、中、低振動数領域を代表する強度パラメーターであることと関係しており、それぞれ単独では全振動数域を包括する強度パラメーターとして不適であることを示している。そこで本研究では、応答スペクトルは、地震動に対する構造物の共振振幅を表すとの見方から、次のように考える。

$$(\text{応答スペクトル}) = (\text{地震動のフーリエ振幅}) \times (\text{共振倍率}) \quad \text{---(2)}$$

これより、応答スペクトルのばらつきを、地震動のスペクトル特性の影響と、継続時間を含む波形特性の影響とに分解することができる。この場合、地震動のフーリエ振幅が強度パラメーターであり、具体的には、次に示す有効スペクトル振幅の形をとる。

3. 地震動強度パラメーター：有効スペクトル振幅 地震動 $s(t)$ のフーリエ振幅を $|F_s(\omega)|$ 、正弦波加速度入

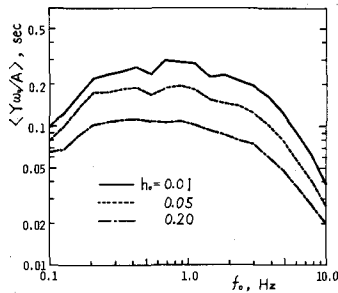


図-1 平均応答倍率(加速度)

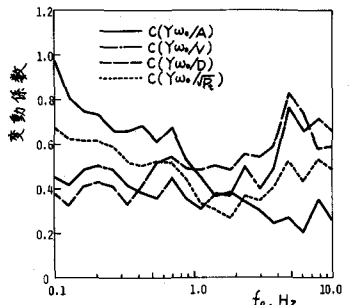


図-2 応答倍率の変動係数($h_0=0.05$)

力に対する線形1自由度系の変位応答倍率を $|A(\omega)|$ とする。すなわち、

$$|A(\omega)|^2 = \frac{1}{\omega_0^2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\} \quad \text{----- (3)}$$

ただし、 ω_0 、 ζ_0 は、それぞれ振動系の固有円振動数、減衰定数である。図-3に、 $|A(\omega)|$ と $|F_x(\omega)|$ の概略を示したが、同図からわかるように、 $\omega \cong \omega_0$ 近傍での $|F_x(\omega)|$ の平均値を振動系への入力強度と考えてよい。この平均的な強度 $|\bar{F}_x(\omega)|$ を有効スペクトル振幅と呼ぶこととし、次式で定義する。

$$\begin{aligned} |\bar{F}_x(\omega)|^2 &= \frac{\int_0^\infty |A(\omega)|^2 |F_x(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |A(\omega)|^2 d\omega} \\ &= \frac{\int_0^\infty |A(\omega)|^2 |F_n(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |A(\omega)|^2 d\omega} \int_0^\infty |F_x(\omega)|^2 d\omega \\ &= r^2(\omega_0, \zeta_0) P_w \quad \text{----- (4)} \end{aligned}$$

ただし、 $P_w = \int_0^\infty |F_x(\omega)|^2 d\omega = \pi \int_0^\infty \dot{x}^2(t) dt = \pi P_E$ ----- (5)

$$|F_n(\omega)| = |F_x(\omega)| \sqrt{P_w}, \quad r(\omega_0, \zeta_0) = \sqrt{\frac{\int_0^\infty |A(\omega)|^2 |F_n(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |A(\omega)|^2 d\omega}} \quad \text{----- (6)}$$

$$\text{----- (7)}$$

式(5)からわかるように、 P_w は $\dot{x}(t)$ の自乗和 P_E に比例し、入力地震動の最大強度と継続時間の相乗的效果としての全パワーを表わす強度パラメータである。また、式(6)から、 $|F_n(\omega)|$ は $|F_x(\omega)|$ を $\sqrt{P_w}$ で除いた、単位パワー当りのフーリエ振幅である。次に、 $r(\omega_0, \zeta_0)$ は、 $P_w=1$ なる場合の有効スペクトル振幅に相当するから、振動数 ω_0 近傍の成分が全パワーに占める相対的な強度を表わす。この $r(\omega_0, \zeta_0)$ を有効スペクトル係数と呼ぶことにする。以上より、有効スペクトル振幅 $r(\omega_0, \zeta_0)\sqrt{P_w}$ を式(1)右辺の地震動のフーリエ振幅と考える。

図-4、5に、 $r(\omega_0, \zeta_0)$ の平均値 $\langle r \rangle$ と変動係数 $C(r)$ を示した。図-5 有効スペクトル係数の変動係数 $\langle r \rangle$ は、ここで扱った地震記録(表-1)の平均的なフーリエスペクトルの形状を示すものである。図-5で、振動系の固有振動数 f_0 および減衰定数 ζ_0 が小さいほど $C(r)$ が大きな値となっているが、これは次のように説明できる。すなわち、式(3)で示される振動系の、狭帯域フィルターとしての等価帯域幅は $\Delta\omega = \pi\zeta_0\omega_0 = 2\pi\zeta_0 f_0$ で与えられる⁵⁾が、これよりわかるように、 f_0, ζ_0 が小さいほど $|A(\omega)|$ のピークは鋭くなり、 $\omega = \omega_0$ 近傍の狭い範囲の $|F_n(\omega)|$ のみが有効スペクトル振幅の値に関与することになり、 $|F_x(\omega)|$ のばらつきがそのまま $r(\omega_0, \zeta_0)$ のばらつきに反映される。逆に、 f_0, ζ_0 が大きくなると、 $|F_n(\omega)|$ は ω 軸上でより平滑化されて $r(\omega_0, \zeta_0)$ となるので、 $r(\omega_0, \zeta_0)$ のばらつきは、 $|F_x(\omega)|$ のそれより小さくなる。以上からわかるように、振動系への有効入力を表わす有効スペクトル係数は、長周期で減衰の小さな構造物ほどばらつきが大きくなる傾向があり、平均スペクトルに対してより大きな安全率をとる必要のあることを示している。

4. 有効スペクトル振幅に対する応答倍率 上記の議論から、速度応答スペクトルを次式で表わす。

$$Y\omega_0 = \sqrt{\pi P_E} r(\omega_0, \zeta_0) N_p, \quad \text{ただし、} N_p = \frac{Y\omega_0}{r\sqrt{\pi P_E}} = \frac{Y\omega_0}{r\sqrt{P_w}} \quad \text{----- (8)}$$

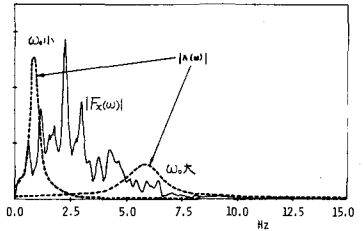


図-3 周波数応答と地震動スペクトル

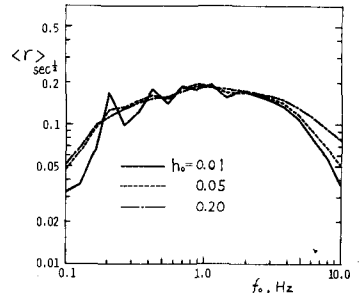


図-4 平均有効スペクトル係数

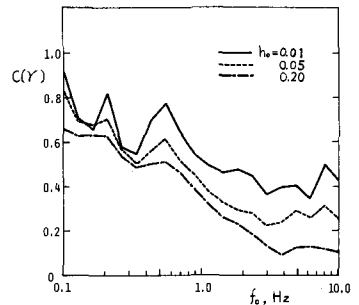


図-5 有効スペクトル係数の変動係数

N_p は有効スペクトル振幅に対する応答スペクトルの倍率を示しており、 N_p の値を調べることににより、地震動の不規則な波形によるばらつき、継続時間の大小により振動係が十分な選択共振の状態にあるかどうかを検討することができる。

図-6 に N_p の平均値 $\langle N_p \rangle$ を示した。同図は、図-1 に示した従来の応答スペクトルとはかなり異なる曲線となっている。これは応答を有効スペクトル振幅で正規化し、入力スペクトル特性を除去した結果である。同図の曲線の形状の大略は、以下のような解析から推定できる。

正弦波加速度入力 $a e^{i\omega t}$ に対する振動系の応答は $a A(\omega_0) e^{i\omega t}$ で与えられるが、いま振動係が、選択共振により、地震動に含まれる振動数 ω_0 の調和成分のみに応答すると考えると、最大応答 Y は、近似的に正弦波応答振幅として次式で与えられる。

$$Y \cong a |A(\omega_0)| = \frac{a}{2\zeta_0 \omega_0^2} \quad \text{----- (9)}$$

そして、実地震動については、 a は次のように求められる。式(9)は定常正弦波によるものであるから、地震動も定常過程と考え、等価な継続時間を T とすれば、入力のパワースペクトルは

$$S_x(\omega) = \frac{|F_x(\omega)|^2}{\pi T}$$

となる。ここで振動モデルに対する入力としての平均的なパワースペクトル密度 $\bar{S}_x(\omega)$ は、

$$\bar{S}_x(\omega) = \frac{|F_x(\omega)|^2}{\pi T} = \frac{r^2(\omega_0, \zeta_0) P_w}{\pi T}$$

で与えられるから、

$$\langle a \rangle = \sqrt{2 \bar{S}_x(\omega_0) \Delta\omega} = \sqrt{2 \frac{r^2 P_w}{\pi T} \pi \zeta_0 \omega_0} = \sqrt{\frac{2 \zeta_0 \omega_0}{T}} r \sqrt{P_w}$$

したがって、不規則な地震動に対しては、

$$\langle Y \rangle \cong \frac{\langle a \rangle}{2 \zeta_0 \omega_0^2} = \sqrt{\frac{2 \zeta_0 \omega_0}{T}} r \sqrt{P_w} \frac{1}{2 \zeta_0 \omega_0^2}$$

これより、

$$\langle N_p \rangle \cong \left\langle \frac{Y \omega_0}{r \sqrt{P_w}} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2 \zeta_0 \omega_0 T}} = \frac{1}{\sqrt{4 \pi \zeta_0 f_0 T}} \quad \text{--- (10)}$$

式(10) からわかるように、 $\langle N_p \rangle$ は f_0 および ζ_0 の平方根に逆比例する。図-6 では、この関係は $\zeta_0 = 0.2$ の $f_0 \geq 5 \text{ Hz}$ の領域で成立しており、 ζ_0 が小さいほど成立する振動数の下限が高くなる。

いま、式(10) が成立している $\zeta_0 = 0.2$ 、 $f_0 \geq 5 \text{ Hz}$ の区間に式(10) をあてはめると $T = 1.55 \text{ sec}$ が得られ、これより式(10) を図-6 に描くと、同図の直線のようになる。これより、表-1 の地震記録の最強部分が、平均 1.55 sec 程度定常的に継続していると考えられ、応答がこの時間内に定常状態に達すれば、 $E(N_p)$ は図-6 の直線のようになるはずである。ところが、振動系の固有振動数 f_0 または減衰定数 ζ_0 が小さくなると、応答が定常状態に達するのに要する時間が長くなり、定常状態に至る前に地震動の強震部分が終了することになるので、応答値が式(10) から計算される値より小さくなる。以上より、図-6 の結果と式(10) の理論結果の差は、

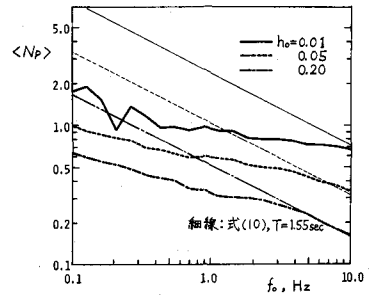


図-6 有効スペクトル係数に対する平均応答倍率(全記録)

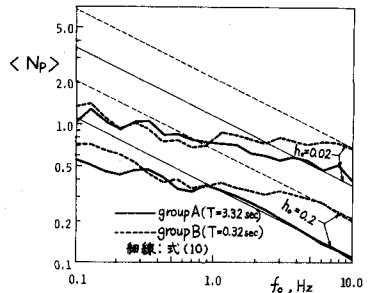


図-7 有効スペクトル係数に対する平均応答倍率(継続時間の影響)

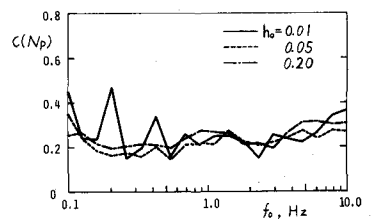


図-8 N_p の変動係数

地震動の継続時間の影響を表わすものと考えられる。

以上の議論を確かめるため、表-1のうち比較的継続時間の長い記録4個をグループA、短い記録4個をグループBとして選び、グループ別に $\langle Np \rangle$ を算出した結果が図-7である。さらに、図-6と同様にして定常部分の継続時間を算出すると、グループA、Bでそれぞれ3.32sec、0.32secであった。この結果、式(10)は図-7の直線で示される。各グループのサンプル数が少ないため、平均値の収束は不十分であるが、Tの値が大きいグループAの方が応答値と理論的が一致する振動数領域が広い。これより、継続時間の影響に関する上記の議論の妥当性が確かめられる。

次に、応答倍率 Np の変動係数 $C(Np)$ を示したのが図-8である。同図で、 $C(Np)$ は振動数に関らず、大略0.2~0.3の間にあるが、これは継続時間も含まれた地震動波形のランダム性に基づく応答スペクトルのばらつきを与えるものと考えられる。

5. 応答スペクトルの推定：相関の影響 本研究の方法から応答スペクトル Y_{ω_0} を推定する場合、式(8)より、 $\sqrt{P_{\xi}}$ 、 $r(\omega_0, f_0)$ 、 Np の統計を知る必要があるが、 $\sqrt{P_{\xi}}$ については未だ資料が不十分であるから、ここでは応答倍率 $Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}}$ を推定する場合に、 $r(\omega_0, f_0)$ と Np の相関が与える影響を検討する。不確定変動解析における1次近似理論を応用すると、 $Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}}$ の平均値と変動係数は次式で表わせる。

$$\langle Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}} \rangle \cong \sqrt{\pi} \langle r \rangle \langle Np \rangle \quad \text{----- (11)}$$

$$C(Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}}) \cong \sqrt{C^2(r) + C^2(Np) + 2C(r)C(Np)\rho_{r,Np}} \quad \text{--- (12)}$$

ただし、 $\rho_{r,Np}$ は $r(\omega_0, f_0)$ と Np の相関係数である。さらに $\rho_{r,Np}$ が小さい場合には、式(12)は

$$C(Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}}) \cong \sqrt{C^2(r) + C^2(Np)} \quad \text{----- (13)}$$

本研究で用いた強震記録では、 $\rho_{r,Np}$ は図-9に示したように、±0.6の範囲の値をとるが、近似式(12)、(13)による $C(Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}})$ の計算結果は、図-10に示したように大差はなく、いずれも応答解析から直接計算した結果にかなりよく近似している。

6. あとがき 以上、地震応答スペクトルの不確定性の物理的内容を検討し、地震動スペクトルのばらつきによる影響は長周期、低減衰の構造物で特に大きいこと、地震動波形のランダム性による応答スペクトルのばらつきは、振動数に関らずほぼ一定であること、地震動の継続時間の影響などを明らかにした。今後は固有の地震種別による影響、別途研究を進めている継続時間との定量的対応関係などを明らかにしたいと考えている。

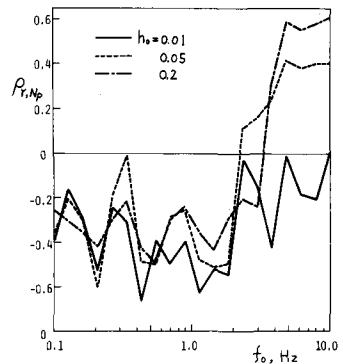


図-9 r と Np の相関係数

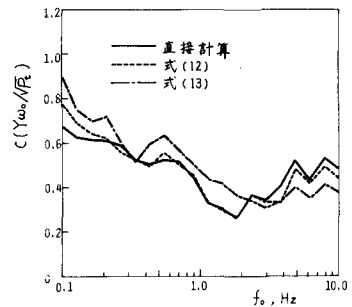


図-10 $Y_{\omega_0}/\sqrt{P_{\xi}}$ の変動係数 ($h_0=2.05$)

- 1) 亀田：土木学会論文報告集，201号，昭.47.5
- 2) 片山：Bull. Fac. Sci. & Engrg., Chuo Univ., Vol.12, 1969
- 3) 星谷：土木学会論文報告集，232号，昭.49.12
- 4) McGuire & Cornell：Struc. Pub. No. 399, CE, MIT, 1974
- 5) 亀田：土木学会論文報告集，235号，昭.50.3
- 6) Ang：Jour. Struc. Div., ASCE, Vol. 99, ST9, Sep., 1973