地盤の震動継続時間係数について

東北工業大学　工学部　正員　神山　眞

1 まえがき

地盤の震動性状は地盤構造により大きな影響を受けることが知られている。 この事実は過去の震害経験からも実際の地震観測からも立証されている。

地盤の震動性状と一口に言ってもそれを特徴づける多くの要素が考えられる。このうち，従来，問題とされてきたのは基盤入射波に対する増巾度と卓越周期に象徴される周波数選択度である。これについては地盤を重複反射系あるいは多質点系と見なした多くの理論研究によりかなりのことが明らかとなっている。

一方，以前より同一の地震に対しても場所により震動継続時間がかなり異なることが指摘されている。このことは震動継続時間も増巾度，周波数選択度と同様に地盤構造の一種の関数であることを示唆しているものと思われる。一般に震動継続時間は地盤構造の他に地震のマグニチュード，震源距離，伝播する地震波の波動特性などの種々の要素に影響される。震動継続時間とマグニチュード，震源距離との関係についてはかなり研究されており，経験式も提案されている。[1),2),3),4)] しかし，震動継続時間と地盤構造との関係については最近の伯野，井上[5)]のシュミレーション計算による研究を除いて，定量的な議論はあまりなされておらないようである。例えば，Trifunac and Brady[4)]によるアメリカの膨大な強震記録を使った震動継続時間に関する総合的な研究でも，いわゆる軟弱地盤になるほど震動継続時間は長くなると云う指摘はあるものの，理論的，定量的考察はなされていない。

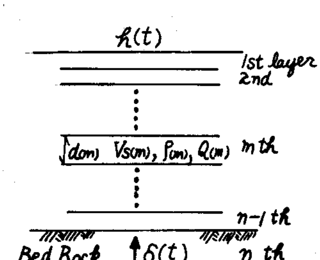
周知のように，構造物の弾塑性応答や砂地盤の液状化問題などでは震動の振巾，周波数特性に加え，継続時間は重要な役割を演ずる。従って，震動継続時間が地盤構造によりいかに影響されるかを前もって把握しておくことは工学的に重要なことであると思われる。

以上の観点から，震動継続時間の長短を表現する1つのパラメーターを地盤構造の固有の関数として定義し，これを通して震動継続時間に及ぼす地盤構造の影響について若干の考察を試みたので以下に報告する。

2 地盤の震動継続時間係数の定義

震動継続時間をいかに定義するかは非常にむずかしい問題である。震動継続時間の工学的意味を問いながら議論するならば，その定義自体が一大テーマとなるであろう。 事実，従来の研究では研究者によりまちまちの定義がなされている。ここでは絶対的な継続時間を議論しないで，継続時間の長短を表わす1つのパラメーターを導入し，継続時間の長短を間接的に表現する。また，地盤を伝播する地震波については震動継続時間に及ぼす影響は大きいと考えられるが，実体波，表面波などの詳しい波動特性を考慮するとマグニチュード，震源距離も当然考えに入れなければならず地盤固有の関数として震動継続時間をみる目的のこの研究の主旨から離れる。そこで，ここでは取りあえずセン断波が鉛直下方から入射するS波重複反射のみによる波動特性を考える。 また，地盤は粘弾性体と仮定する。

図－1　地盤構造



さて，図－1に示すような基盤層を含めてn層からなる多層地盤を考える（表面層は粘弾性，基盤は弾性）。このとき，基盤に同一の地震波が入射したとしても表面層の構造により地表面での震動継続時間は変化すると予想される。いま，基盤にデルタ関数型の地震波$\delta(t)$が入射したとすると，地表面にインパルス応答$h(t)$が生じる。このようなインパルス応答$h(t)$は地盤を構成するパラメーターのみによって決る量である。従って，入射する地震波の性質によらない地盤固有の関数として震動継続時間を見るにはインパルス応答$h(t)$について議論するのが適当であろう。 そこで，

$h(t)$について次のような量を考える。

$$\mu_1=\int_{-\infty}^{\infty}h^2(t)\,dt \quad\cdots\cdots(1) \qquad , \qquad \mu_2=\int_{-\infty}^{\infty}t^2h^2(t)\cdot dt \quad\cdots\cdots(2)$$

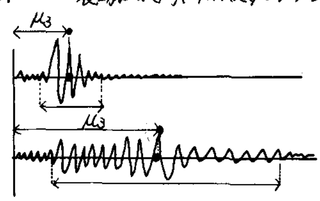
式(1)のμ_1は地盤固有の性質による地震時の全震動パワーの大小を表わすパラメーターであり，式(2)のμ_2は震動パワーの時間モーメントを表わすパラメーターである。いずれも地盤固有の量である。以下，μ_1を地盤の震動パワー係数，μ_2を地盤の震動パワーモーメント係数と呼ぼう。次に，式(1)，(2)より次のような量を定義する。

$$\mu_3=\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \quad\cdots\cdots(3)$$

式(3)のμ_3はある時間的起点からの$h(t)$の重心の時間長を表わす量であり，$h(t)$の震動継続時間の長さを間接的に表現するパラメーターと考えられる。その模式的説明は一般の地震記録を例にとり，図-2に与えられている。即ち，$h(t)$は地盤構造のみによって決る量であり，従って，μ_3は地盤の地震時の振動継続時間のうち，地盤構造により影響を受ける度合を測る尺度と考えられる。以下，μ_3を地盤の震動継続時間係数と呼ぼう。

μ_1，μ_2，μ_3などの諸量は地盤の係数が知れれば求まる地盤構造固有の量であるが，このままの形では数値計算に不都合である。そこで，周波数領域に変換して考えてみる。

図-2　震動継続時間係数(μ_3)の説明



いま，インパルス応答$h(t)$のFourier変換を$H(\omega)$とする。

$$H(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\cdot e^{-i\omega t}\,dt \quad\cdots\cdots(4)$$

周知のように$H(\omega)$は周波数伝達関数であり，$e^{i\omega t}$を入力させたときの出力として別途に求めることができる。周波数伝達関数$H(\omega)$を使うと式(1)，(2)はParsevalの公式から次のように周波数領域で表わされる。

$$\mu_1=\int_{-\infty}^{\infty}h^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|H(\omega)|^2d\omega \quad\cdots\cdots(5) \quad , \quad \mu_2=\int_{-\infty}^{\infty}t^2h^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{dH(\omega)}{d\omega}\right|^2d\omega \quad\cdots\cdots(6)$$

ここに，$|H(\omega)|$などは$H(\omega)$の絶対値を表わす。

図-1に示すようなn層地盤の$H(\omega)$，$dH(\omega)/d\omega$は次式の(7)，(8)で与えられる。なお，既往の研究[6]を参照すると地盤の粘性の大きさは円振動数ωによらず一定であるとする報告があるので，ここでは粘性の大小を表わす係数Q値をωによらず一定とした。

$$H(\omega)=2/\{L_{11}+L_{21}/(i\cdot k\cdot G_{(n)})\} \quad\cdots\cdots(7)$$

ここに，$i=\sqrt{-1}$，$k=\omega/V_{S(n)}$，ω：円振動数，$V_{S(n)}$：n層(基盤)のS波速度

$G_{(n)}$：n層(基盤)のせん断弾性係数

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}=\left[a_{(n-1)}\right]\cdot\left[a_{(n-2)}\right]\cdot\ \cdots\cdots\cdot\left[a_{(m)}\right]\cdot\ \cdots\cdots\ \cdot\left[a_{(1)}\right]$$

$$\left[a_{(m)}\right]=\begin{bmatrix} \cos\left[\frac{d_{(m)}}{V_{S(m)}}\cdot\omega\cdot\left(1+\frac{i}{Q_{(m)}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] & \sin\left[\frac{d_{(m)}}{V_{S(m)}}\cdot\omega\cdot\left(1+\frac{i}{Q_{(m)}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]\Big/\left[\omega\cdot\rho_{(m)}\cdot V_{S(m)}\cdot\left(1+\frac{i}{Q_{(m)}}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \\ -\omega\cdot\rho_{(m)}\cdot V_{S(m)}\left(1+\frac{i}{Q_{(m)}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\sin\left[\frac{d_{(m)}}{V_{S(m)}}\cdot\omega\cdot\left(1+\frac{i}{Q_{(m)}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] & \cos\left[\frac{d_{(m)}}{V_{S(m)}}\cdot\omega\cdot\left(1+\frac{i}{Q_{(m)}}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \end{bmatrix}$$

$d_{(m)}$：m層の層厚，$V_{S(m)}$：m層のS波速度，$Q_{(m)}$：m層のQ値

$$\frac{dH(\omega)}{d\omega}=\frac{-2\frac{dL_{11}}{d\omega}-2\frac{V_{S(n)}}{i\cdot\omega\cdot G_{(n)}}\cdot\frac{dL_{21}}{d\omega}+2\frac{L_{21}\cdot V_{S(n)}}{i\cdot G_{(n)}\cdot\omega^2}}{\left(L_{11}+\frac{L_{21}\cdot V_{S(n)}}{i\cdot\omega\cdot G_{(n)}}\right)^2} \quad\cdots\cdots(8)$$

ところで，式(5)，(6)のように形式的に表わされた式でμ_1，μ_2を求めることはできない。特に，積分の上下限値を数値計算可能なように変える必要がある。ここでは，μ_1などの係数をパラメーターとしての本質は変えない形で，且つ数値計算可能なように新らしく定義する。いま，式(5)，(6)の被積分項はωに関する偶関数である。さらに，我々が耐震工学で扱う周期はせいぜい0.05secから20secの範囲である。また，式(5)，(6)の係数$1/2\pi$を削除してもμ_1などのパラメーターとしての本質は変らない。以上の諸点を考えて，新らしい震動パワー係数(C_{SP})，震動パワーモーメント係数(C_{SM})，震動継続時間係数(T_{du})を次のように定義する。

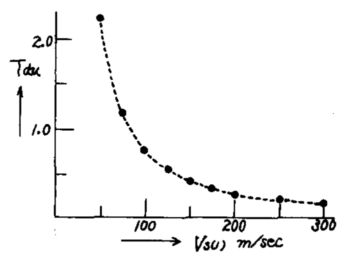
$$C_{SP}=\int_{0.1\pi}^{40\pi}|H(\omega)|^2 d\omega \quad \cdots\cdots(9) ,\quad C_{SM}=\int_{0.1\pi}^{40\pi}\left|\frac{dH(\omega)}{d\omega}\right|^2 d\omega \quad \cdots\cdots(10) ,\quad T_{du}=\sqrt{C_{SM}/C_{SP}} \quad \cdots\cdots(11)$$

3 C_{SP}，C_{SM}，T_{du}などの数値計算例

以上のように定義されたC_{SP}，C_{SM}，T_{du}などを表面層が1層の2層問題を例にとり求めた結果を示し，地盤構造の影響をみてみる。なお，式(9)，(10)の積分はSimpsonの公式から数値積分として求めた。

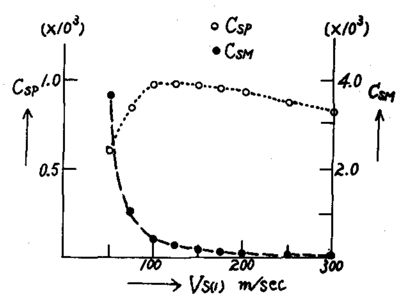
図-3は$\rho_{(1)}=1.5g/cm^3$，$d_{(1)}=30m$，$Q_{(1)}=20$，$V_{S(2)}=500m/sec$，$\rho_{(2)}=2.0g/cm^3$，$Q_{(2)}=\infty$（図-1参照）として，$V_{S(1)}$を50m/secから300m/secまで適宜変えて求めたT_{du}を示している。また，図-4は同様な条件により求められたC_{SP}，C_{SM}を示している。図-3の結果から他の条件が同じであれば表面層のS波速度が遅いほど，即ち，軟弱になるほど震動継続時間係数T_{du}は大きくなることがわかる。このようなT_{du}の変化の傾向は伯野，井上[5]のシュミレーション計算結果による震動継続時間の変化の傾向と一致している。一方，図-4の結果を見ると，C_{SM}はT_{du}と同様に表面層のS波速度が遅くなるほど大きくなるが，C_{SP}はそのような傾向はなく，むしろあるS波速度で極大となるような傾向を示している。

図-3　T_{du}と$V_{S(1)}$との関係



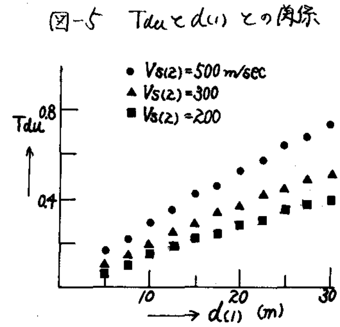
次に，表面層のS波速度などの係数を一定とし($V_{S(1)}=100m/sec$，$\rho_{(1)}=1.5g/cm^3$，$Q_{(1)}=20$，$\rho_{(2)}=2.0g/cm^3$)，層厚が変ったときT_{du}がいかに変化するかを求めたのが図-5である。同図には基盤層のS波速度が変った場合も同時に示されている。同様な条件のもとに求められたC_{SP}，C_{SM}が図-6に示されている。図-5によるとT_{du}は表面層の層厚とともにほとんど直線的に増加する。しかも，層厚による増加の割合は基盤と表面層の振動インピーダンス比$\alpha=\rho_{(1)}\cdot V_{S(1)}/(\rho_{(2)}\cdot V_{S(2)})$が小さいほど大きくなることがわかる。この傾向も伯野，井上[5]のシュミレーション計算結果と一致している。一方，図-6を見るとC_{SM}はT_{du}と同様に層厚とともに直線的に増加するが，逆にC_{SP}は層厚と反比例することが知れる。C_{SP}，C_{SM}，T_{du}などの係数は震害に何らかの形で関与する係数と推定されるが図-3～図-6の結果はこの点興味深い。

図-4　C_{SP}，C_{SM}と$V_{S(1)}$との関係



次に，図-7は$V_{S(1)}=100m/sec$，$\rho_{(1)}=1.5g/cm^3$，$d_{(1)}=20m$，$V_{S(2)}=500m/sec$，$\rho_{(2)}=2.0g/cm^3$として$Q_{(1)}$を適宜変えて求めたT_{du}を示している。当然，予想されるようにQ値が小さくなるほど，即ち粘性が大きくなるほどT_{du}は小さくなる。地盤の粘性を求めた例によると沖積地盤のQ値は20前後であるとする報告[6]があるが，この点，一般に行なわれている完全弾性体($Q=\infty$)の仮定に基づく地震応答計算は実際の2倍近くも過度に継続時間を見積っていることになる。地盤の粘性の重要性を示唆しているとも言えよう。

図-5　T_{du}と$d_{(1)}$との関係



4 Csp, Csm, Tdu に関する二層問題の解析解

上述のように Csp, Csm, Tdu の地盤構造による影響を二層問題を例にとり示したが，実は二層構造の地盤では粘性を無視すれば Csp, Csm, Tdu を解析的に求めることができる。途中の誘導を省略し，結果のみを示せば，次式のようになる。

図-6 Csp, Csm と $d_{(1)}$ との関係

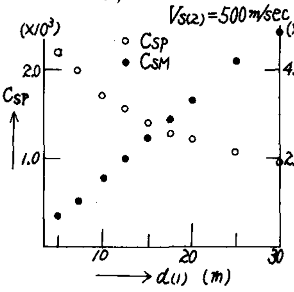
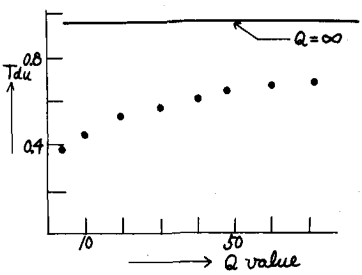


図-7 Tdu と Q 値との関係



$$Csp=\frac{A}{\alpha}\frac{4V_{S(1)}}{d_{(1)}} \cdots\cdots (12), \quad Csm=\frac{B}{\alpha^3}\frac{4d_{(1)}}{V_{S(1)}} \cdots\cdots (13), \quad Tdu=\frac{C}{\alpha}\frac{4d_{(1)}}{V_{S(1)}} \cdots\cdots (14)$$

ここに，A, B, C は式(9)～(10)の積分の上下限値によって決る係数である。$V_{S(1)}$：表面層のS波速度
$d_{(1)}$：表面層の層厚，$\alpha=\rho_{(1)}\cdot V_{S(1)}/(\rho_{(2)}\cdot V_{S(2)})$（振動インピーダンス比），$\rho_{(1)}$：表面層の密度
$\rho_{(2)}$：基盤の密度，$V_{S(2)}$：基盤のS波速度

式(12)～式(14)を考えると，3で述べた Csp, Csm, Tdu の傾向は自明である。例えば，図-4に見られるように震動継続時間係数 Tdu は表面層が基盤に比し軟弱になればなるほど大きくなる傾向があるが，これは式(14)によれば振動インピーダンス比αと表面層のS波速度 $V_{S(1)}$ の積に反比例して大きくなると云うように定量的に理解されるし，Tdu が表面層厚に正比例することも式(14)により証明される。

ところで，砂地盤の液状化問題などでは震動の周期の影響は比較的少なく震動の繰り返し回数が重要であることが知られている。その場合，式(14)の Tdu を地盤の卓越周期 $T_0=4d_{(1)}/V_{S(1)}$ で除した次のようなパラメーター Tcy が重要と考えられる。

$$Tcy=C/\alpha \quad \cdots\cdots (15)$$

上式の Tcy は震動の繰り返し回数の多少を表わすパラメーターであり，いわば震動繰り返し係数とも呼ばれるものである。これは振動インピーダンス比αに反比例する。

5 むすび

以上のように震動継続時間の長短など地盤固有の振動性状を表わす新らしいパラメーターを定義し，これについて数値解，解析解などを示しながら，それらのパラメーターの特性について少しく考察を加えた。その結果，従来あまり考察されてこなかった震動継続時間が地盤構造によりいかに影響されるかが明らかになったと思われる。

ここで定義した Tdu などのパラメーターはすべて基盤に $\delta(t)$ なるデルタ関数型の地震波が入射する条件のもとに誘導したものである。$\delta(t)$ は周波数領域で考えるとスペクトル一定としての性質を有しており，一方，一般に指摘されるように基盤入射の地震波は速度スペクトル一定の性質を有している。この点を考えると，ここで定義された Tdu などのパラメーターは速度次元で考えたパラメーターと言えるかも知れない。従って，加速度，変位次元のパラメーターは別に定義する必要があろう。それには地震のマグニチュード，震源距離などを含めて定義しなければならないが，これは今後の課題としたい。また，震動パワー係数 Csp，震動パワーモーメント係数 Csm などは速度次元ではエネルギーに関係する量であり，震害に何らかの形で関与するパラメーターであると予想される。ここでは Csp，Csm などの物理的意味には深く立ち入らなかったが，今後は過去の震害統計と地盤構造の関係に照して，その工学的意義を明きらかにしていきたいと考えている。

(参考文献)

1) 津村(1967)；振動継続時間による地震のマグニチュードの決定，地震，第20巻
2) 小林(1971)；地盤震害の諸現象とその機構，鉄道技術報告，No.744
3) Bolt B.A.(1973)；Duration of Strong Ground Motion, 5th WCEE
4) Trifunac M.D. and A.G. Brady(1975)；A Study of the Duration of Strong Earthquake Ground Motion, Bull. Seism. Soc. Am. Vol.65
5) 伯野，井上(1975)；地震継続時間ならびに最大加速度に対する軟弱地表層の影響，第4回日本地震工学シンポジウム講演集
6) 山口，工藤(1970)；軟弱な地層によるS波の減衰，第3回日本地震工学シンポジウム講演集