

北海道大学 渡辺 昇
 北海道大学 ○金子孝吉
 北海道大学 馬場敦美

1. まえがき

土木建築における構造物の耐震設計には設計入力波の選定という大きな問題がいまだに定着しないでエルセントロ地震波あるいは代表的な自然地震波の記録をそのまま使用している場合が多い。しかるに地震時における現地の地震動の正しい把握なくしては構造物の耐震的安全性の検討は無意味なものになりかねない。そこで近年地震学のみならず工学的な分野においても地震動そのものに関する研究が活発に行われるようになってきた。それらは地震動の観測に始まり地震記録の収集、整理そして地震波形の解析へと進み地震動の三次元的な特性を明らかにしてゆくものである。

本研究で筆者らは観測された地震波から軌跡図(Orbits Figure)を描き、その軌跡を追うことによつて地震動そのものの性状を分析することに主眼をおいた。以前からこの軌跡分析は地震動の新たな性質として軌跡の形状、方向性あるいは楕円軌道の離心率による特性と言つた性質を得る有力な手法であつたが、現在まで軌跡に関する研究は比較的少なく一部の研究を見るにとどまっている。⁽¹⁾ それには地震観測における計測器の精度の悪さ、測定技術の不足、データ収集・整理能力の低さ、記録波形のデジタル化の速度の遅さと精度の悪さなどの理由が挙げられよう。しかし昨今のように観測から記録のデジタル化そして周波数分析まで一貫したコンピューター・システムで運行されるようになればもはや地震動の軌跡図も容易に作成でき利用されよう。

ここで報告するものはまず基礎理論として弾性地盤中の基本的な変位波動の軌跡を誘導し、その形状について検討する。そして実際の地震波の地震動軌跡を作図し、次のような順序、①軌跡の形状、②軌跡の楕円離心率および面積特性、③地震動の方向性および表面波の検出、で比較検討を進めてゆくものである。

2. 理論的な弾性地盤の振動軌跡

(1) リサージュ図形の利用⁽²⁾

相互にある角度をもつて進行してくる波動の合成は一つの図形に描くことができる。この図形をリサージュ図形(Lissajous Figure)と呼んで、標準振動と組み合わせることによる

応用範囲が広い。角振動数が n_1 と n_2 であつて直角座標 (x, z) の x 方向および z 方向に振動する2つの単一振動をそれぞれ u 、 w とするとき、位相差がそれぞれ α_1 、 α_2 であれば、

$$u = U_0 \sin(n_1 t + \alpha_1) \dots\dots\dots (1)$$

$$w = W_0 \sin(n_2 t + \alpha_2) \dots\dots\dots (2)$$

となるが、これらの振動によつて描かれる振動図形は式(1)、(2)から時間 t を消去して得られる振動軌跡で示すことができる。いま $n_1 = n_2$ と角振動数が同一の場合、

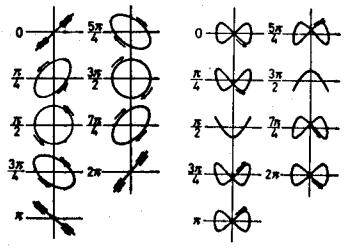


図-1 $n_1 = n_2$ $U_0 = W_0$
 図-2 $2n_1 = n_2$ $U_0 = 2W_0$

$$\left(\frac{u}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{w}{W_0}\right)^2 - 2\frac{uw}{U_0 W_0} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1) \dots\dots\dots (3)$$

を得る。この式は一般に楕円になり、その両軸の長さや方向は x と z の振動振幅 U_0 と W_0 および位相角 α_1 と α_2 に関係している。式(1)、(2)両者の角振動数が非常に異なる場合には楕円と異なり、たとえば $n_2 = 2n_1$ のときは、

$$\frac{u}{U_0} = 2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \frac{w}{W_0} \sqrt{1 - \frac{w^2}{W_0^2}} + \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \left(1 - 2 \frac{w^2}{W_0^2}\right) \dots\dots\dots (4)$$

なる振動軌跡が得られる。図-1は $n_1 = n_2$ 、 $U_0 = W_0$ で図-2は $2n_1 = n_2$ 、 $U_0 = 2W_0$ の場合で $(\alpha_2 - \alpha_1)$ がそれぞれ $0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi$ のときのものである。もし式(1)、(2)の両者が互に直角でなくある角度をもって交り場合には振幅および位相差がそれぞれ変化するが、扁平になったり、丸くなったたりその角度に応じて変化するだけで形状についてはほとんど同種である。

(2) 弾性地盤におけるP波、S波の入射による変位軌跡

理論的にモデル化した弾性地盤に震源から伝播してくる波動P、Sおよび新たに地盤中に発生する表面波R、Lを図-3のように示す。観測点1では震源に近いので、P波・S波とそれらの反射波、屈折波が観測されるが震源から遠く離れた観測点2にはP波・S波のほか途中に表面波(SV波→Rayleigh波あるいはSH波→Love波)が発生して伝播してくる。それぞれの理論的な変位軌跡を弾性波動を使ってリサーチ図を描く方法で求めるがSH波は直線運動をするからここではP波やSV波による楕円運動の軌跡を計算する。深さHの地盤のヤング係数、重量密度、ポアソン比、P波・S波の速度をそれぞれE、 ρ 、 ν 、 V_p 、 V_s とし、下の半無限弾性基盤における定数にはそれぞれにダッシュをつけて表わすことにする。

地上面にx軸それと直角に内部に向かってz軸をとりそれらの方向の変位をu、wおよびu'、w'とする。いまz軸とiなる角度を有する入射波としてP波およびSV波が下の基盤から伝播してくる場合を考え、そのときの地盤内における変位波動の軌跡を計算して図示してみよう。(2)

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \dots\dots (5)$$

なる変位ポテンシャル、P波に関する ϕ とS波に関する ψ を導入して無限長の調和連続波を複素数で表示すると、

$$\begin{aligned} \phi &= C \exp\{j(fx - rz - pt)\} + D \exp\{j(fx + rz - pt)\} \\ \psi &= E \exp\{j(fx - sz - pt)\} + F \exp\{j(fx + sz - pt)\} \end{aligned} \quad \dots\dots (6)$$

で、それぞれ第1項目が進行波で第2項目が逆行波である。いま基盤からP波が入射角iで入射してくるとき、波長がLで周期がTならば

$$\phi_0 = I_p \exp\{j(fx - r'z - pt)\} \quad \dots\dots (7)$$

とおける。ここに $f = 2\pi \cdot \sin i / L$ 、 $p = 2\pi / T$ 、 $r^2 = p^2 / V_p^2 - f^2$ である。

基盤面 ($z=H$) において反射波 ϕ_1' と ψ_1'

$$\phi_1' = A \exp\{j(fx + r'z - pt)\}, \quad \psi_1' = B \exp\{j(fx + s'z - pt)\} \quad (8)$$

が誘起され、弾性地盤内では屈折波P、Sを生じ、 $z=0$ なる自由表面で反射・屈折をくり返す。こうして地盤内には実体波の変位波動が生じることになる。このP波とS波の波動 ϕ_1 、 ψ_2 を式(6)のようにとれば地盤内の変位波動は

$$\begin{aligned} u &= jfC \exp\{j(fx - rz - pt)\} + jfD \exp\{j(fx + rz - pt)\} \\ &\quad - jsE \exp\{j(fx - sz - pt)\} + jsF \exp\{j(fx + sz - pt)\} \\ w &= jrC \exp\{j(fx - rz - pt)\} + jrD \exp\{j(fx + rz - pt)\} \\ &\quad - jfE \exp\{j(fx - sz - pt)\} - jfF \exp\{j(fx + sz - pt)\} \end{aligned} \quad \dots\dots (4)$$

となる。ここに $r^2 = p^2 / V_p^2 - f^2$ 、 $s^2 = p^2 / V_s^2 - f^2$ 、 $s'^2 = p^2 / V_s'^2 - f^2$ である。

未定係数A、B、……Fは次の条件より得られる連立一次方程式を解いて求める。境界条件は自由表面 $z=0$ で垂直応力およびせん断応力が0、境界面 $z=H$ で両媒体が密着しており垂直応力およびせん断応力の連続条件を用いる。A、B、……Fはそれぞれ i 、 H/L 、 V_p 、 V_s 、 V_p' 、 V_s' の超越関数の複素数になるがここでは省略する。 $C = C' + jC''$ ($j = \sqrt{-1}$) のような形でD、E、Fも求めるとすれば弾性地盤の $x=0$ 面における変位波動 $u_{x=0}$ 、 $w_{x=0}$ は次式になる。

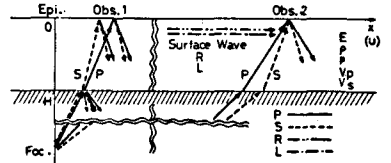


図-3 弾性地盤中の波動伝播

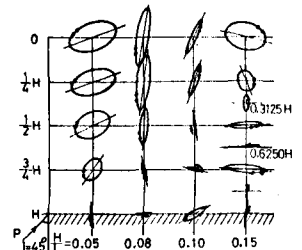


図-4

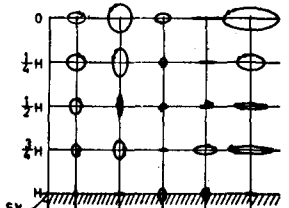


図-5

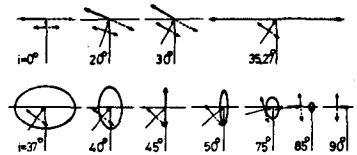


図-6 SV波入射による軌跡

$$\left(\frac{Lu}{2\pi I_p}\right)_{x=0} = \sqrt{a^2 + \beta^2} \sin i \sin\left\{\frac{2\pi}{T}t + \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{a}\right)\right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left(\frac{Lw}{2\pi I_p}\right)_{x=0} = \sqrt{a'^2 + \beta'^2} \sin i \sin\left\{\frac{2\pi}{T}t + \tan^{-1}\left(\frac{\beta'}{a'}\right)\right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $a = \{(C'+D') \cos a + (C''+D'') \sin a\} - (s/f) \{E' - F'\} \cos b + (E''+F'') \sin b$
 $\beta = \{(C' - D') \sin a - (C'' - D'') \cos a\} - (s/f) \{E' + F'\} \sin b - (E'' - F'') \cos b$
 $a' = -(r/f) \{(C' - D') \cos a + (C'' + D'') \sin a\} - (E' + F') \cos b + (E'' - F'') \sin b, (a = (s+r)z)$
 $\beta' = -(r/f) \{(C' + D') \sin a - (C'' - D'') \cos a\} - \{E' - F'\} \sin b - (E'' + F'') \cos b, (b = (s-r)z)$
.....(12)

で表わされる。さて式(10)(11)から前述のリサーチ図の応用で、時間 t を消去すると地盤の任意の一点における変位振動軌跡を次式のように求めることができる。

$$\frac{u^2}{a^2 + \beta^2} + \frac{w^2}{a'^2 + \beta'^2} - \frac{2 \cos \epsilon}{\sqrt{a^2 + \beta^2} \sqrt{a'^2 + \beta'^2}} uw = \frac{4\pi^2 I_p^2}{L^2} \sin^2 i \sin^2 \epsilon \dots\dots (\epsilon = \tan^{-1}\left(\frac{\beta'}{a'}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\beta}{a}\right)) \quad (13)$$

S V波入射の場合も P波入射の場合と同様の手順で行なえばよく、式(13)と同形の軌跡の式が得られる。以上の解析手法により弾性地盤における理論的な変位軌跡を計算したものを 2、3 紹介しておく。

(a) P波入射 $\rho = \rho', \nu = \nu' = 0.25, E = 0.1 E'$ のとき、 u, w は入射角 i と弾性地盤の厚さの入射 P波の波長に対する比 H/L のみの関数となる。 $i = 45^\circ$ の場合 $H/L = 0.05, 0.08, 0.10, 0.15$ について計算し図-4にその軌跡図を示す。

(b) S V波入射 $\rho = \rho', \nu = \nu' = 0.25, E = 0.1 E'$ で $i = 45^\circ$ のとき $H/L = 0.08, 0.13, 0.20, 0.235, 0.25$ の場合は図-5に示す。

(c) 自由表面に S V波入射 $\nu = 0.25$ で入射角 i が適当に変化する場合は図-6に示す。なお表面波の軌跡については紙面の都合で省略した。

このように得られた弾性地盤中の振動軌跡は理論上のものであるが、実際の地震波から求まる軌跡についても複雑な様相を呈してはいるが基本波動の合成されたものと解釈できよう。

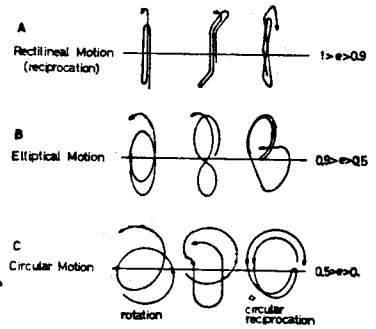


図-7 軌跡の形状

3. 地震動の軌跡と離心率

(1) 軌跡の形状

自然地震波の記録から NS、EWおよび UD の 3 成分について一定時間間隔でデジタル量に読み取り NS-EW、UD-EW として UD-NS の座標に X-Yプロッターを使って描かせ地震動の軌跡を求めた。

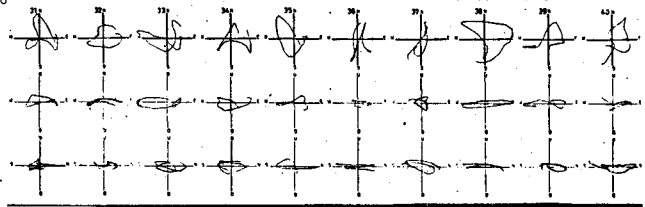


図-8 1968年十勝沖地震の軌跡図

それらは前節の図-1~図-6に示したような楕円の軌跡が基本になっており図-7で示すような3種類のタイプの軌跡に分けると便利である⁽³⁾ すなわち A: 直線運動、B: 楕円運動そして C: 円運動である。しかし図-2のように楕円軌跡とかけ離れた軌跡があることに注意しなければならない。それは地震波が無限長の調和連続波ではなく、波の一定な波群と次の波群との間における形状のみだれによるものである。

(2) 楕円軌跡の離心率

図-7において A、B および C の判定は、軌跡を包含する楕円の離心率と面積を計算した結果、A: $1 \geq e \geq 0.9$, B: $0.9 > e \geq 0.5$, C: $0.5 > e \geq 0$ の範囲とするのが妥当であることが判った。さて図-8は1968年十勝沖地震で青森県津軽大橋架設地点における変位記録の軌跡図であ

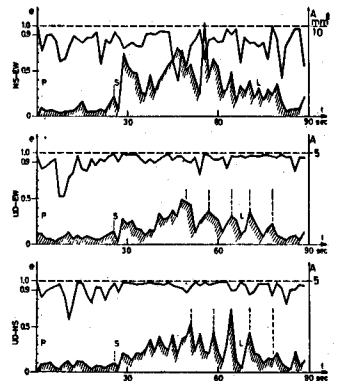


図-9 離心率と面積量

る。0.05秒間隔のデジタル値30個、1.5秒間が1つの座標で初動より4.5秒経過した M 3.1から6.0秒(M 4.0)までの1.5秒間の軌跡を示している。この軌跡図から離心率および面積量をそれぞれについて計算し、グラフに表わしたものが図-9である。横軸には初動P波(M 1)から9.0秒(M 6.0)までの時間を取り、縦軸には離心率と軌跡の楕円面積(斜線部)を取っている。図-8、9から水平NS-EWで判るようにE方向から地震波が進行してきており大体NS成分が卓越している。しかもUD-EW、UD-NSの軌跡では水平動が上下動よりも極端に卓越している。それは図-9の離心率 e でみるとS波から表面波にいたる部分ではほとんど0.9を越えていることでも言える。

表面波部分になるとある時間一様な形状が続き離心率が一定な値をとる場合がよくみられる。これは波群が幾度もあとからあとから進行してくるものと解釈できるが、それは面積量の図をみると明白である。表面波の部分ではある適当な周期で波動のエネルギーが押し寄せて来る現象を示している。

(3) 地震動の方向性および表面波の検出

図-10と図-11は三陸はるか沖に震源を有する2つの地震の変位記録の表面波部分の軌跡図である。図-12と図-13はそれらの離心率の図で軌跡の前後の部分まで含めて示してある。NS-EWに示した進行方向の矢印の直線とそれに直角方向の直線を基準に判断すれば図-10は進行方向と直角方向の地震動が卓越しほとんど直線運動をしているのに対し図-11では逆に進行方向の成分が卓越し、上下動成分もかなり大きくしかも楕円軌道がみられる。図-12、13にもみられるように両者にははっきりした相違があり、それはLove波とRayleigh波のタイプに区別されるということである。点線に囲んだある時間一定な部分について、前者はNS-EWで $e \approx 0.95$ 、進行方向と直角なUD-EWで $e \approx 0.95$ とほとんど直線的な運動をしており、後者はNS-EWで $e \approx 0.80$ 、進行方向成分を含むUD-NSにおいて $e \approx 0.85$ という楕円運動をしているからである。

4. あとがき

一見複雑にみえるランダムな地震波を分析してゆくと基本的な波動の軌跡が多重に合成された波動であると解釈できる。なかでも優勢な波群は代表的な基本波動に近い場合が多い。地震動の軌跡から楕円の離心率を計算し、実体波および表面波の検出を比較的容易に行ない得ること、そして楕円の面積量が地震波群のエネルギー量と関係することを指摘した。

参考文献 (1)たとえば、小林啓美他；地震動の水平面内における方向性について、Proc. of the 4th JEES 1975.11、(2)西村源六郎著；振動工学、誠文堂新光社、(3)金子孝吉；自然地震波の性状に関する研究(その1、2)、土木学会第29、30回年次学術講演会講演集1974.10. 1975.10

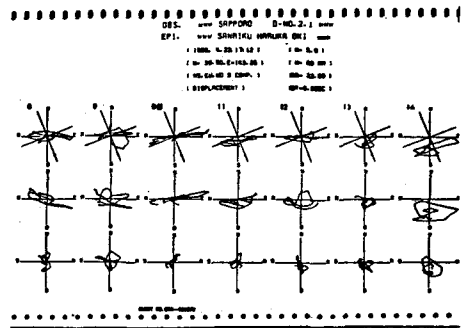


図-10

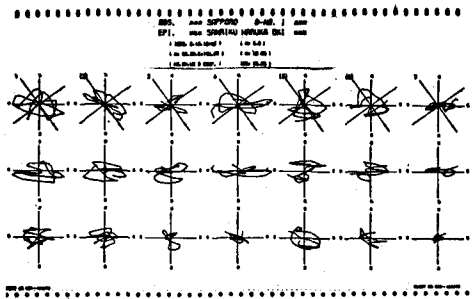


図-11

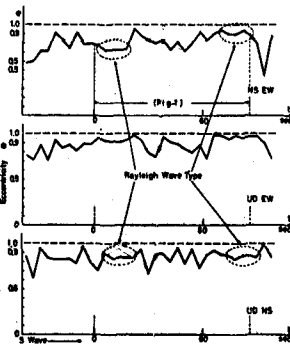


図-12

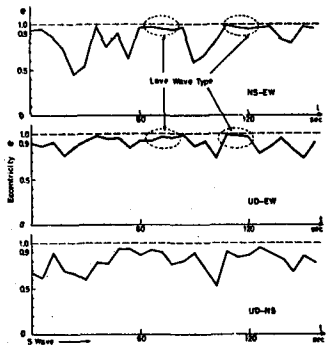


図-13