

非線形挙動をする地盤の震動特性

京都大学防災研究所

佐藤忠信

1. まえがき

地盤内に発生するヒズミが 10^{-8} を越えるといわれる強震時には地盤を構成する土は動的な履歴特性を示すようになる。履歴復元力特性を有する振動系の動特性は、1自由度系に限れば、振幅位相変化法を用いることによって比較的正しく推定できる。また等価線形化解法を用いれば不規則外力を受けた場合の系の応答もかなりの程度まで予測できる。しかしながら、地盤の震動問題では、系を支配する方程式は双曲形の偏微分方程式であり、1自由度系の場合のような一般的解析手法は確立されていないと考えられる。このような観点から、地盤中を伝播する非線形波動の伝播特性を明らかにするため、履歴特性を有する土の応力～ヒズミ関係を等価弾性係数と減衰定数におき換えることにより、表層地盤内を伝播するSH形の非線形調和波動の解析的表現を求め、若干の考察を加えたが、¹⁾この解析法を地震波のような不規則な波動に適用するためには、地盤内に発生するヒズミの大きさの推定法が明確にされなければならない。^{2, 8)}このためには、履歴特性を忠実に追った非線形解の特性と等価線形化解の特性との比較を行なわなければならないが、従来の解析の多くは、基盤層を剛体と考え地下逸散減衰を無視している。⁴⁾差分法や特性曲線法を用いて履歴特性を有する地盤の震動解析を行なった研究^{5, 6)}はこの問題点を解決したものであるが、等価線形化解法との比較はあまり詳しくなされていない。ここでは、土の動的応力～ヒズミ関係がbi-linear要素で表現できるものと仮定し、地盤を有限要素法を用いて多自由度系へ変換した上で地下逸散減衰も考慮に入れた震動解析を行なって、等価線形化解法が実際の非線形応答をどの程度近似できるかについて考察を加える。

2. 解析手法

(a) シミュレーション解析 : 図-1に示すような半無限弾性基盤上に載った水平な成層地盤を考える。地震波は鉛直下方から入射するSH波とすれば、表層地盤は単位幅のセン断ばりと考えられるから、有限要素法により表層地盤を $(m-1)$ 個の1次元要素に分割すれば、表層地盤は自由度 m の振動系へ置換できる。この場合、表層地盤の j 要素に発生するセン断応力 τ_j とヒズミ γ_j との間には次式の関係がある。

$$\tau_j = a_j \dot{\gamma}_j + b_j + \nu_j \gamma_j \quad (1)$$

ここに、 ν_j は粘性係数、 a_j 、 b_j は各々 j 要素内の初期セン断弾性係数 G_1 、弾塑性傾斜率 n 、降伏ヒズミ γ_y の関数で表-1に示すような値をとる。

また、系の振動方程式は若干の演算の後次式で与えられる。⁷⁾

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} + [B] = \{P\} \quad (2)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は各々質量、粘性、剛性マトリックス、 $\{\delta\}$ は節点変位ベクトル、 $\{P\}$ は節点に作用する外力ベクトル、 $[B]$ は式(1)に現われる b_j から構成されるベクトルで、次式のように与えられる。

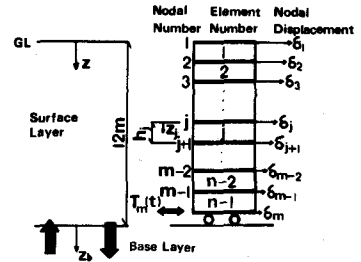


図-1 表層地盤の有限要素化

表-1 応力ヒズミ関係

ブランチ	a_j	b_j
①	G_1	$G_1 n (\gamma_y - \gamma_0)$
②	$(1-n)G_1$	$-G_1 n \gamma_y$
③	G_1	$-G_1 n (\gamma_y - \gamma_0)$
④	$(1-n)G_1$	$G_1 n \gamma_y$

$$B_1 = b_1, B_j = b_j - b_{j+1}, B_m = b_{m-1} \quad (j = 2, 3, \dots, m-1) \quad (3)$$

式(2)の〔C〕は粘性係数 ν_j だけから求まるマトリックス〔C〕*に地下逸散減衰を組み込んだもので〔C〕と〔C〕*の間には次式の関係がある。

$$C_{ij} = C_{ij}^* \quad (i, j \neq m), C_{mm} = C_{mm} + \rho_b C_b \quad (4)$$

また、〔P〕は次式のような成分をもつベクトルである。

$$P_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m-1), P_m = 2\rho_b C_b f(t) \quad (5)$$

ここに、 ρ_b, C_b は各々基盤層の密度とセン断波速度、 $f(t)$ は基盤層上端での入射波形である。

(b)等価線形化解析 : bi-linearな履歴特性を有する応力～ヒズミ関係の等価弾性係数 G ならびに減衰定数 ζ は地盤内に発生するヒズミの大きさを表わす指標を γ_0 とすれば図-2に示すような関係をもつ。 γ_0 と地盤内に発生するヒズミの関係は一義的に定めることはできないが、ここでは地盤内に発生するヒズミの2乗平均値 $\tilde{\gamma}$ の定数倍と仮定する。すなわち

$$\gamma_0 = C_0 \tilde{\gamma} \quad (6)$$

ところで、 $\tilde{\gamma}$ は地盤内に発生するセン断ヒズミの関数であるから、図-2を用いて G ならびに ζ を決めるためには、繰り返し計算を行わなければならない。ここでは、まず線形解のヒズミから $\tilde{\gamma}$ の第1近次値を計算し、これを用いて G と ζ を求め、この値を用いて震動解析を行なってふたたび $\tilde{\gamma}$ を推定する。このような計算を数回繰り返し、地盤内に発生するセン断ヒズミがある一定の精度内におさまるまで収束計算を行ない解を求める。

3. 数値計算結果

(a)正弦波が入射する場合 : 計算に用いた表層地盤と基盤層の条件を表-2に示した。図-3は表層の分割数 m によって地盤の応答特性がどのように変化するかを明らかにするため、表層地盤が線形弾性体からなると仮定し、 m を3, 6, 12と変化させた場合の地表面と基盤層上端の応答倍率を示したものである。図中の厳密解は重複反射理論に基づいて求めた。図から明らかなように、 m が増大すれば厳密解へ近づくが、計算時間は m の2乗に比例して増加するから、以下の解析では6分割要素の場合だけを取り扱う。

図-4は加速度振幅100gal、周期2Hzの正弦波が入射した場合のシミュレーション解析結果から求まる地表面の加速度、速度、変位を示したものである。図-5は同じ入力条件のもとでの等価線形化解析結果である。この両図から、定常状態になった後の、速度と変位の

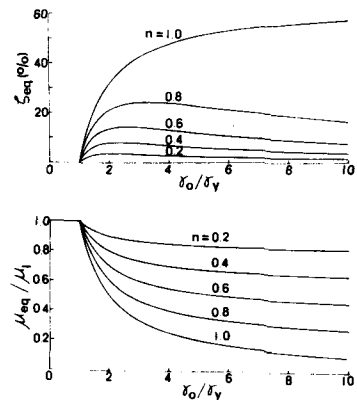


図-2 等価弾性係数と減衰定数

表-2 地盤構成

表層	基盤層
$\rho_s g = 224 \text{ t/m}^3$	$\rho_b g = 2.30 \text{ t/m}^3$
$C_s = 160 \text{ m/sec}$	$C_b = 720 \text{ m/sec}$
$\gamma_y = 5 \times 10^{-4}$	
$n = 0.5, H = 12 \text{ m}$	

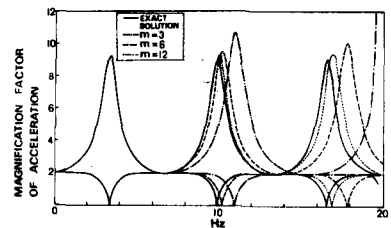
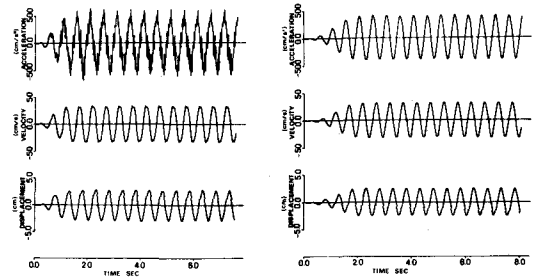


図-3 分割数が応答倍率におよぼす影響

波形ならびにその振幅の大きさは両者ともほぼ一致するが、加速度については解析法によって異なる形状を示すことがわかる。等価線形化解析はセン断弾性係数が深さ方向に変化する一種の不均質地盤の解析を行なっていることに相当するから、入射波の周期と一致した周期的な解が得られる。一方、シミュレーション解析の場合には地盤内に発生するヒズミが降伏点を越えると降伏点を境にしてヒズミの増加率が異なることになる。地表面近傍の浅い表層地盤内ではヒズミは速度に比例するといわれているから、ヒズミの降伏点の前後で速度の増分が異なることになり、加速度波形に鋭いピークが現われることになる。



シミュレーション解析による加速度、速度、変位

等価線形解析による加速度、速度、変位

図-6は正弦波が入射した場合のシミュレーション解析結果から地表面のと基盤層上端の変位の応答倍率を示したものである。入力加速度振幅を20, 50, 80, 100galと変化した場合のものである。図から明らかなように振動次数が高くなると、入力強度に関係なく応答倍率は線形解のものに一致する。これは、bi-linearな応力~ヒズミ関係を用いた震動解析では高周波成分の減衰が起らないことを示しており、高周波成分を減衰させるためには純粋な粘性減衰を導入しなければならないことが明らかになる。また、1次モードの卓越する周波数領域での応答倍率から、共振振動数は入力強度の増加とともに減少することがわかる。なお、50gal以下の入力強度の場合には入力強度の増大とともに応答倍率は減少するが、50gal以上になると逆に応答倍率は増大する傾向のあることが明らかになる。このような現象の起る理由は以下のように説明できる。

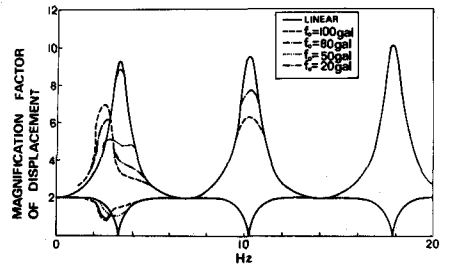


図-6 変位の応答倍率(入力強度が変化)

入力強度が小さい場合には、 γ_0/γ_y の値はあまり大きくないから、履歴減衰も小さく共振振幅は大きく、かつ系のセン断弾性係数も初期セン断弾性係数にほぼ一致しているから、共振振動数は線形系のものとよく似ている。入力強度が増加すると履歴減衰が増大して共振振幅は減少するが、これには限度があって γ_0/γ_y があるレベルを越えると図-2などからも明らかなように履歴減衰は減少するため、共振振幅は増大することになる。また系のセン断弾性係数は $(1-n)G_1$ にはほぼ一致するから、共振振動数の減少もゆるやかになる。

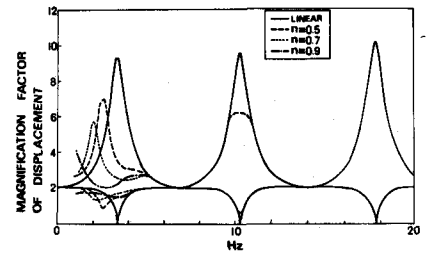


図-7 変位の応答倍率(nが変化)

図-7は弾塑性傾斜率 n が変化した場合の地表面と基盤層上端での変位の応答倍率を、入力加速度振幅100galの場合について示したものである。弾塑性傾斜率が増大するにともない応答倍率は減少し共振点も低周波側へ移行する。

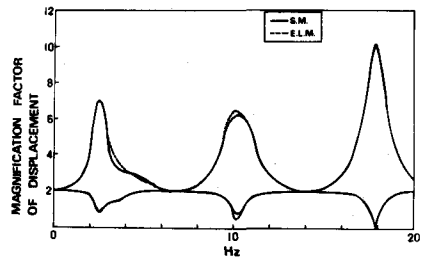


図-8 シミュレーション解析と等価線形化解析の比較

図-8はシミュレーション解析結果と等価線形化解析結果とを比較したものである。入力加速度振幅を100galとし、式(6)の C_0 を $\sqrt{2}$ とした場合である。この図から、正弦波が入射する場

合の振動特性を調べるためには C_0 を $\sqrt{2}$ とした等価線形化解析で十分その特性をとらえることができるといえよう。

(b) 地震波が入射する場合 : 図-9はEl-Centro地震記録のNS成分の最大加速度を100, 200, 300 galと修正した波形を入射させた場合の地表面の加速度のフーリエスペクトルである。図から明らかなように入力が大きくなると、スペクトルのピークは低周波側へ移行することがわかる。図-10は表層地盤内に発生する最大せん断ヒズミならびに応力の分布形を示している。図中の値は入射波の最大加速度で正規化したものである。これからせん断ヒズミの倍率は入力が大きくなるにつれて増大するが、せん断応力の倍率は入力の大きさにあまり影響を受けないことが明らかになる。

図-11は最大加速度振幅を300 galに修正した波形を入射した場合の地表面の加速度, 速度, 変位のシミュレーション解析結果を, 図-12は等価線形化解析結果であり, 式(6)の C_0 を3.0とした場合のものである。図から明らかなように, 速度と変位の波形は解析法によらずほぼ一致するが, 加速度の波形は, シミュレーション解析結果のものが, 等価線形化解析結果によるものよりも, 高周波成分の卓越していることがわかる。なお図示はしていないが, 等価線形化解析から求まる地盤内の応力ならびにヒズミの分布形は図-10の $f_0=300$ のものにほぼ一致することも判明している。

これらのことから, 入射波の強度があまり大きくなければ, 等価線形化解析でもかなりの精度で地盤の動特性を表現できることが明らかになるが, このためには, C_0 の値の推定法を確立する必要がある。この値は, 入射波の振幅特性, 周波数特性ならびに地盤の動特性と複雑な関連をもったものであるから今後このような点に関してシミュレーション解析と等価線形化解析との比較を行なうつもりである。

謝辞 : この種の問題に対し日ごろから有益なご討議をいただいている京都大学教授柴田 徹先生, ならびに土岐憲三先生, 数値計算のデータ整理に助力を受けた元京都大学学生植田純一君に感謝します。

参考文献

- 1) 土岐憲三・佐藤忠信: 地盤中を伝播する非線形調和波動, 土木学会論文報告集, No 247, 1976.
- 2) 佐藤忠信: 非線形挙動をする表層地盤の震動解析, 京大防災研究所年報, No 18B, 1975.
- 3) 柴田 徹・佐藤忠信: 地震時の地盤内応力とヒズミ, 土と基礎, No 214, 1975.
- 4) Seed H.B. & I.M. Idriss: Influence of Soil Conditions on Ground Motions during Earthquakes, ASCE, Vol. 95, SM1, 1969
- 5) 藤野陽三・伯野元彦: 地盤の非線形性を考慮した地震動特性, 土木学会論文報告集, No 240, 1975
- 6) Streeter V.L., E.B. Wylie & F.E. Richart: Soil motion computation by characteristics method, ASCE, Vol. 100, GT3, 1974
- 7) 柴田 徹・佐藤忠信・辰巳安良: 有限要素法による擁壁の動的解析, 第4回日本地震工学シンポジウム

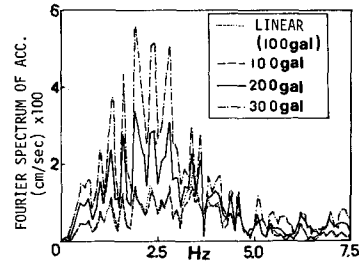


図-9 EI-Centro地震記録を入射したときの地表面加速度のフーリエスペクトル

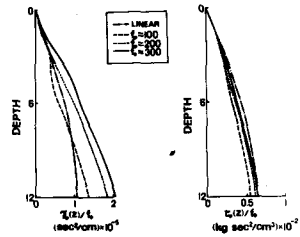


図-10 地盤内応力とヒズミの分布

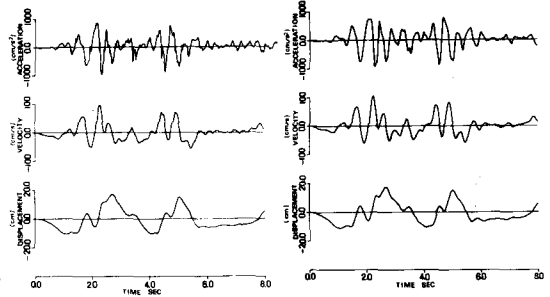


図-11

図-12

シミュレーション解析結果

等価線形解析結果