

構造物-地盤系のモデル化と地震応答解析

九州大学 工学部 正員 小坪 清真
九州工業大学 正員 高西 照彦

1. まえがき 著者等は前著⁽¹⁾において、*feed-back*理論による基礎地盤の地震応答解析法について論じ、2,3の計算例を示して、著者等の提案する解析法の有用性を確かめた。

本論は、同じく *feed-back*理論を用いて、図-1に示すような剛構造物-基礎地盤系の地震応答解析法について考察を行ったものである。

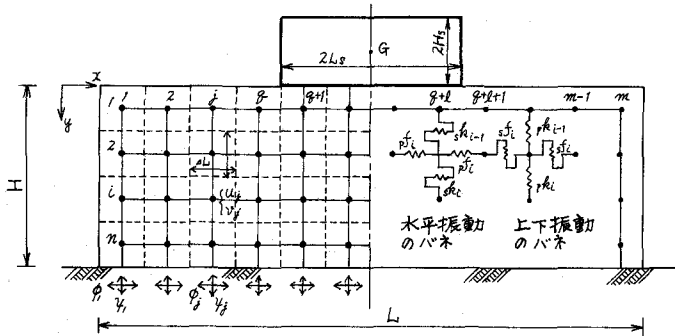


図-1 剛構造物-基礎地盤系の振動モデル

本論では、図-1に示す系はその奥行方向の振動特性は一樣であると考えて2次元解析を行った。また、本論においては、まずその手始めとして、図-1に示すように上層地盤が水平方向に有限な境界を有し、この境界が自由端であるような場合をその考察の対象とした。

2. 解析の基本的考え方 一般の地盤はそれを各層の力学的性質が一樣な多層地盤で近似できると考える。まず、(1)本解析法はこの多層地盤を多質点系に置換し、図-1に示す剛構造物-基礎地盤系に対する振動数および振動型を用いて、これを適当な次数までとって、その各振動型に適当な重みを掛けて加え合わせて剛構造物および地盤内各点の変位を求めるいわゆる *modal analysis* 法の手法を用いる。つぎに、(2)この各振動型に属する振動系に対する入力について考える。例えば多層地盤に対して適用される波動法の入力についてみれば、上層における加速度あるいは変位の一定割合がある一定の時間遅れをもって刻々基盤の入力に *feed-back* されていることが判る。したがって、前述の各振動系に対する入力についても同様に考えて、上層の各層における加速度の一定割合がある一定の時間遅れをもって刻々 *feed-back* することによって、各振動系に対する入力を補正し、その補正された入力を用いて刻々の応答計算を行えば、*modal analysis* 法の手法を用いて波の重複反射および屈折の現象を考慮した変位応答の近似値を得ることが出来る。図-1にみるように、その上部に剛構造物が存在する地盤部分と上部が自由表面である地盤部分については勿論その入力に対する補正值 (*feed-back*すべき量) が異なる。この補正值に関する議論はオ5節で述べる。

3. 振動方程式 剛構造物および地盤内各点の相対変位は、次式のように表わせる。

$$u_{ij} = \sum_{s=1}^n a_s U_{ijs}, \quad v_{ij} = \sum_{s=1}^n a_s V_{ijs}, \quad u_g = \sum_{s=1}^n a_s U_{gs}, \quad v_g = \sum_{s=1}^n a_s V_{gs}, \quad \theta_g = \sum_{s=1}^n a_s \theta_{gs} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 u_{ij}, v_{ij} は質点 (i, j) の水平および上下方向変位、 u_g, v_g, θ_g は剛構造物の重心の水平、上下方向変位および回転角、 $U_{ijs}, V_{ijs}, U_{gs}, V_{gs}, \theta_{gs}$ はそれぞれ質点 (i, j) の s 次の水平、上下方向の振動型、および剛構造物の重心の水平、上下、回転の各振動型を示す。また a_s は s 次の基準座標、 s は採用する振動型の最高次数を表わす。

$$K_g = \begin{bmatrix} s k_0 l & 0 & -s k_0 H l \\ 0 & p k_0 l & p k_0 \sum_{i=1}^n (x_{gri} - x_g) \\ -s k_0 H l & p k_0 \sum_{i=1}^n (x_{gri} - x_g) & s k_0 H l + p k_0 \sum_{i=1}^n (x_{gri} - x_g) \end{bmatrix}, \quad K_s'' = \begin{bmatrix} -s k_0 & 0 & s k_0 h_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K_{pi}'' = \begin{bmatrix} 0 & -p k_0 & p k_0 (x_{gri} - x_g) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

上式中、 p_i, p_{k_i} 等は図-1に示すようなバネのバネ定数である。 l は剛構造物と接する質点の数、 x_{gri}, x_g はそれぞれ図-1に示す座標軸の原点から質点 $(1, 2+i)$ まで、および剛構造物の重心までの距離である。

さて、(5)式において、
$$\begin{cases} F = 0 \\ \ddot{X} = \ddot{X} \sin \omega t \end{cases} \quad \text{とおけば} \quad (-\omega^2 M + K_g + K_n) \ddot{X} = 0 \quad \text{----- (6)}$$

したがって、振動数方程式は次の行列式で与えられる、
$$|K_g + K_n - \omega^2 M| = 0 \quad \text{----- (7)}$$

また、各次数に対する振動型は(7)式を満足する各 ω_i の値に応じて、(6)式を満足する \ddot{X}_i として求めることができる。

さらに、基盤上の各質点が水平方向に単位長の静変位をした時の各質点の弾性変位は、(5)式において、 $\ddot{X} = 0$ とおき、列ベクトル F の要素中、 $p_n = 1, p_i = 0, \gamma_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n-1, n+1, \dots, m)$ とし、すなわち、次式を解いて \ddot{X} を求めればよい。

$$(K_g + K_n) \ddot{X} = F (p_n = 1) \quad \text{----- (8)}$$

5. 入力波動 $\ddot{u}_0(t), \ddot{v}_0(t)$ について 図-1において、その上部が自由表面である場合の入力波動に対する補正值については、既に前者で詳論したので本論ではこれについては述べない。

つぎに、その上部に剛構造物が存在している場合の入力波動に対する補正值については、以下のように考えてその表式を導いた。図-2に示すように、地表面に重さ M 、底面積 S の剛構造物が存在するときに、基盤からせん断波 $\ddot{u}_0(t)$ が入射する場合を考える。剛構造物の底面およびこれに接する地表面における変位ならびにせん断力はそれぞれ互に等しいという条件を用いれば、剛構造物の底面における上昇波 $\ddot{u}_{r1}(t)$ と下降波 $\ddot{u}_{r2}(t)$ との間には次の関係があることが判る。

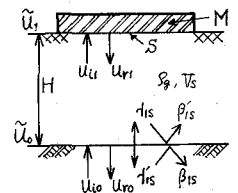


図-2 上昇波・下降波の反射および屈折

$$\ddot{u}_{r1}(t) = \ddot{u}_{i1}(t - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) \quad \text{----- (9)}$$

ここに、 ω は上昇波の角速度であり、 ϵ_s は $\tan \epsilon_s = M\omega/S\rho_g v_s$ によって与えられる。 ρ_g, v_s はそれぞれ上層地盤の単位体積重量およびせん断波の速度である。

さて、剛構造物の底面の加速度 $\ddot{u}_1(t)$ 、基盤上の加速度 $\ddot{u}_0(t)$ はそれぞれ次式のように表わせる。

$$\ddot{u}_1(t) = \ddot{u}_{i1}(t) + \ddot{u}_{r1}(t), \quad \ddot{u}_0(t) = \ddot{u}_{i0}(t) + \ddot{u}_{r0}(t) \quad \text{----- (10)}$$

また、基盤上における上昇波と下降波の間には次のような関係が成り立つ。

$$\ddot{u}_{r0}(t) = \beta_{1s} \cdot \ddot{u}_{i0}(t) + \gamma_{1s} \cdot \ddot{u}_{r1}(t - \frac{H}{v_s}) \quad \text{----- (11)}$$

ここに、 β_{1s}, γ_{1s} はそれぞれ図-2に示すように基盤と上層地盤との境界における反射係数および透過係数である。(9),(10),(11)の各式から \ddot{u}_0 を求めると

$$\ddot{u}_0(t) = (1 + \beta_{1s}) \{ \ddot{u}_{i0}(t) + \ddot{u}_{i0}(t - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) \} + \gamma_{1s} \{ \ddot{u}_{r1}(t - \frac{H}{v_s} - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) - \ddot{u}_0(t - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) \} \quad \text{----- (12)}$$

ここで基盤上の加速度 $\ddot{u}_0(t)$ を $\ddot{\phi}_n(t)$ と書き変え、 $\ddot{u}_1(t)$ の近似値として(3)式から計算される剛構造物底面の加速度 $\ddot{u}_{in}(t)$ を用いれば、(12)式から入力波動 $\ddot{\phi}_n(t)$ に対する表式が次式のように得られる。

$$\ddot{\phi}_n(t) = (1 + \beta_{1s}) \{ \ddot{u}_{i0}(t) + \ddot{u}_{i0}(t - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) \} + \gamma_{1s} \{ \ddot{u}_{in}(t - \frac{H}{v_s} - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) - \ddot{\phi}_n(t - \frac{2\epsilon_s}{\omega}) \} \quad \text{----- (13)}$$

上式において、右辺オス、3項が入力波動における補正項(feed-backすべき量)である。

基盤上における入射波 $\ddot{u}_{i0}(t)$ が与えられれば、(13)式から刻々の入力波動 $\ddot{\phi}_n(t)$ を求めることができる。

また、入力波動が縦波の場合にも前述の横波の場合と同様な表式を導くことができる。

6. 数値計算結果および考察

上述の理論の妥当性を検証するために次に示すような諸元および諸定数を用いて数値計算を行った。まず、上層地盤についてはその単位体積重量 $\rho_{s1} = 1.80 \text{ ton/m}^3$ 、せん断弾性係数 $G_1 = 1.1 \cdot 10^4 \text{ ton/m}^2$ 、縦弾性係数 $E_1 = 4.5 \cdot 10^4 \text{ ton/m}^2$ 、基盤については、 $\rho_{s0} = 1.90 \text{ ton/m}^3$ 、 $G_0 = 2.5 \cdot 10^5 \text{ ton/m}^2$ 、 $E_0 = 1.0 \cdot 10^6 \text{ ton/m}^2$ とした。剛構造物については横巾 $L_s = 40 \text{ m}$ 、高さ $H_s = 50 \text{ m}$ 、単位体積重量 $\rho_s = 2.50 \text{ ton/m}^3$ とした。上層地盤の拡がり(水平長 L)

および水平、上下両方向の分割数 (m, n) の値の大きさ、固有円振動

Case	地盤の水平長 L (m)	地盤の厚さ H (m)	水平方向分割数 m	上下方向分割数 n	水平方向分割長 ΔL (m)	上下方向分割長 ΔH (m)	剛体分割数 l
A11	110	30	11	3	10.0	10.0	4
A12	110	30	11	4	10.0	7.5	4
A13	110	30	11	5	10.0	6.0	4
A21	190	30	19	3	10.0	10.0	4
A31	290	30	29	3	10.0	10.0	4
A33	170	30	17	5	10.0	6.0	4
B1	113.333	30	17	5	6.666	6.0	6
B2	193.333	30	29	3	6.666	10.0	6

表-1 上層地盤の諸元および分割個数

数または振動型にどのような影響を与えるかを見るために、地盤の諸元、分割数等を表-1に示すようにいろいろ変えた場合についてそれぞれ固有円振動数および振動型を求めた。

ここで振動型について考えてみると、現実に上層地盤が地震波動を受けて振動している時に、水平、上下両方向に対称な振動の成分がその中に含まれているとは考え難い。したがって本論では、水平、上下両方向に対称な振動型は、現実には存在しないものとして初めからこれを無視し、逆対称な振動型のみを求めた。一例として case A33 を選んでその固有円振動数および振動型を図-3に示した。図-4は case A33 の振動数に対する各 case の振動数の比をとって示したもので、(a) は $n=3$ のとき m の増加に対する振動数の比の変化を、(b) は $m=11$ のとき n の増加に対する振動数の比の変化をそれぞれ図示したものである。図-4から m に比べて n の値の変化は低次の振動数に対してその影響の度合が小さいといえる。

基盤からの入射波に対する図-1の系の応答計算は現在実行中であるので、これに関する結果は講演時に発表する予定である。

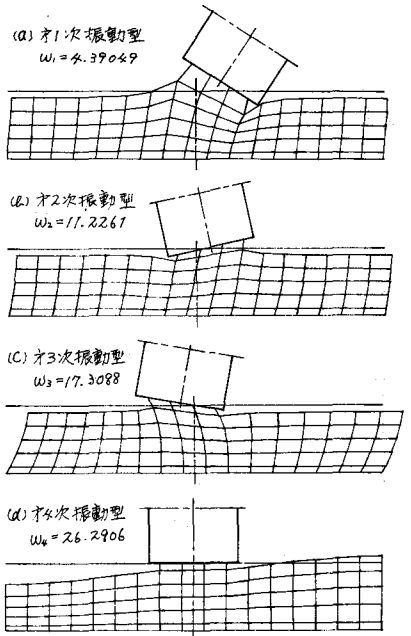


図-3 case A33の固有円振動数と振動型

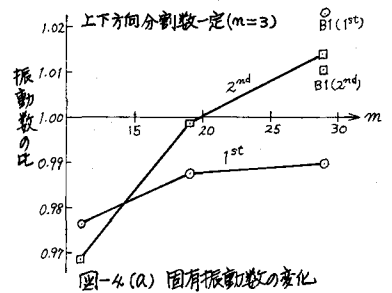


図-4(a) 固有振動数の変化

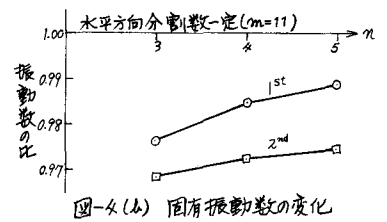


図-4(b) 固有振動数の変化

(1): 小坪・高西「Feed-Back系による地盤振動の反射屈折現象の表現」

才26回土木学会全国大会
講演概要 昭46年10月