

曲げ振動系の非線型地震応答に関する研究

東京都立大学工学部 正会員 奥田 杖夫
同 正会員 国井 隆弘

1. まえがき

本研究は集中質点系の振動モデルを用いて曲げ変形に支配される構造物の非線型地震応答を *bilinear* 型の復元力特性について求める場合の計算方法に関する研究であるが、この計算方法の立脚点および運動方程式の解法等についてはまえに報告してあるので、^{1), 2), 3)} 本報告ではいくつかの数値例を記し、復元力特性が応答に与える影響についておよび構造物が持つ高次振動が応答に与える影響について若干解析を試みた結果を報告する。

2. 解法

構造物を集中質点系に置換して振動解析を行う場合、質点に働く復元力は質点系の変形のみかたによって異なった方法で計算される。すなわち、せん断変形が支配的な系においては質点間の相対変位にもとづいて復元力が求められるが、曲げ変形が支配的な系(曲げ振動系)においては変形によって系に生じた曲率と曲げモーメントとから復元力が算出される。しかしながら曲げ振動系においても一般に復元力は質点の変位と結びつけられて次の運動方程式がたてられている。 $[m] \ddot{x} + [c] \dot{x} = -[m] \ddot{x}_g, [c] = [\delta]^{-1}$ (1) ここで粘性減衰項は省略されており、 $[m]$ は質点の質量の対角行列、 $\{x\}$ は質点の変位のベクトル、 $[c]$ は剛さ行列、 $[\delta]^{-1}$ は乗行列の逆行列、 $\{\ddot{x}_g\}$ は地震加速度のベクトルである。ところが復元力の非線型性による非線型応答を扱おうとする場合、曲げ振動系では復元力は再び「曲率と曲げモーメント」の関係にもとらねばならず、このときには(1)式の $[\delta]$ が定義され得ないため(1)式では応答を求めることができない。このため「曲率と曲げモーメント」の関係にもとづく復元力を表わし得る振動モデルが必要となり、いくつかの研究がいく種かの振動モデルを提案しているが、^{4), 5), 6)} これらのモデルを用いた解法が地震波の如きくり返しの多い不規則波に対して適用された例は筆者らの知る限り見当たらないようである。本研究は図-1に示したような無質量剛棒と質量を持った回転ヒンジとからなる振動モデルを用い、この回転ヒンジが図-2のような復元力特性を持つ場合を考え、さらに式(2)のような行列を導入することにより、次に記すような利点を持つ解法を見出すことを試みた。

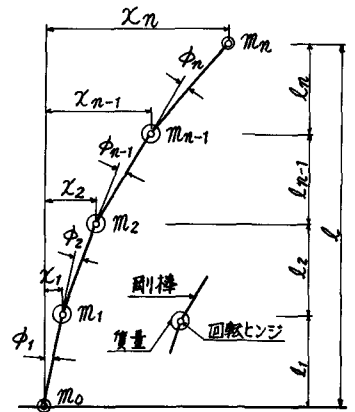


図-1 振動モデル

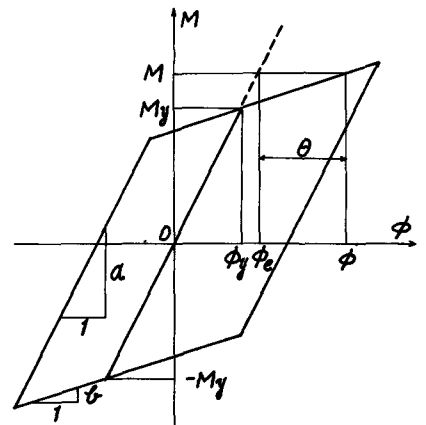


図-2 復元力特性

$$[L] = \begin{bmatrix} l_1 & 0 & 0 & \dots \\ l_1+l_2 & l_2 & 0 & \dots \\ l_1+l_2+l_3 & l_2+l_3 & l_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (2)$$

a) 不規則な数多くのくり返し入力波に対する数多くのくり返し応答が比較的簡単に求められる。

6) 運動方程式は、線型応答で用いられる質点系のモデルから作られる運動方程式に(式(4))非線型の性質によって生じた新しい項を加えた形となる。
 c) 上記6)の運動方程式はモーダルアナリシスを適用できる。

本頁右側のわく内に本解法に用いられる式を列挙するが、これらの説明誘導は文献1),2),3),7)に詳述してあるので割愛する。

3. 数値例

3-1 振動モデル・固有周期

本報告では図-3のように均質材料が等断面を有する構造物を3質点系にモデル化して数値計算を行った。振動モデルを形成する質点の数および配置方法は数値結果の精度と関連すると思われる、またこのことが本研究の解法そのものの可能性(たとえば電算の演算時間、容量に關して)と無関係ではないと考えられるが、これらの内題についてはさらに研究を進める予定である。このモデルが持つ固有周期は質点の質量、系の剛さ、系の寸法等から決定される値であるが、数値例に一般性を持たせる方法として、1次振動周期を T_1 、2次3次をそれぞれ $T_2=0.1790T_1$ 、 $T_3=0.07045T_1$ で与え、応答時間 t と T_1 との比 t/T_1 でもって応答曲線を表わすこととした。

$$\begin{aligned} \Phi &= \phi_e + \theta & (3) \\ \theta &= (M - M_y) \cdot \frac{a - \phi}{a \cdot b} & (4) \\ \{ \ddot{y} \} &= [C] \{ \dot{\phi}_e \} & (5) \\ \{ \dot{z} \} &= \{ \dot{y} \} + [C] \{ \dot{\theta} \} & (6) \\ \{ \dot{y} \} &= [S] \{ F \} & (7) \\ \{ F \} &= [S] \{ \dot{y} \} = [K] \{ y \} & (8) \\ [M] \{ \ddot{z} \} + \{ F \} &= -[M] \{ \ddot{z} \} & (9) \\ [M] \{ \ddot{y} \} + [K] \{ y \} &= -[M] \{ \ddot{z} \} - [M] \{ \ddot{\theta} \} & (10) \\ \{ \ddot{y} \} &= \sum_{i=1}^n \{ Y_i \} \ddot{\theta}_i & (11) \\ M_{si} &= \{ Y_i \}^T [M] \{ Y_i \} \\ K_{si} &= \{ Y_i \}^T [K] \{ Y_i \} \\ \rho_i^2 &= K_{si} / M_{si} \\ \ddot{\theta}_i + \rho_i^2 \theta_i &= -\{ Y_i \}^T [M] \{ \ddot{z} \} / M_{si} \\ &= -\{ Y_i \}^T [M] \{ C \} \{ \dot{\theta} \} / M_{si} & (13) \end{aligned}$$

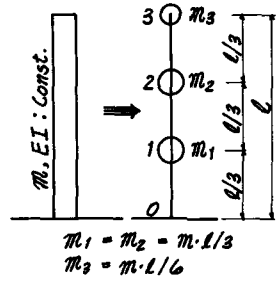


図-3 数値例の振動モデル

3-2 地震波

地震波は振動モデルの1次振動に共振するような正弦波および2次に共振するような正弦波、そしてこの両者の合成波の三種を考えた。地震波の継続時間は図-4に示されているように三種とも $3T_1$ であり、振幅の最大値 α_0 を持った加速度波である。なお合成波は1次と2次の共振正弦波をそれぞれ等量加え合わせたものである。

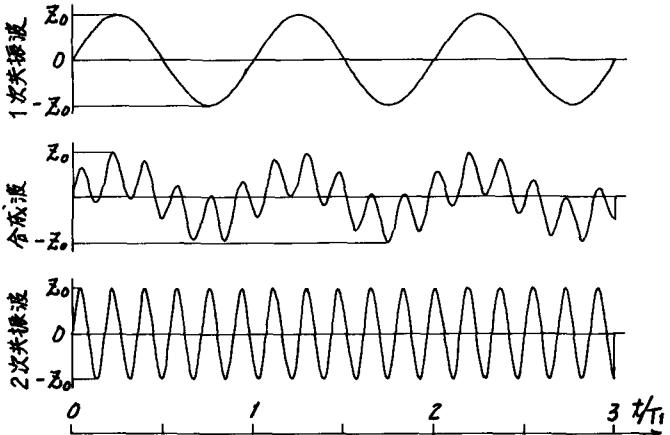


図-4 入力波

3-3 応答量

応答量は入力地震波の最大加速度が構造物に静的に等分布の力として作用したときの応力あるいは変位の値に対する応答量の値の比(倍率)で表わす方法をとった。すなわち図-5のような状態での系の変位および曲げモーメントをそれぞれ $\chi_{s1}, \chi_{s2}, \chi_{s3}$ および M_{s0}, M_{s1}, M_{s2} として、応答量が $\chi_1, \chi_2, \chi_3, M_0, M_1, M_2$ で得られれば、対応する比、たとえば χ_3/χ_{s3} 、 M_0/M_{s0} が応答比(倍率)となる。

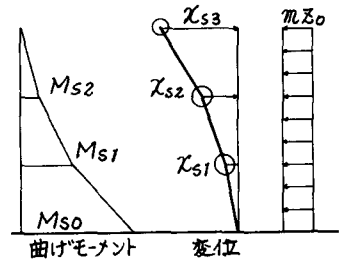


図-5 χ_s と M_s の定義

3-4 復元力特性

復元力特性は線型限界 M_y と二つの直線の傾き α 、 ϕ (図-2)とか

ら決定されるが、これらは構造物に個有的のものであるため、3-1で述べた如く数値結果に一般性を持たせるように定義される方法が必要となる。このため本報告はパラメータ A と n で復元力特性を表示する方法を考えた。パラメータ A はbi-linearが線型の場合と完全弾塑性型の場合との間に位置する状態を示す指標であり次式で定義される。

$$A = c/a \quad (14)$$

$$\text{パラメータ } n \text{ は線型限界の値を示す指標で } n = My / \langle Me \rangle_{max} \quad (15)$$

で定義される。ここで $\langle Me \rangle_{max}$ は地震波を受けたときの線型応答曲げモーメントの絶対最大値である。

3-5 応答曲線

3-1から3-4までの約束のもとに応答曲線を求めてみた。図-6は1次共振波を受けた場合の系の自由端の変位 (χ_3) を描いたものである。図-4で示した如く t/T_1 が0から3までは強制振動であるが t/T_1 が3から5までは自由振動を表わしているのだが、自由端の変位 χ_3 は明らかに1次振動の変位を示しており高次振動の影響はみられない。また復元力特性が五種類の場合について応答を求めて

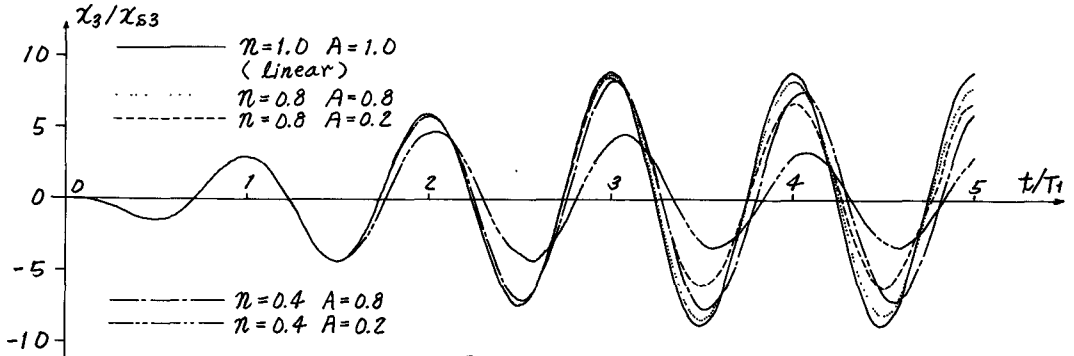


図-6 自由端応答変位(1次共振波)

あるが、これらの特性が最大回転角 $\pm \phi_{max}$ を持って閉じた1つの履歴ループを持つ場合が図-7に示してある。

図-6から A と n が小さい程応答が減少する傾向がうかがわれ、また $n=0.4$ の場合には線型応答の場合に比べて位相がずれてくる様子が観察できるが、この様子をさらに詳しく示したのが図-8(次頁)である。図-8

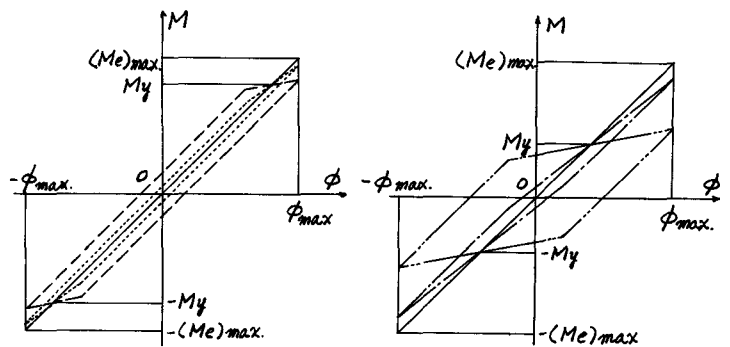


図-7 五種類の復元力特性
(a) $n=0.8$ (b) $n=0.4$

は1次共振波を受けた場合の応答の正負のピーク(波の山)の絶対値を t/T_1 のもとにプロットしてその間を直線で結んだもので、 $\bullet \circ \triangle$ はそれぞれピークの位置を意味するが、 n が0.8と0.4の場合について A が1.0から0.2まで0.2きざみの復元力特性について描かれている。

数値例の量が不充分ながら、これらの図(図-6, 図-8)から1次共振波の応答と復元力特性の関係について次に述べるいくつかの傾向がつかめられる。(1)一般に n の値が小さい程、応答の絶対最

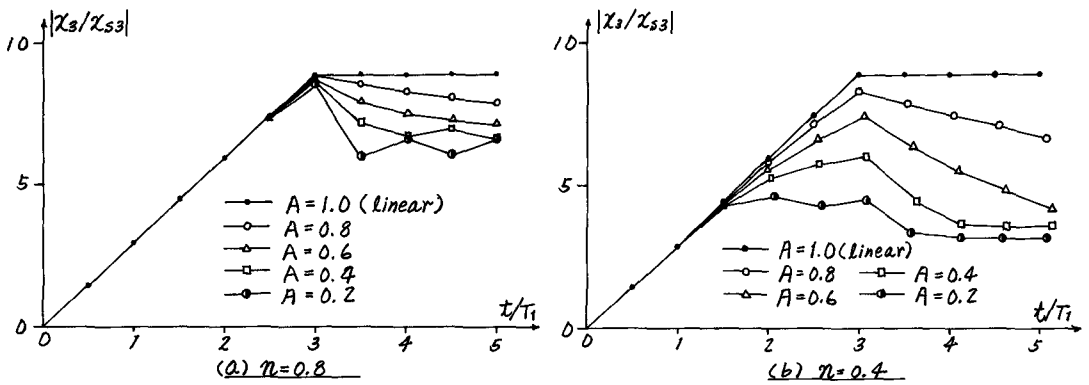


図-8 応答波の山- t/T_1 関係

大値は低下する。(2)一般にAの値が小さい程応答の絶対最大値は低下するが、 n が小さい程この傾向は強い。(3)粘性減衰は考慮していないにもかかわらず、自由振動において、時間の経過とともに応答が減少していく場合(A=0.8, 0.6)もあるが、自由振動においては一定の振幅を示す場合(A=0.4, 0.2)もある。図-9, 図-10はそれぞれ合成波、2次共振波にたいする応答を求めたものだが、この数値でみ

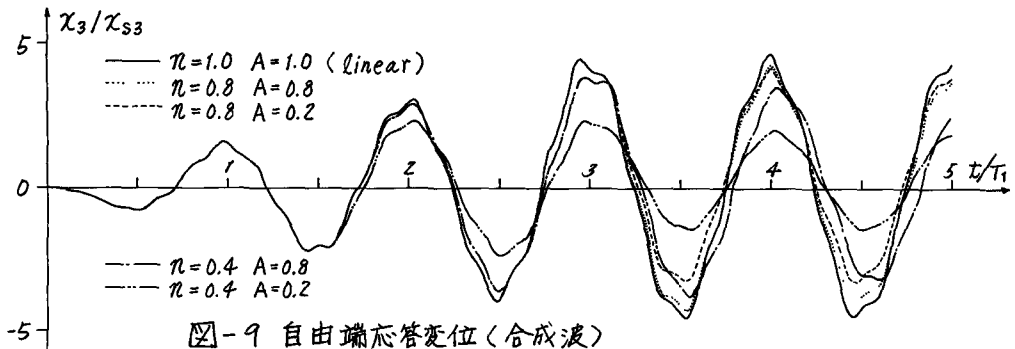


図-9 自由端応答変位(合成波)

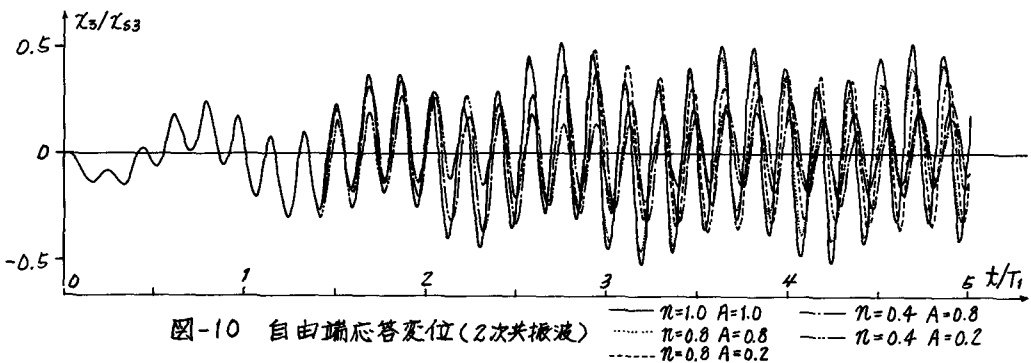


図-10 自由端応答変位(2次共振波)

る限り、高次振動が応答に与える影響はそれ程大きくはなく図-6と同じ様な応答傾向を示している。

- 参考文献
- 1) 国井: 曲げ振動系の非線形応答, 第10回地震工学研究発表会, 1967
 - 2) 国井: 非線形振動についての一考察, 第24回土木学会講演会, 1969
 - 3) 国井: Bi-linear復元力特性を持つ構造物の地震応答, 土木学会論文報告集, No.180, 1971
 - 4) 山田他: 動的解析における桁のモデル化に関する研究, 第2回土木学会学術講演会, 1966
 - 5) 山崎他: 片持梁の動的弾塑性挙動について, 第22回土木学会講演会, 1967
 - 6) Bleich 他: Impulsive Motion of Elastic-Plastic Beams, Proc. ASCE, Vol.89, EM, 1953
 - 7) 国井: 非線形地震応答の計算手法に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 投稿中