土木構造物の耐震安全性について

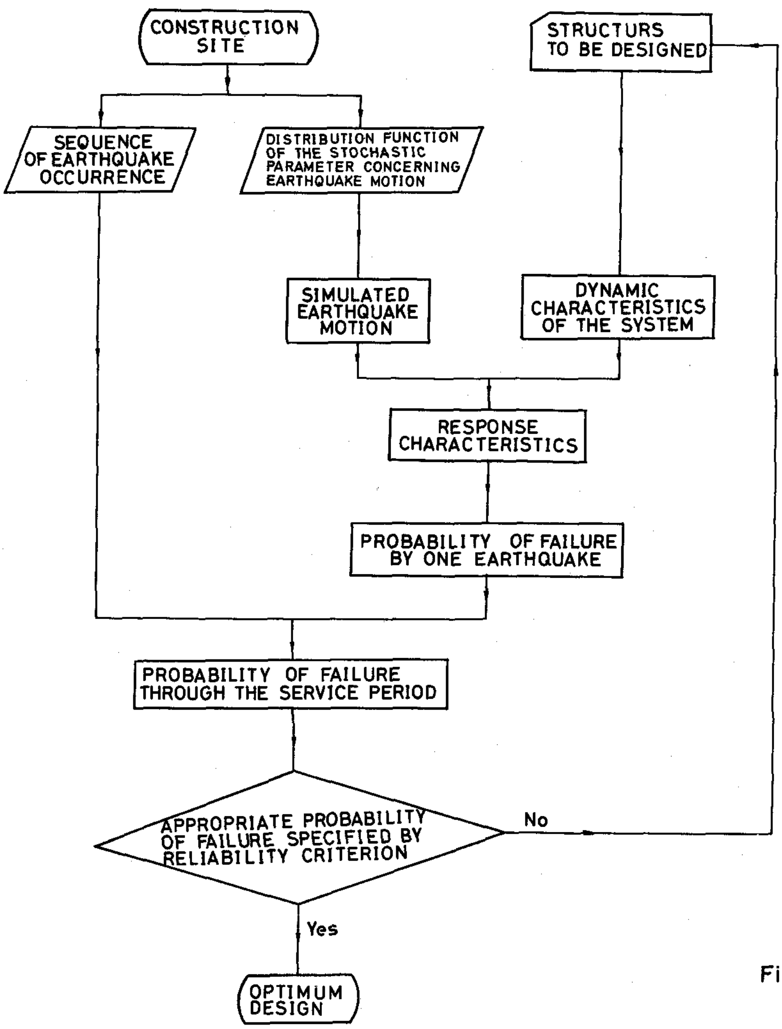
京都大学工学部　正員　山田善一
同上　正員　○竹宮宏和

§1. まえがき

地震応答解析に基づく土木構造物の耐震安全性評価は、次の事項を経なければならない。

1). 地震現象の適正なる把握とその解析的表現
2). 構造物系の動力学特性の解明
3). 構造物の応答解析と構造物の使用期間を通じての安全性評価.

この手順を流れ図に表現してみると以下のようになろう。



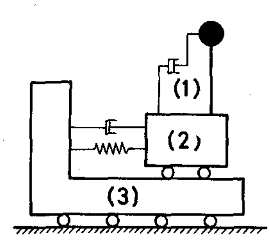


Fig. 1 Idealized system of foundation layer and structure

(1) STRUCTURE
(2) FOUNDATION LAYER
(3) BASE ROCK

今回は、上の流れ図に従って、Fig. 1に示す構造系について、耐震安全性評価における応答Barrierに関するcriterionをスペクトルの形で導き出している。[1]

§2. 地震動のシミュレーション

1つの地震発生によって生じた地震動は、数多くの確率パラメータあるいは、ある地域において確定的となるパラメータを含み、不規則性を呈している。これまで、幾多の人々により、非定常確率過程として、その表現が試みられて来ている。そのうちでも、V.V.Bolotin は概括的に地震動の非定常確率過程を次式で提案した事は要を得ている。[2)]

$$f(t) = \sum_{\nu} \psi_{\nu}(\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_r : t)\, g_{\nu}(\alpha_{r+1}, \cdots, \alpha_n : t) \qquad (1)$$

(1)式は、非定常確率過程の地震動が、定常確率過程の $g(t)$ と、更にこれを非定常性にする確定関数の積としている。ところで、解析上簡単で、しかも地震動の本質を出来るだけ失なわない表現として、本文では(1)式のパラメータを5つに限定している。すなわち

$$f(t) = \psi(\alpha_1, \alpha_2 ; t)\, g(\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5 ; t) \qquad (2)$$

さて、確定関数 $\psi(t)$ は指数関数 $\psi(t) = (e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t})\, H(t)$ (3)

とし、実際の強震記録の包絡線からパラメータを決定した。定常確率過程 $g(t)$ には Fig. 1 の地盤系を仮定した。従って、その自己相関関数は

$$E\{g(t)g(t+\tau)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_g(\omega)\, e^{i\omega\tau}\, d\omega \qquad (4)$$

ここで、$S_g(\omega)$ は $g(t)$ のパワー・スペクトル密度で、地盤系の運動方程式

$$\ddot{x}_g(t) + 2\mu_g \dot{x}_g(t) + (\omega_g^2 + \mu_g^2)\, x_g(t) = n(t) \qquad (5)$$

より算出されるものを採用する。ω_g, μ_g は(2)式の α_3, α_4 に相当するもので、$n(t)$ は、基盤からの入力、ホワイトノイズで、その自己相関関数を

$$E\{n(t_1)n(t_2)\} = D\,\delta(t_2 - t_1) \qquad (6)$$

としている。D はホワイト・ノイズのレベルを示すもので(2)式の α_5 に相当している。以上のようにして導き出された擬似地震動の解析解は、共分散として

$$E\{f(t_1)f(t_2)\} = \psi(t_1)\psi(t_2)\, e^{-\mu_g(t_2-t_1)}\{\mu_g(\omega_g^2 - 3\mu_g^2)\sin\omega_g|t_2-t_1| + \omega_g(\omega_g^2 + 5\mu_g^2)\cos\omega_g(t_2-t_1)\}\, D/4\mu_g\omega_g \qquad (7)$$

シミュレーションに使用したパラメータは Table 1 に示す。定常確率過程 $g(t)$ のみの自己相関関数を Fig. 2 に、擬似地震動の入力分散を Fig. 3 に示す。

Table 1 Values used for the simulation of earthquake motion

Values for parameters / Pseudo-earthq. motion	α_1	α_2	ω_g	μ_g
Type 1	0.25	0.50	12.3	3.86
Type 2	0.25	0.50	10.88	6.28

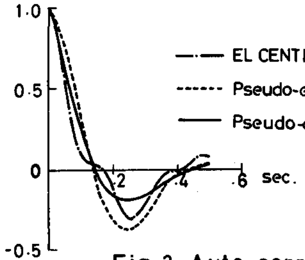


Fig. 2 Auto-correlation function of g(t)

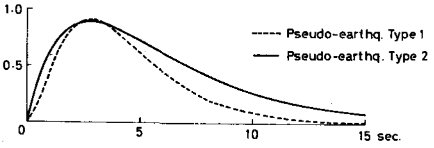


Fig. 3 Standard deviation of input acceleration

§3. 擬似地震動による構造物応答

構造物の応答解析には、減衰項にある種の仮定を設けてモード分解をなし、各モードの効果を重ね合わせ応答評価をするのが、一般に採られる方法である。そこで、各モードにあたる1自由度系について、応答解析を行なう。運動方程式は、最終的には

$$\ddot{q}(t) + 2\varepsilon\dot{q}(t) + \omega_0^2 q(t) = -f(t) \qquad (8)$$

と表わされる。(8)式の応答解はたたみ込み積分で

$$q(t) = \int_0^t h(t-\tau) f(\tau)\, d\tau \qquad (9) \qquad 但し \quad h(t) = \frac{1}{\omega_d} e^{-\varepsilon t} \sin\omega_d t, \quad \omega_d = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$$

同様に、速度応答は

$$\dot{q}(t) = \int_0^t \dot{h}(t-\tau) f(\tau)\, d\tau \qquad (10) \qquad 但し \quad \dot{h}(t) = \frac{1}{\omega_d} e^{-\varepsilon t}(\omega_d \cos\omega_d t - \varepsilon \sin\omega_d t)$$

(9), (10)式は、外力が確率的にのみ意味を有するものであるから、応答諸量も分散あるいは共分散として評価され得る。これらを1つの式で次のように表現する。

$$\sigma^2(t: l, m) = \int_0^t\int_0^t \frac{\partial^l}{\partial t^l} h(t-\tau_1) \frac{\partial^m}{\partial t^m} h(t-\tau_2)\, E[f(\tau_1) f(\tau_2)]\, d\tau_1 d\tau_2$$

ここで、l, mは1あるいは0を採る。演算結果は

変位応答の分散値

$$\sigma^2(t:0,0) = \frac{D e^{-2\varepsilon t}}{4\mu_g \omega_g \omega_d^2} \sum_{i=1,}^{2}\sum_{j=1}^{2}\{C1(i,j) I(i,j) + C2(i,j) J(i,j)\} \qquad (11)$$

変位と速度応答の共分散値は

$$\sigma^2(t:0,1) = \frac{D e^{-2\varepsilon t}}{4\mu_g \omega_g \omega_d^2}\Big[\omega_d \sum_{i=1,}^{2}\sum_{j=1}^{2}\{C1(i,j) K(i,j) + C2(i,j) L(i,j)\} - \varepsilon \sum_{i=1,}^{2}\sum_{j=1}^{2}\{C1(i,j) I(i,j) + C2(i,j) J(i,j)\}\Big] \qquad (12)$$

速度応答の分散値は

$$\sigma^2(t:1,1) = \frac{D e^{-2\varepsilon t}}{4\mu_g \omega_g \omega_d^2}\Big[\omega_d^2 \sum_{i=1,}^{2}\sum_{j=1}^{2}\{C1(i,j) M(i,j) + C2(i,j) N(i,j)\} - 2\varepsilon\omega_d \sum_{i=1,}^{2}\sum_{j=1}^{2}\{C1(i,j) K(i,j) + C2(i,j) L(i,j)\} + \varepsilon^2 \sum_{i=1,}^{2}\sum_{j=1}^{2}\{C1(i,j) I(i,j) + C2(i,j) J(i,j)\}\Big] \qquad (13)$$

ここで

$$C1(1,1) = -C1(1,2) = -C1(2,1) = C1(2,2) = \mu_g(\omega_g^2 - 3\mu_g^2)$$

$$C2(1,1) = -C2(1,2) = -C2(2,1) = C2(2,2) = \omega_g(\omega_g^2 + 5\mu_g^2)$$

$$I(i,j) = \int_0^t\int_0^t e^{\beta_i\tau_1+\beta_j\tau_2-\mu_g|\tau_1-\tau_2|} \sin\omega_d(t-\tau_1)\sin\omega_d(t-\tau_2)\sin\omega_g|\tau_1-\tau_2|\, d\tau_1 d\tau_2$$

$$J(i,j) = \int_0^t\int_0^t e^{\beta_i\tau_1+\beta_j\tau_2-\mu_g|\tau_1-\tau_2|} \sin\omega_d(t-\tau_1)\sin\omega_d(t-\tau_2)\cos\omega_g(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1 d\tau_2$$

$$K(i,j) = \int_0^t\int_0^t e^{\beta_i\tau_1+\beta_j\tau_2-\mu_g|\tau_1-\tau_2|} \sin\omega_d(t-\tau_1)\cos\omega_d(t-\tau_2)\sin\omega_g|\tau_1-\tau_2|\, d\tau_1 d\tau_2$$

$$L(i,j) = \int_0^t\int_0^t e^{\beta_i\tau_1+\beta_j\tau_2-\mu_g|\tau_1-\tau_2|} \sin\omega_d(t-\tau_1)\cos\omega_d(t-\tau_2)\cos\omega_g(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1 d\tau_2$$

$$M(i,j) = \int_0^t\int_0^t e^{\beta_i\tau_1+\beta_j\tau_2-\mu_g|\tau_1-\tau_2|} \cos\omega_d(t-\tau_1)\cos\omega_d(t-\tau_2)\sin\omega_g|\tau_1-\tau_2|\, d\tau_1 d\tau_2$$

$$N(i,j) = \int_0^t\int_0^t e^{\beta_i\tau_1+\beta_j\tau_2-\mu_g|\tau_1-\tau_2|} \cos\omega_d(t-\tau_1)\cos\omega_d(t-\tau_2)\cos\omega_g(\tau_1-\tau_2)\, d\tau_1 d\tau_2$$

一方、変位速度応答分散値の stationary asymptote は

$$\sigma^2(\infty;0,0) = \frac{\pi D S_g(\omega_0)}{4\varepsilon\omega_0^2}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \qquad (14)$$

$$\sigma^2(\infty;1,1) = \frac{\pi D S_g(\omega_0)}{4\varepsilon}\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \qquad (15)$$

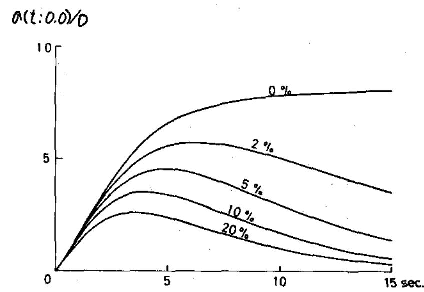


Fig.4a Standard deviation of displacement response pseudo-earthq. Type 2 natural freq. ω_0=4.0 rad/sec.

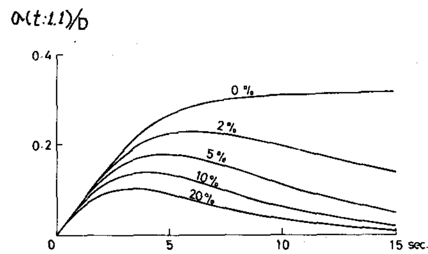


Fig.4-b Standard deviation of velocity response pseudo-earthq. Type 2 natural freq. ω_0=4.0 rad/sec.

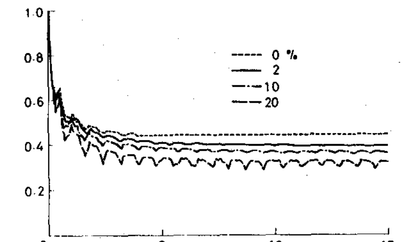


Fig.4c Correlation function ρ(t) of displacement and velocity pseudo-earthq. Type 2 natural freq. ω_0=4.0 rad/sec.

Fig.4はそれぞれの応答確率量を示したものである。

§4 構造物の耐震安全性評価

地震外力に対する構造物の破壊を first-excursion failure と定義し、規準 Barrier についての応答超過確率を算出し、first-occurrence time density から破壊の確率を求めた。

先ず、規準Barrierを(14)式(あるいは(15)式)のstationary asymptoteのγ倍に選び threshold crossingの理論から応答超過確率は

$$E[N_+(B,t)]=\frac{1}{2\pi}\frac{\alpha(t:1,1)}{\alpha(t:0,0)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{B}{\alpha(t:0,0)}\right)^2\right\}\left[\sqrt{1-\rho^2}\exp\left\{-\frac{\rho^2}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{B}{\alpha(t:0,0)}\right)^2\right\}+\frac{\pi}{2}\rho\left(\frac{B}{\alpha(t:0,0)}\right)\left\{1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho}{\sqrt{2(1-\rho^2)}}\frac{B}{\alpha(t:0,0)}\right)\right\}\right] \quad (16)$$

但し $\rho=\alpha^2(t:0,1)/\alpha(t:0,0)\alpha(t:1,1)$,

(16)式を導くに当っては、変位・速度応答の2次元ガウス分布を仮定している。もし、Barrierが大きく応答超過確率が非常に小さい場合は、first-occurrence time densityは次のようになる。

$$P_{FOT}(B,t)=E[N_+(B,t)]\exp\left\{-\int_0^t E[N_+(B,\tau)]d\tau\right\} \quad (17)$$

従って、one durationの地震動に対する構造物の破壊確率は

$$P_F(|B|,t_T)=2\left[1-\exp\left\{-\int_0^{t_T}E[N_+(B,t)]dt\right\}\right] \quad (18)$$

Fig.5は(18)式で算出された破壊確率を示す。

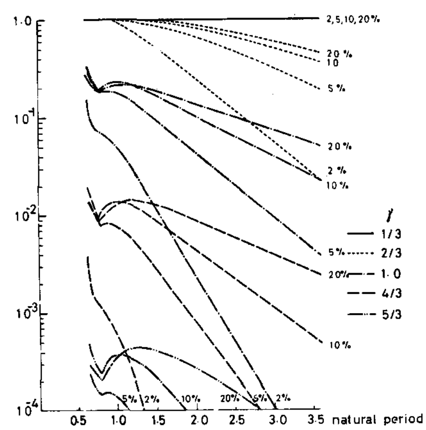


Fig. 5 Probability of failure during earthquake motion
Pseudo-earthq. Type 2

以上は、単一地震現象についての議論であって、更に、構造物使用期間中の、換言すれば、地震生起過程の時系列での破壊評価が重要である。従って、(18)式の結果を、地震生起過程に組み入れる問題となろう。いま、生起過程にポアソン分布を仮定すると

$$P_n(t)=\frac{(\lambda t)^n}{n!}e^{-\lambda t} \quad (19)$$

ここで、λは地震の再現期間の逆数として求められる。(18),(19)式より構造物の地震破壊に対する信頼性関数は[3]

$$L_T(t)=\sum_{k=0}^{\infty}(\lambda t)^k e^{-\lambda t}(1-P_F)^k/k! \fallingdotseq e^{-\lambda t P_F} \quad (20)$$

また、使用期間を通じての構造物の破壊確率は

$$F_T(t)=1-L_T(t) \quad (21)$$

Fig.6には上式の微分から求められた構造物の破壊率を、Fig.7には将来100年後の破壊確率をスペクトルの形で示した。データとした地震記録は、東京でのJ.M.A.5以上のものである。これらの図には、地盤特性と入力の非定常性が大きく現われている。また、構造物の周期が約0.8sec以上では、破壊確率が周期に逆比例で減少しているが、一般に、規準Barrierとしてγ=1.0~4/3倍のstationary asymptoteを採っておけば、耐震的には安全であろうと決論される。

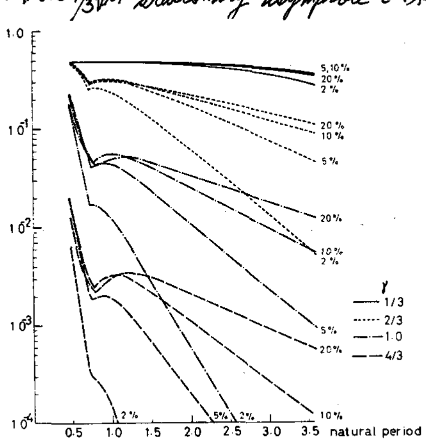


Fig. 6 Risk of failure
Pseudo-earthq. Type 2, 1/Tr=0.2419

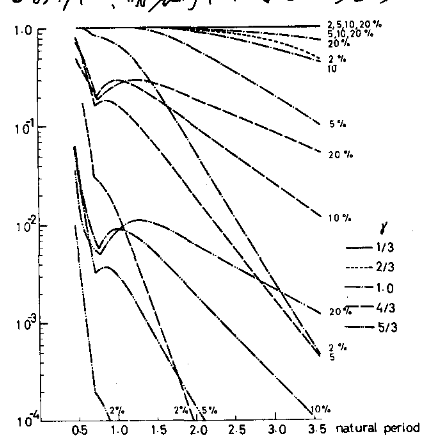


Fig. 7 Probability of failure after 100 years
pseudo-eartq. Type 1, 1/Tr=0.2419.

参考文献

1) Y.Yamada & H.Takemiya: Studies on the statistical safety evaluation of structures against earthquakes (土木学会論文報告集投稿中)

2) V.V.Bolotin: Statistical Methods in Structural Mechanics, STRDIIZDAT, Moscow, 1968 Chap.7

3) A.M.Freudenthal, J.M. Garrelts & M.Shinozuka: The Analysis of Structural Safety, ASCE, Vol.92, No.ST1, 1966 pp267-352