

地盤と構造物基礎の地震応答

京都大学 工学部 後藤尚男
 京都大学防災研究所 ○土岐憲三
 京都大学 大学院 高田至郎

1. まえがき

地震時における地盤や構造物の運動を考える際には、堅固な基礎の上に比較的軟らかな表層が拓がっているような系がしばしば解析の対象とされるが、この場合基礎を剛であるとの仮定のもとに解析されることが多い。このような仮定は基礎内への震動エネルギーの逸散現象を無視するとともに、基礎は場所に無関係に同一の運動をすることを前提としていることになる。しかし、地盤の震動に関しては表層の内部減衰に比較して波動の逸散による減衰作用は無視できない場合もあり、逸散減衰が顕著である場合もある。また、地盤中での構造物の震動を考える際には地盤の三次元的な振りを無視することはできず、この場合には場所によって地震波の到達時間が異なることから、表層内では水平方向への波動の伝播現象が生じることになる。このように、実体波も Love 波などの表面波と同様に、みかけ上は基礎内および表層内を伝播しうる性質を持つ以上、地震時における地盤とそれに取り巻かれた構造物の応答解析には、基礎の弾性下らびに入力地震波の伝播性が考慮されねばならない。

一方、地中にある構造物基礎の震動を論ずる場合、地表面と構造物基礎の上端とが一致している場合を対象とすることが多く、また構造物の弾性変形に関して構造物上端で特殊な境界条件が課せられることがある。しかしながら、地中から地上部へ連続する構造物に対してはこのような仮定は許されず、構造物の全区間を対象とした解析が行われねばならない。そこで、以下においては、基礎の弾性を考慮した場合の構造物基礎に作用する震動圧ならびに弾性変形に関する振動特性の解析を行ない、これらに基づいて、地中にある構造物基礎の振動に及ぼす周囲の表層地盤の影響の評価法を検討する。

2. 構造物基礎に作用する震動圧

図-1 に示すように、弾性を有する基礎上に厚さ H の表層地盤があり、構造物は表層地盤を経て基礎面に達している場合を考える。いま、基礎面に対して射出角 e' で入射する振幅 A_0 の SH 波を考えれば、基礎面で生じる屈折波および反射波もともに SH 波である。このような場合に対して、表層内での変位振幅 $v_1(x, z, t)$ を求めれば次式のようになる。

$$v_1 = \frac{2A_0 \cos\left\{\frac{\pi\omega}{2\omega_1} \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \cos^2 e} \left(1 - \frac{z}{H}\right)\right\} \exp\left[ik_1(x \cos e' - c_1 t) + \mu z\right]}{\sqrt{\cos^2\left\{\frac{\pi\omega}{2\omega_1} \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \cos^2 e}\right\} + \beta^2 \sin^2\left\{\frac{\pi\omega}{2\omega_1} \sqrt{1 - \left(\frac{c_1}{c_2}\right)^2 \cos^2 e}\right\}}}$$

----- (1)

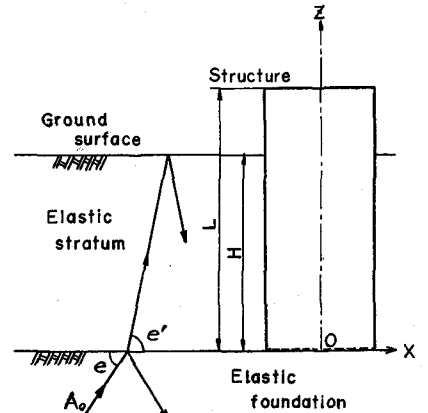


図-1

ここに、 ω_1 : 表層の固有円振動数、 c_1, c_2 : 表層と基礎での横波速度、 β_1, β_2 : 表層と基礎での容度、 e', e : 表層と基礎での射出角、 $\beta = \tan^{-1}\left\{\frac{\beta \sin(k_1 H \sin e')}{\cos(k_1 H \sin e')}\right\}$, $k_1 = \frac{c_1}{\omega}$ 。

上式に明らかのように、基盤面に対してある角度で入射する波動に対しては、表層内には重複反射の現象と同時に水平方向の見かけ上の波動伝播が生じる。この伝播速度 C_a は $C_a = c_1 / \cos e'$ であり、表層内下の横波速度より大きな値を持つ。 $e = \pi/2$ の場合には C_a は無限大となり、基盤面の全域が一律な運動をすることを表わしている。また、この表層地盤内を水平方向に伝播する波動はその伝播方向と運動方向に関しては Love 波と同様な関係にあることがわかる。

次に、構造物の運動は座標原点の運動と同じであると仮定すれば、この構造物は表層地盤内に運動を誘起するとともに、表層地盤内を水平方向に伝播してくる波動を散乱させることになり、この両者から表層地盤の運動が決定されることになる。このような条件のもとに、剛な円柱状の構造物基礎を対象として、表層地盤内下の運動を決定した後、構造物基礎の単位長さ当たり作用する震動圧 F_y を求めると次式のようになる。

$$F_y / \rho_1 \pi a^2 A_0 \omega^2 = \left[4 \frac{\omega_1}{\omega} \frac{H}{a} \frac{2}{\pi} \frac{C_1}{C_2} \frac{\cos e}{\lambda} \cos \left\{ \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \cos^2 e} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right\} J_1(ka) e^{i\omega t} \right. \\ \left. - 2 \sum_{l=1}^{\infty} (k^* a)^2 \frac{\omega_1}{\omega} \left\{ 2 I_l^* \Phi_l^* - I_l^J \Phi_l^J \right\} \sin \alpha_l z \right] \exp(-i\omega t + \pi) \quad \dots (2)$$

$$\text{ここに、 } k^* = \left(\frac{\pi}{2H} \right)^2 \left\{ \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 - (2l-1)^2 \left(1 + i 2 \eta_f \frac{\omega}{\omega_1} \right) \right\}, \quad k^* = k^* \left(\frac{2k}{2k} \right)^2, \quad \alpha_l = \frac{(2l-1)\pi}{2H}$$

$$I_l^* = \frac{1}{\lambda H} \int_0^H 2 \cos \left\{ \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \cos^2 e} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right\} \sin \alpha_l z dz, \quad I_l^J = \frac{1}{\lambda H} \int_0^H 2 \cos \left\{ \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \cos^2 e} \right\} \sin \alpha_l z dz$$

$$\lambda^2 = \cos^2 \left\{ \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \cos^2 e} \right\} + \beta^2 \sin^2 \left\{ \frac{\omega}{\omega_1} \frac{\pi}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^2 \cos^2 e} \right\}$$

$$\Phi_l^* = \left[\frac{\partial J_1(ka)}{\partial(ka)} \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} \left\{ \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)} - \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} \right\} + \frac{J_1(ka)}{ka} \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} \left\{ \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)} - \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} \right\} \right] / \Lambda(k^*, k^*)$$

$$\Phi_l^J = \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)} \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} + \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)} \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} - 2 \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} \frac{H_1^{(1)}(k^*a)}{k^*a} / \Lambda(k^*, k^*)$$

$$\Lambda(k^*, k^*) = \frac{H_1^{(1)}(ka) H_1^{(1)}(k^*a)}{ka k^*a} - \frac{\partial H_1^{(1)}(ka)}{\partial(ka)} \frac{\partial H_1^{(1)}(k^*a)}{\partial(k^*a)}$$

J_1 : Bessel 関数, $H_1^{(1)}$: 第 1 種 Hankel 関数である。

図-2 はいずれも震動圧 F_y の周波数応答曲線であり、横軸中の ω_1 は表層の第 1 次の固有円振動数である。a) は周波数応答に及ぼす入射波の射出角 e の影響を表わしており、射出角の減少とともに震動圧も減少していることがわかる。射出角が $\pi/4$ の場合には共振振動数は鉛直下から入射する場合の 0.6~0.7 倍程度になっている。また、 ω/ω_1 の値が 3, 5 の場合はそれぞれ第 2 次, 第 3 次の共振振動数に対応しているが、これらの共振振幅が第 1 次のそれらに比較して低いのは、構造物表面からの水平方向への放射減衰に起因するからである。図-2 a) b) は周波数応答に及ぼす基盤の弾性の影響を示しており、基盤内での

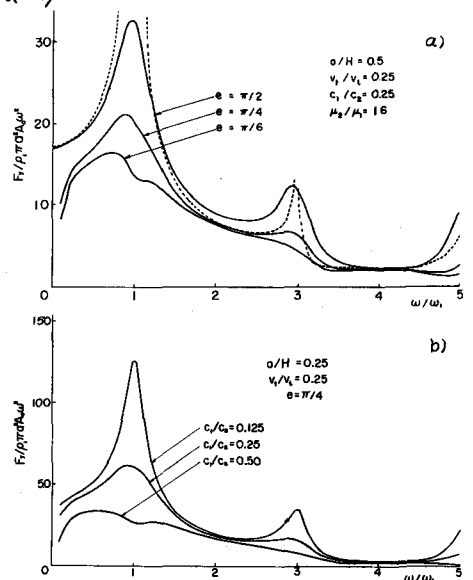


図-2 震動圧の周波数応答

横波速度が表層のそれに近いほど震動圧も減少することを示している。また、共振振幅も表層内の横波速度に対する基礎中でのその比にほぼ比例的であることがわかる。

3. 構造物基礎の振動特性

長さ \$L\$ の構造物基礎の厚さ \$H\$ の表層地盤を貫いて基礎面に達している場合を解析の対象とする。この場合、構造物基礎が表層地盤から受ける震動圧は構造物基礎の変形量によって影響されるから、作用外力が変形量の関数であるフィードバック系を構成することになる。このような系の振動解析を行うに当り、構造物基礎の運動は曲げ振動の卓越する場合を対象とし、基礎面からの距離からである位置に単位力が集中して周期的に作用している場合を考える。このときの構造物基礎の変形 \$G(z, \zeta; t)\$ は

$$\rho_0 A \frac{\partial^2 G(z, \zeta; t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 G(z, \zeta; t)}{\partial z^4} + \nu I \frac{\partial^5 G(z, \zeta; t)}{\partial z^4 \partial t} = \delta(z - \zeta) e^{i\omega t} \quad \text{--- (3)}$$

の解である。ここに、\$\rho_0, A, EI, \nu\$ はそれぞれ構造物基礎の密度、断面積、剛性、減衰係数である。構造物基礎の基礎面上での支持条件と上端での条件を満たすはりの固有値 \$k_\mu\$ に対応する正規関数 \$\psi(k_\mu z)\$ を用いれば、この場合の変位振幅 \$G^*(z, \zeta)\$ は次式で与えられる。

$$G^*(z, \zeta) = \frac{1}{L} \sum_{\mu=1}^{\infty} \frac{\psi(k_\mu z) \psi(k_\mu \zeta)}{(E + i\omega\nu) I k_\mu^4 - \rho_0 A \omega^2} \quad \text{--- (4)}$$

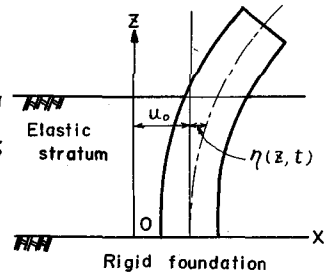


図-3

次に、地盤中にある構造物基礎の変位振幅を \$\eta^*(z)\$ とすれば、外力振幅 \$F^*(z, \zeta^*)\$ は一般には次式のように表わせる。

$$F^*(z, \zeta^*) = \varphi(z) + \sum_{\zeta=1}^{\infty} D_\zeta \int_0^H \eta^*(\zeta) \sin \alpha_\zeta \zeta d\zeta \sin \alpha_\zeta z \quad \text{--- (5)}$$

ここに、\$D_\zeta\$ は確定定数であり、\$\varphi(z)\$ は表層地盤の運動性状から決定される関数である。上の式(4)と(5)とから、変位振幅 \$\eta^*(z)\$ は次式で与えられる。

$$\eta^*(z) = \int_0^L \varphi(\zeta) G^*(z, \zeta) d\zeta + \int_0^H \left\{ \sum_{\zeta=1}^{\infty} D_\zeta \int_0^H G^*(z, \zeta) \sin \alpha_\zeta \zeta d\zeta \sin \alpha_\zeta \zeta \right\} \eta^*(\zeta) d\zeta \quad \text{--- (6)}$$

この式(6)の右辺第2項には未知関数 \$\eta^*(z)\$ が含まれており、明らかに Fredholm の第2種非斉次積分方程式である。いま、基礎が剛である場合について \$F^*(z, \zeta^*)\$ を具体的に表示した後、変位振幅 \$\eta^*(z)\$ を正規関数 \$\psi(k_\mu z)\$ を用いて級数展開すれば、このときの未定定数 \$B_m\$ は

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[\left\{ \left(\frac{\omega_s}{\omega} \right)^2 + 2i h_e \frac{\omega_s}{\omega} - 1 \right\} \delta_{m,s} - \Omega_{m,s} \right] = \Omega_s u_0 \quad (s=1, 2, 3, \dots) \quad \text{--- (7)}$$

により決定される。ここに、\$\delta_{m,s}\$ は Kronecker の delta 記号であり、\$\Omega_{m,s}, \Omega_s\$ はそれぞれ

$$\Omega_{m,s} = \frac{\rho_1}{\rho_0} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ 1 - \left(\frac{\alpha_l c_1}{\omega} \right)^2 \right\} \Phi_l^*(k^*, k^*) \frac{1}{H} \int_0^H \psi(k_m \zeta) \sin \alpha_\zeta \zeta d\zeta \frac{1}{L} \int_0^H \psi(k_s \zeta) \sin \alpha_\zeta \zeta d\zeta$$

$$\Omega_s = -\frac{2\rho_1}{\rho_0} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_l H} \Phi_l^*(k^*, k^*) \frac{1}{L} \int_0^H \psi(k_s \zeta) \sin \alpha_\zeta \zeta d\zeta + \frac{1}{L} \int_0^L \psi(k_s \zeta) d\zeta$$

$$\omega_s^2 = EI k_m^4 / \rho_0 A, \quad h_e = \nu I k_m^4 / 2\rho_0 A \omega_s$$

式(7)中の \$\Omega_{m,s}\$ に含まれる表層地盤の規準振動形を重々として構造物基礎の規準振動形の平均値は高次の振動形に対しては小さい値となるから、\$m, s\$ を \$s\$ とした場合についてこれを解き、構造物

基礎の頂部での変位振幅の周波数応答を示したのが図-4である。図中において、表層地盤の固有円振動数 ω_1 に対する構造物基礎の固有円振動数 ω_s の比が H/L に比例的であるのは、表層厚 H を一定にして構造物基礎の長さ L を変化させてあることによる。これらの計算結果からも明らかのように表層地盤の共振に対しては構造物基礎も共振状態を呈するが、構造物の地盤中にある部分が長い場合にはそれ自身の共振振動数に近い振動数の入力に対しては共振現象は顕著でなく、地盤中にある構造物の振動性状に及ぼす表層地盤の影響を明瞭に表わしている。

地盤中にある構造物の振動特性は式(7)中の $\Omega_{m,s}$ により支配されることが明らかであるが、これは一般には振動数の複素関数であり、構造物基礎の変形がはりの基本振動形で近似できる場合には次式のように書ける。

$$-\omega^2 \Omega_{1,1} = R^*(\omega) + iI^*(\omega)$$

上式中の R^* , I^* の周波数特性の一例を示したが、図-5であるが、 R^* は ω に対する変化は小さく、一方、 I^* は ω とほぼ比例的な関係にあることがわかる。このような傾向は他の条件に対する計算結果についても同様である。そこで、式(7)を $m=s=1$ について書き改めると次式のようになる。

$$\left[\omega_s^2 + R^* + 2i \left\{ h_e + \frac{I^*}{2\omega\omega_s} \right\} \omega\omega_s - \omega^2 \right] B_1 = u_0 \omega^2 \Omega_1$$

上式は構造物の剛性 EI が見かけ上 EIR^*/ω_s^2 だけ増大し、かつ減衰定数も $I^*/2\omega\omega_s$ だけ増えた α と同等であるとみなせる。したがって、地盤中にある構造物についてはその剛性が空気中にある場合の $(1 + R^*/\omega_s^2)$ 倍になったのと同じ効果を持つものと考えてもよい。そこで、地盤の減衰定数が 0.1、振動数が 0 と ω_1 の場合について、このような量を計算し、表層厚 H に対する円柱状構造物の半径 a の比との関係として示したのが図-6である。この図は $(1 + R^*/\omega_s^2)$ と a/H とがほぼ反

比例の関係にあることを示しており、 H/a が約 2 以上の場合にはこの値は H/a に正比例するものとみなしてよい。以上のことから、地盤中にある構造物の周囲を取り巻く表層地盤は構造物に対して震動圧を及ぼすと同時に、見かけ上はその剛性を高めるような働きをも持つものと考えてよい。

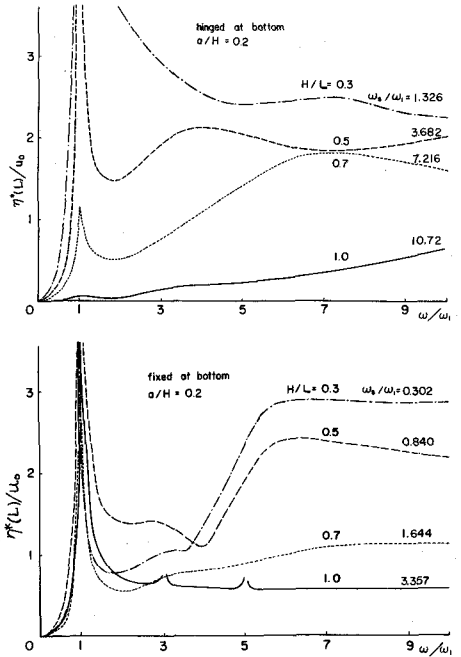


図-4 構造物基礎の周波数応答

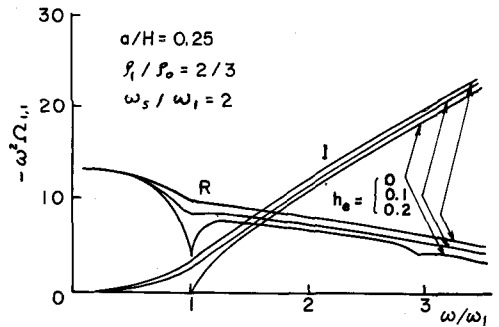


図-5 R^* と I^* の周波数特性

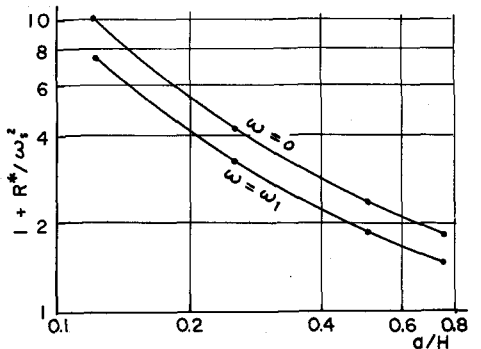


図-6 剛性倍率と α/H の関係