

地盤振動の非線型性を考慮した鋼管橋脚の地震応答解析

九州大学 工学部 正員 小坪 清 眞
九州工業大学 正員 高西 照 彦

1. まえがき

筆者等は前論⁰において、鋼管橋脚の地震応答に及ぼす地盤変形の影響について考察を行い、地震時における地盤変形が橋脚の地震応答に及ぼす影響の大きさを指摘した。その際、地盤及び鋼管橋脚をいずれも完全弾性体と仮定して地震応答計算を行った。地震時に地盤が実際にどのような動きをするかを解明することは非常に重要な課題であるが、これに関しては現在なお未解決な部分が多く残されている。大地震に際して地盤が単純な線型振動を行なっているとは考え難い。Seed等¹⁾の実験によれば土がくり返し荷重をうけると、そのせん断応力-歪曲線は *bilinear* で近似できるという。そこで本論では地盤を構成する土のせん断応力-歪曲線を *bilinear* であると仮定して地震時における地盤変形を求めた。つぎに、地中構造物の地震応答を計算するのに地盤と構造物との相対変位にもとづく力(動的地盤反力)を見積る必要がある。この相対変位と動的地盤反力との関係についても両者が単なる直線関係で結ばれているとは考えられないが、このことに関しては実測²⁾又は実験³⁾がほとんど行われていないようであるので本論では一応両者が *bilinear* な関係にあると仮定し、その弾性限界もせん断応力-歪関係のそれとほぼ同程度であるとみて論を進めた。最後に鋼管橋脚については、前論⁰の線型範囲での応答計算を参照すればその最大応力はせいぜい 30 kg/mm^2 位であるので簡単のため本論では橋脚の非線型性は考慮せずに解析を行った。

一般に非線型振動の解析は面倒であり、勢い電子計算機等による数値解析に頼らなければならないが、これとてもかなり面倒で計算時間も長くかかる。筆者等は次節に述べるような方法で計算すれば地盤振動の非線型性を考慮した地盤及び鋼管橋脚の地震応答を比較的容易に求め得るのではないかと考えた。本論はまずその方法の妥当性を検討し、更には地盤振動の非線型性が地盤及び橋脚の地震応答に及ぼす影響を及ぼすかについて考察することとその目的としたものである。

2. 解析の基本的考え方

地盤はその下層基盤から入射する地震波によって図-1に示すように *bilinear* なせん断応力-歪曲線に従うせん断振動を行うものとする。(ここで、地盤反力 (p) に対する地盤と橋脚の相対変位 $(u-y)$ との関係については図-1において歪 γ 、せん断応力 τ 、せん断弾性係数 G とそれぞれ $(u-y)$ 、 p 、地盤反力係数 k で置き換えれば $\tau-\gamma$ 関係の場合とほとんど同じ考え方でこれを処理できるので以下では主として $\tau-\gamma$ 関係について詳述する。) さて、地盤を多質点系に置換してその非線型振動を考

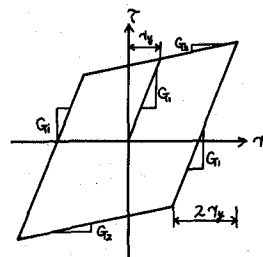


図-1

えるとき、その振動型及び固有振動数は振巾の函数となるが、振動型に関しては線型振動のそれと比較してその差はそれ程大きくはないものとするれば、今考えている非線型振動を線型振動の振動型の重ね合せによって近似することができる。その際固有振動数についてはそれを振巾の函数と考えること

は勿論である。ここで一質点の非線型系を、それに等価な線型系に置換する方法が種々提案されていることを考慮すれば、前述のように振動型が振中の大きさに関係しないということから等価線型系の概念をそのまま多質点系に拡張して適用することができる。したがって上述のような考え方をすれば面倒な多質点系の非線型振動をいわゆる modal analysis の概念を用いて処理することができて、比較的簡単に多質点系に置換した地盤及び地中構造物の非線型地震応答を計算することができる。

つぎに地盤が地震動を受けたときの減衰作用と永久変位が問題となる。地震応答の計算を等価線型系の概念を用いて行えば地盤の永久変位という現象は説明できない。耐震の見地から、地盤中に築造された構造物に対する地盤の永久変位の影響は重要な問題ではあるが、本論ではこれを取上げない。

減衰作用についてはつぎのように考える。すなわち、各振動型について、振動系が正弦波の強制振動を受けたときに生ずる hysteresis loop の面積が等価線型系において速度に比例する抵抗によって消費される energy に等しくなるように等価線型系の減衰常数を選ぶ。したがって、減衰常数も振動振中によってその値が変ることになる。

3. 鋼管橋脚の振動モデル

解析には前論と全く同一の鋼管橋脚を用いた。すなわち、図-1(a)に示すような鋼管橋脚を図-1(b)に示すような多質点系に置換して計算を行った。

4. 鋼管橋脚の変位応答理論(多質点系による厳密解)

(a) 地盤の変位応答 上層地盤を多質点系に置換し、即ち地盤を深さ方向に l_i に分割しその中質に質量が集中しているものとし、単位巾および単位奥行の土を

考えれば基盤の動き ϕ によって惹起される地盤のせん断振動の方程式は i 質に対して次のようになる。

$$\frac{w_i}{g} \ddot{u}_i = \tau_{i+1} - \tau_i + \mu_{i+1}^2 (u_{i+1} - u_i) - \mu_i^2 (u_i - u_{i-1}) - \frac{w_i}{g} \dot{\phi} \quad (1)$$

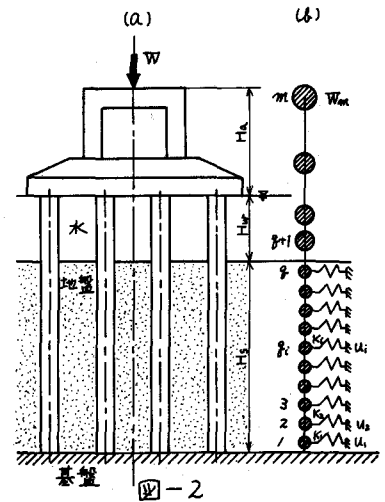
($i = 1, 2, \dots, 8, u_0 = 0, u_{g+1} = u_g, \tau_{g+1} = 0, \mu_{g+1}^2 = 0$)

ここに、 g は地盤中の質点の数、 u_i は地盤中 i 質の基盤に対する相対変位、 μ_i^2 は $(i-1)$ 質と i 質との間のせん断変形速度に比例する減衰係数、 w_i は i 質の集中質量で $w_i = \rho A l_i$ 。 ρ は土の単位体積重量である。また τ_i は i 質と $(i-1)$ 質との間に働くせん断力であって地盤の歪 γ_i の函数である。本論では前述のように τ_i と γ_i は bilinear な関係で結ばれていると仮定した。ここで τ_i については、地盤は各質点間では直線的に変位すると仮定し歪 γ_i を $\gamma_i = (u_i - u_{i-1})/l_i$ で求めた。 l_i は各質点間の距離を表わす。

τ_i と γ_i の関係が分れば $\dot{\phi}$ が与えられると(1)式から刻々における地盤変位 u_i を計算することができる。

(b) 橋脚の変位応答 基盤の地震加速度を $\ddot{\phi}$ 、重力加速度を g 、質点の数を m 、 i 質が水平方向に単位長さだけ変位したとき i 質に働く力を $\beta_{ij} y_j$ とすれば橋脚の振動方程式は次式で表わせる。

$$\begin{cases} Z < H_s \text{ では } \frac{W_i}{g} \ddot{y}_i = -\sum_{j=1}^g \beta_{ij} y_j + K_i (u_i - y_i) - \mu_i^2 \dot{y}_i - \frac{W_i}{g} \dot{\phi} & (i = 1, 2, \dots, g) \\ Z > H_s \text{ では } \frac{W_i}{g} \ddot{y}_i = -\sum_{j=1}^g \beta_{ij} y_j - \mu_i^2 \dot{y}_i - \frac{W_i}{g} \dot{\phi} & (i = g+1, g+2, \dots, m) \end{cases} \quad (2)$$



ここで、 W_i は質点 i の重量、 μ_i^2 は減衰係数、 H_s は地盤の深さ、 Z は基盤からの距離、 K_i は i 質にお

ける地盤のバネ定数で $K_i = k_{DNC} a l_i$ 。 k は土の動的な地盤反力係数、 D は鋼管の外径、 N は鋼管数、 C は群杭効果を示す係数である。

$\dot{\phi}$ が与えられれば、 k は前述のように $(u_i - y_i)$ の函数として表わされており、 u_i は(1)式から計算されるので、 刻々における橋脚の変位 y_i の値は(2)式から求めることができる。

5. 鋼管橋脚の変位応答理論 (modal analysis による近似解法)

(a) 地盤の変位応答 地盤の α 次振動型を $U_{\alpha i}$ とすれば地盤の i 点の変位は次式で表わせる。

$$u_i = \sum_{\alpha=1}^p b_{\alpha} U_{\alpha i} \quad \text{----- (3)}$$

$$b_{\alpha} + 2h_{\alpha p} n_{\alpha p} b_{\alpha} + m_{\alpha}^2 b_{\alpha} = -\delta_{\alpha} \dot{\phi}, \quad \delta_{\alpha} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} U_{\alpha i} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} U_{\alpha i}^2 \right) \quad \text{----- (4)}$$

ここに、 $n_{\alpha p}$, $h_{\alpha p}$ はそれぞれ地盤の α 次振動の固有円振動数、 減衰常数、 p は採用する振動型の最高次数を示す。

オス節で述べたように、 $n_{\alpha p}$, $h_{\alpha p}$ をそれぞれ振動振巾の函数と考え、 更にその函数型が与えられれば地盤が地震加速度 $\dot{\phi}$ を受けて非線型振動を行う場合に、 (3), (4) の両式から地盤の刻々の変位 u_i を求めることができる。 $n_{\alpha p}$, $h_{\alpha p}$ の計算式については後述する。

(b) 橋脚の変位応答 橋脚の i 点の変位は次のように書き表わせる。 $y_i = \sum_{r=1}^m a_r \bar{v}_{ri} + \sum_{\alpha=1}^p b_{\alpha} v_{\alpha i}$ ----- (5)

ここに、 \bar{v}_{ri} は橋脚が上層地盤中で自由振動を行うときの α 次振動型、 $v_{\alpha i}$ は上層地盤がその α 次振動の規準振動に相似な静変位をなすとき、 それによって生ずる橋脚の変位であつて次式によって求められる。 $v_{\alpha i} = \sum_{j=1}^m K_{ij} \delta_{ij} (U_{\alpha j} - \bar{v}_{rj}) \quad (i=1, 2, \dots, m)$ ----- (6)

ここに、 δ_{ij} は橋脚の j 点に作用する水平方向単位荷重による i 点の水平変位である。

また、 a_r は次の微分方程式から求められる。 $\ddot{a}_r + 2h_{sr} n_{sr} \dot{a}_r + m_{sr}^2 a_r = -\xi_r \dot{\phi} - \eta_r$ ----- (7)

ここに、 n_{sr} , h_{sr} はそれぞれ橋脚の α 次振動の固有円振動数、 減衰常数である。 ξ_r は α 次振動の制振係数で $\xi_r = \left(\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} \bar{v}_{ri} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} \bar{v}_{ri}^2 \right)$ 。 η_r は地盤変形によつて強制される橋脚の変形の加速度にもとずく一般力から導かれる項であつて次式のように表わせる。 $\eta_r = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=1}^p \frac{W_i}{g} \bar{v}_{ri} v_{\alpha i} b_{\alpha} \right) / \left(\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} \bar{v}_{ri}^2 \right)$ 。

前項(a)と同様に n_{sr} , h_{sr} をそれぞれ振動振巾の函数と考え、 その函数型が与えられれば、 橋脚が地震加速度 $\dot{\phi}$ を受けた場合、 橋脚の非線型地震応答は(4), (5), (7) の各式から刻々の変位 y_i を求めることができる。 n_{sr} , h_{sr} の計算式については後述する。

(c) $n_{\alpha p}$, $h_{\alpha p}$ について $n_{\alpha p}$, $h_{\alpha p}$ の計算式については、 既に他に詳論してあるのでここでは結果だけを示す。 $n_{\alpha p}^2 = \left[\sum_{i=1}^n G_{ii} l_i \gamma_{pi} \{ \gamma_{pi} - (1 - \beta_i) (\gamma_{pi} - \gamma_{piq}) S(\gamma_{pi} - \gamma_{piq}) \} \right] / \left[(\alpha_p H_s)^2 \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} U_{\alpha i}^2 \right]$ ----- (8)

$$h_{\alpha p} = h_{\alpha p}^{*} + h_{\alpha p}^{**} \quad h_{\alpha p}^{*} = \left[\sum_{i=1}^n G_{ii} l_i \gamma_{pi} (1 - \beta_i) (\gamma_{pi} - \gamma_{piq}) S(\gamma_{pi} - \gamma_{piq}) \right] / \left[2\pi (\alpha_p H_s n_{\alpha p})^2 \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} U_{\alpha i}^2 \right] \quad \text{----- (9)}$$

ここに、 $\gamma_{pi} = \alpha_p H_s (U_{\alpha i} - U_{\alpha i}) / l_i$ 、 $(\alpha_p H_s U_{\alpha i})$ は地盤の α 次振動型の i 点の変位を表わす。 γ_{piq} は地盤の限界歪、 $S(\cdot)$ は階段函数を表わす。 また、 $\beta_i = G_{ii} / G_i$ である。 $h_{\alpha p}^{**}$ は地盤の弾性変形に対する粘性抵抗にもとずく減衰常数で、 振動数には無関係な一定値を有する。 $h_{\alpha p}^{*}$ は非線型振動にもとずく等価減衰常数である。

(d) n_{sr} , h_{sr} について n_{sr} , h_{sr} については前項と全く同じように考えれば容易にその計算式を導くことができ、 つぎのように表わせる。

$$n_{sr}^2 = \left[\text{DNC} \sum_{i=1}^n k_{ci} a l_i X_{ri} \{ X_{ri} - (1 - \eta_i) (X_{ri} - X_{riq}) S(X_{ri} - X_{riq}) \} \right] / \left[\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} X_{ri}^2 \right] \quad \text{----- (10)}$$

$$h_{sr} = h_{sr}^{*} + h_{sr}^{**} \quad h_{sr}^{*} = \left[\sum_{i=1}^n k_{ci} a l_i X_{ri} (1 - \eta_i) (X_{ri} - X_{riq}) S(X_{ri} - X_{riq}) \right] / \left[2\pi (\alpha_r H_r n_{sr})^2 \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} \bar{v}_{ri}^2 \right] \quad \text{----- (11)}$$

ここに、 $X_{ri} = \alpha_r H_r h_{ri}$ で橋脚の α_r 次振動型の i 点の変位を表わす。 H_r は基盤から m 点までの高さである。 α_{r1} は地盤反力が正に塑性域には入ろうとする時の地盤と橋脚の間の距離、また β_i は弾性域と塑性域の地盤反力係数の比で $\beta_i = k_{ei}/k_{li}$ である。 つぎに k_{sr}^{vis} は橋脚の弾性変形に対する粘性抵抗にもとづく減衰定数で振動数には無関係に一定値を有する。 k_{sr}^{nl} は地盤反力の非線型性にもとづく橋脚の弾性変形に対する等価減衰定数である。

(e) 減衰係数 M_i^s, M_i^v について M_i^s についても既に他で述べたので、ここでは結果のみを記す。

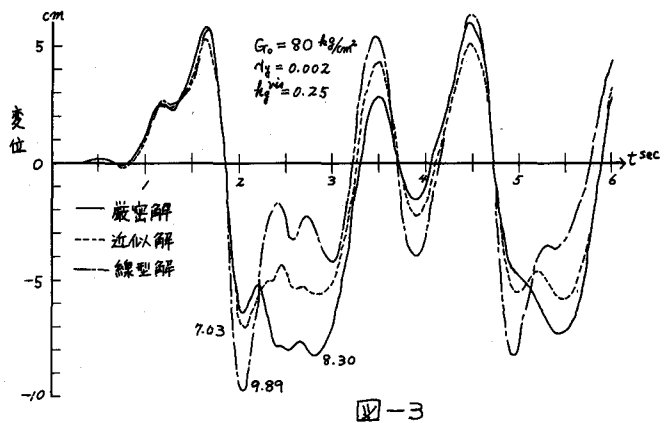
$$M_i^s = (2h_{sp}^{vis} \eta_{sp} \sum_{i=1}^m U_i^2) / \{ \sum_{i=1}^m (U_i - U_{i-1})^2 \} \quad \text{----- (12)}$$

$$M_i^v \text{ についても } M_i^s \text{ と全く同様に考えて } M_i^v = (2h_{sr}^{nl} \eta_{sr} \sum_{i=1}^m \omega_i^2) / (\sum_{i=1}^m \omega_i^2) \quad \text{----- (13)}$$

(f) 数値積分について 橋脚の地震応答を求めるには(4),(7)両式を Δt 時間毎に与えられた地震加速度 \ddot{y} に対して刻々数値積分をしてそれぞれ b_p, a_r を算出しなければならぬが、 η_{sp}, η_{sr} 等が振巾の函数であることを考えれば、現在計算中の cycle の振巾の最大値が既知でなければならぬ。したがって厳密には試行錯誤的によります。最大振巾を仮定して計算を進めてその結果得られた最大振巾が最初に仮定した最大振巾に一致するように何度も計算をくり返して行うことが必要である。しかしこれは大変面倒で、これではせつかくの近似計算の価値が半減する。そこで本論では現在計算中の半 cycle の最大振巾値としてその直前の半 cycle の最大振巾値の絶対値を採用して計算を行った。このように考えてよければ(4),(7)両式の数値積分の計算は線型の微分方程式を解く場合とさして変わらず、したがって多質点系の非線型振動の応答を比較的簡単な計算で求めることができる。

6. 数値計算例及び考察

本論で述べた非線型振動の近似計算理論の妥当性を検討するため、つぎに述べるような条件の場合について数値計算を行って、それぞれ厳密解と近似解による応答曲線を求めた。ただし本論では、まず地盤の非線型振動応答のみを取扱った。図-3に地表面の変位応答曲線を示した。実線と点線はそれぞれ厳密解と近似解による応答曲線を表わしている。また参考のため線型振動の応答曲線をも同図中に鎖線で示してある。図-3より modal analysis による非線型振動の近似解法は十分実用性があるといえよう。なおこの計算例の諸条件は次の通りである。地盤の深さは $H_s = 15$ m とし、それを10等分した。土の単位体積重量 $\rho = 1.8 \text{ t/m}^3$ 、地盤のせん断弾性定数 $G_0 = 80 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\beta = 0.4$ 、 $\eta_{sp} = 0.002$ 、 $k_{sp}^{vis} = 0.25$ 、 G の分布は地表面で0の三角形分布とした。地震波 \ddot{y} としては ElCentro 地震波(1940.5.18. N-S 成分)を用いた。さらに地盤条件をいろいろ変えた場合については現在計算中である。



(1): 小坪・高西「鋼管橋脚の地震応答計算法」土木学会オ23回年次学術講演会 昭和43年10月

(2): B. Seed 他「Cyclic stress-strain characteristics of clay」Proc. A.S.C.E., vol. 94 No. SM2 1968-3

(3): 小坪・高西「橋脚基礎地盤の地震時挙動の解析」土木学会西部支部講演会 昭和44年2月