

非定常スペクトル理論に基づく地震波のシミュレーション

広島工業大学 正員 ○中山隆弘
藤原建築設計事務所 正員 藤原豪紀

1. まえがき これまで数多くの非定常スペクトル理論が地震動問題に適用されてきた。そして、一般にそれらの理論は、地震動の非定常性を把握するのに有効であると認識されている。また、非定常スペクトルを用いた地震波のシミュレーション法も種々提案されている。しかし、筆者らの知る限り、定常シミュレーション理論を準用して、非定常スペクトルを反映させた振幅成分と同様乱数による位相を用いる方法が多いようである。

ここでは、PriestleyのEvolutionary Spectrum理論¹⁾に基づいて、非定常スペクトルと、時間と共に変化する位相（以下時間位相という）を用いた非定常波のシミュレーション法を提案する。さらにEl Centro NS(1940)の地震動記録を用いたシミュレーションの結果を示す。

2. シミュレーション式の誘導 非定常確率過程は、次式で表されるとする。

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, \omega) e^{i\omega t} dZ(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dF(t, \omega) \quad (1)$$

ここで、確定関数である変調関数 $A(t, \omega)$ を

$$A(t, \omega) = A_R + iA_I = |A(t, \omega)|(\cos \beta(t, \omega) + i \sin \beta(t, \omega)), \quad \tan \beta(t, \omega) = A_I / A_R \quad (2)$$

と表し、さらに直交過程 $dZ(\omega)$ を

$$dZ(\omega) = dZ_R + idZ_I = |dZ(\omega)|(\cos \theta(\omega) + i \sin \theta(\omega)), \quad \tan \theta(\omega) = dZ_I / dZ_R \quad (3)$$

と表し、 $[0, \infty]$ で次式が成り立つとする。

$$2E[dZ(\omega)]^2 = f(\omega) d\omega \quad (4)$$

このとき次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} dF(t, \omega) &= |dF(t, \omega)|(\cos \varphi(t, \omega) + i \sin \varphi(t, \omega)) \\ &= (A_R dZ_R - A_I dZ_I) + i(A_R dZ_I + A_I dZ_R) \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 $dF(t, \omega) = dF_R + idF_I$, $\tan \varphi(t, \omega) = dF_I / dF_R$ とする。

(5)式を用い、 $X(t)$ が実関数であるとすると(1)式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} X(t) &= 2 \int_0^{\infty} |dF(t, \omega)| \cos(\omega t + \varphi(t, \omega)) \\ &\cong 2 \sum_I |dF(t, \omega_I)| \cos(\omega_I t + \varphi(t, \omega_I)) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、非定常スペクトルは次のように定義される。

$$2E[|dF(t, \omega)|^2] = f(t, \omega) d\omega$$

したがって、(4)式と(5)式から次の関係式が得られる。

$$f(t, \omega) = |A(t, \omega)|^2 f(\omega) \quad (7)$$

また、(6)式における時間位相 $\varphi(t, \omega)$ は、(2), (3)および(5)式を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \tan \varphi(t, \omega) &= \frac{(A_R dZ_I + A_I dZ_R)}{(A_R dZ_R - A_I dZ_I)} \\ &= \frac{(\tan \beta(t, \omega) + \tan \theta(\omega))}{(1 - \tan \beta(t, \omega) \tan \theta(\omega))} \\ &= \tan(\beta(t, \omega) + \theta(\omega)) \end{aligned}$$

よって次の関係式が成立する。

$$\varphi(t, \omega) = \beta(t, \omega) + \alpha(\omega) + 2n\pi, \quad n \text{は整数} \tag{8}$$

すなわち、式(6)で与えられる非定常確率過程の標本関数は、非定常スペクトルを表す(7)式と時間位相を表す(8)式を用いて近似的に次式で表すことができる。

$$x(t) \cong \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i) \Delta\omega_i} \cos(\omega_i t + \beta(t, \omega_i) + \alpha(\omega_i)) \tag{9}$$

式中、 $\alpha(\omega)$ が確率変数となる。なお、従来の一様乱数を用いる方法では次式が用いられる。

$$x(t) \cong \sum_{i=1}^n \sqrt{2f(t, \omega_i) \Delta\omega_i} \cos(\omega_i t + \alpha(\omega_i)) \tag{10}$$

3. 数値計算 解析データとして、El Centro NS(1940)の地震動記録(時間間隔0.02秒, 記録時間22秒)を用いた。図1に地震動波形を示す。

非定常スペクトルの解析は、文献2)に示すcomplex demodulation法による方法を用いた。解析に用いたバンドパス、ローパスフィルターのパラメーターは、(9)式によるシミュレーションでは同文献に示すものを用い、(10)式ではバンドパスフィルターの幅を同文献に示すフィルターの幅に合うよう調整したものを用いた。比較のため(9)式と(10)式を用いてシミュレーションした20波の波形から得られた結果を表1に示す。最大加速度の値およびその発生時刻については、(9)式による結果のばらつきが(10)式のそれに比較して小さいことがわかる。なお、それぞれの方法によるシミュレーション波形の一部を図2に示す。

5. まとめ Priestlyのevolutionary spectrum理論に基づいて、非定常スペクトルと時間位相を用いた地震動のシミュレーション式を示した。さらにEl Centro NS記録を用いたシミュレーション結果を示し、従来の方法との簡単な比較を行った。今後は、シミュレーション波形の特性をさらに詳細に検討する予定である。

参考文献 1) Priestley, M. B. : Evolutionary Spectra and Nonstationary Processes, Jour. R. Statist., Soc., Ser. B, Vol. 27, pp. 204~237, 1965.

2) 小松定夫・藤原豪紀・中山隆弘 : コМПЛЕКС・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析, 土木学会論文報告集, 第368号, 1986年4月。

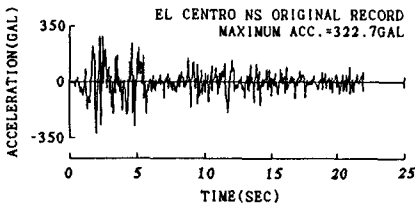


図1 El Centro NS 原波形

表1 シミュレーション結果

項目	式(9)	式(10)	備考
周波数幅(Δf (Hz))	文献2)	0.06 等幅型	
$\theta(\omega)$ の分布	一様乱数	一様乱数	$[-\pi, \pi]$
$\theta(\omega)$ の位数	1.4	1.89	
最大加速度の範囲	250.7~404.9	210.2~515.4	単位 gal
同平均値	342.9	351.7	原波形 322.7
同標準偏差	37.7	85.0	
最大加速度の発生時刻範囲	1.84~2.78	1.60~5.58	単位 sec
同平均値	2.26	2.85	原波形 2.02
同標準偏差	0.28	1.21	

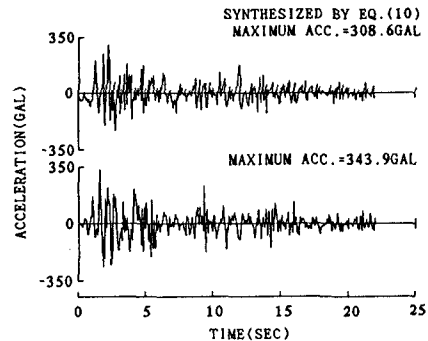
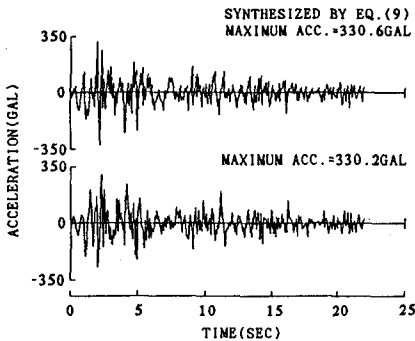


図2 シミュレーション波形