

強震下における多自由度系のエネルギー分布に及ぼす各種パラメーターの影響

徳島大学工学部 正員 平尾 潔  
 徳島大学工学部 正員 児嶋 弘行  
 徳島大学工学部 正員 成行 義文

1. まえがき

近年、強震下における構造物の損傷を総合的に評価する手法として、履歴吸収エネルギー量あるいは入力エネルギー量に着目した研究が1自由度系を中心として盛んに行なわれている。構造物の許容吸収エネルギー量とこの履歴吸収エネルギー量との対比により、より合理的な構造物の耐震設計が可能となるものと思われる。一方、強震下における多自由度系に関するこの種の研究は、その複雑な構造特性のため一般的に論ずることが難しく十分には成されていない。本研究はこのような多自由度履歴構造物のエネルギー応答等をより一般的に把握するための基礎的な研究として、まず運動方程式を正規化して系の応答を支配するパラメーターを明らかにし、それらが各エネルギー応答等に及ぼす影響について若干の比較を行なったものである。

2. 多自由度系の運動方程式ならびにその正規化

Fig.1 のようなせん断型多自由度履歴構造物の運動方程式は周知のように次式で表わされる。

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} + \{u\} = -[m]\{1\}\ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここで、 $[m]$ 、 $[c]$ 、 $[k]$ はそれぞれ質量、減衰、および剛性マトリクスを表わし、 $\{\ddot{x}\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ 、 $\{x\}$ 、 $\{u\}$ はそれぞれ相対加速度、相対速度、相対変位および荷重項ベクトルを表わしている。また、各層の復元力特性はFig.2 に示すようなbilinear型とし、図中 $Q_i$ 、 $\bar{x}_i$ 、 $k_{0i}$ 、 $\gamma_i$ 、 $Q_{yi}$ 、 $x_{yi}$ はそれぞれ*i*層のせん断力、層間変位、初期剛性、弾塑性剛性比、降伏せん断力および降伏層間変位を表わしている。

ここで、対角要素を含む右上三角形領域の要素がすべて1、その他の要素がすべて0の $n \times n$ の変換マトリクス $[D]$ を導入し、次のような変換を考える。

$$\{x\} = [D]^T \{\bar{x}\}, \quad [K] = [D][k][D]^T \quad (2)$$

式(2)を考慮すると式(1)は次のようになる。

$$[M]\{D\}^T \{\ddot{\bar{x}}\} + [D]^{-1}[C]\{\dot{\bar{x}}\} + [D]^{-1}[K]\{\bar{x}\} + \{U\} = -[M]\{1\}\ddot{x}_0 \quad (3)$$

上式中、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、各々 $m_i$ 、 $c_i$ 、 $k_i$  ( $i = 1 \sim n$ )を対角要素とする対角マトリクスであり、 $\{U\} = \{u_1, u_2, \dots, u_1, \dots, u_n\}$ である。さらに、 $[C] = 2h/\omega_0 [K_0]$ として、式(3)を $m_i(\omega_{0i}/\omega_0)^2 x_{yi} (= k_{0i} x_{yi} / \omega_0^2 = Q_{yi} / \omega_0^2)$ で除し、若干の整理を行なうと式(4)のようになる。

$$[M_i]\{\ddot{y}\} + [C_i]\{\dot{y}\} + [K_i]\{y\} + \{U_i\} = -[M_i]\{1\}\ddot{z} \quad (4)$$

ただし  $[M_i] = \rho^2 [\alpha]^{-1} [D][\alpha][D]^T [\xi]$  ,  $y_i = x_i / x_{yi}$   
 $[C_i] = 2 h \omega_0 [\xi][\nu][\xi]$  ,  $v_i = u_i / Q_{yi}$   
 $[K_i] = \omega_0^2 [\xi][\nu][\xi]$  ,  $\ddot{z}_0 = \ddot{x}_0 / x_{yi}$   
 $\{U_i\} = \omega_0^2 [\xi][\xi]\{v\}$  ,  $p = \omega_0 / \omega_{0i}$  ,  $\tau = t / p$  ,  $\dot{y} = \dot{y} / p$   
 $[M_i] = a \omega_0^2 [\alpha]^{-1} [D][\alpha]$  ,  $\rho = \omega_0 / \omega_{0i}$  ,  $\ddot{y} = \ddot{y} / p^2$  ,  $\ddot{z}_0 = \ddot{z}_0 / p^2$   
 $a = m_i \ddot{x}_{0max} / Q_{yi}$  ,  $\ddot{z} = \ddot{x}_0 / \ddot{x}_{0max}$  ,  $\omega_0$ : 外力の卓越振動数,  $\omega_{0i}$ : 系の1次固有円振動数  
 $\omega_{0i}$ : *i*層の重剛比の平方根(振動数比)( $= \sqrt{k_{0i}/m_i}$ )

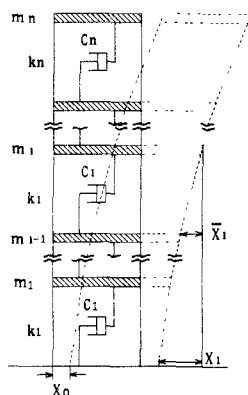


Fig. 1

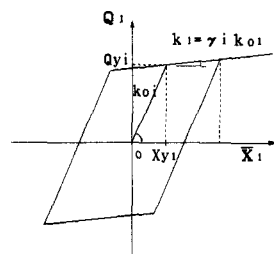


Fig. 2

$\alpha_i = m_i/m_1$  (質量比),  $\beta_i = k_{0i}/k_{01}$  (初期剛性比),  $\xi_i = x_{r,i}/x_{r,1}$  (降伏変位比),

$\zeta_i = (\omega_{0i}/\omega_{01})^2$  (振動数比の2乗),  $\nu_i = k_i/k_{0i}$  (剛性比) :  $i = 1 \sim n$

ここで,  $[\alpha], [\beta], [\xi], [\zeta], [\nu]$  はすべて対角マトリクスである。また  $\rho$  は  $\zeta_i$  が与えられれば求まる。

### 3. エネルギー釣合式

ここで,  $s_i = x_i/x_{r,i}$ ,  $\bar{s}_i = \bar{x}_i/x_{r,i}$  という量を新たに定義し,  $\{s\} = [D]^T [\xi] \{y\}$ ,  $\{\bar{s}\} = [\xi] \{y\}$  なる変換を行なった式(4)の両辺に左から  $\{\dot{s}\}^T$  を乗じ地動継続時間(0~ $\tau$ )で積分するとつぎのような正規化されたエネルギー釣合式が得られる。

$$\sum_{i=1}^n (\rho^2 \alpha_i \int_0^{\tau} \dot{s}_i \ddot{s}_i d\tau + 2h\omega_i \beta_i \int_0^{\tau} \dot{s}_i^2 d\tau + \omega_i^2 \beta_i \nu_i \int_0^{\tau} \dot{s}_i \bar{s}_i d\tau + \omega_i^2 \beta_i \xi_i \nu_i \int_0^{\tau} \dot{s}_i^2 d\tau) = - \sum_{i=1}^n \rho^2 \alpha_i \int_0^{\tau} \dot{s}_i \ddot{z}_i d\tau \quad (5)$$

ここで, 質点  $i$  の運動エネルギーを  $\bar{W}_{K_i}$ , 質点  $i$  を介して入力される入力エネルギーを  $\bar{E}_i$ , また  $i$  層における減衰, 弾性ひずみおよび履歴吸収エネルギーをそれぞれ  $\bar{W}_{D_i}$ ,  $\bar{W}_{E_i}$ ,  $\bar{W}_{H_i}$  とすると上式は次式のように表わされる。

$$\sum_{i=1}^n \bar{W}_{K_i} + \sum_{i=1}^n \bar{W}_{D_i} + \sum_{i=1}^n \bar{W}_{E_i} + \sum_{i=1}^n \bar{W}_{H_i} = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i \quad (6)$$

地震応答終了時には運動エネルギーおよび弾性ひずみエネルギーは 0 になるため式(6)は次式のようになる。

$$\sum_{i=1}^n \bar{W}_{D_i} + \sum_{i=1}^n \bar{W}_{H_i} = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i \quad (7)$$

また,  $i$  層に分配される入力エネルギーを  $\bar{W}_{I_i}$  とし,  $\bar{E}_i$  と区別する ( $\sum_{i=1}^n \bar{W}_{I_i} = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i$ )。なお, 正規化されていない実際の各エネルギーは前出の各エネルギーに  $m_1 x_{r,1}^2 / (\rho^2 \rho^2)$  を乗ずれば得られる。

### 4. 各層のエネルギー分布

Fig. 3 は, せん断5自由度系に周期  $T_1 = 1.0 \text{sec}$  ( $\omega_1 = 2\pi$ ), 継続時間  $T_d = 20 \text{sec}$  の  $\sin$  波地動を作用させた場合の各層の種々のエネルギー比分布ならびに系全体の入力エネルギーに対する履歴吸収エネルギーの比等が降伏強度比  $a$  および減衰定数  $h$  によってどのような影響を受けるかを示している。他の構造特性パラメータは全層同一とし,  $\alpha_i = \zeta_i = \xi_i = 1.0$ ,  $\nu_i = 0.1$  ( $i=1 \sim 5$ ) とした。また, 系の弾性時1次固有周期  $T_1$  と入力波の周期  $T_d$  との比  $p$  は 1.0 とした。図中に示したように  $a$  は 0.5, 1.0, 2.0 と 3通り, また  $h$  は 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4 と 5通り変化させている。図より, 全入力エネルギー  $E$  に対する各質点からの入力エネルギー  $E_i$  の比  $E_i/E$  は  $a$  が小さい場合は  $h$  にあまり影響されず上層ほどおおきくなっているが,  $a=2.0$  の場合には  $h$  が小さいとそれが逆転していること, また  $W_{I_i}/E$  は  $a, h$  にあまり左右されず下層ほど大きくなっており,  $W_{H_i}/W_{I_i}$  は比較的  $W_{H_i}$  の大きな層では各層とも同一の  $h$  に対しては同程度の値となっていること等, がわかる。

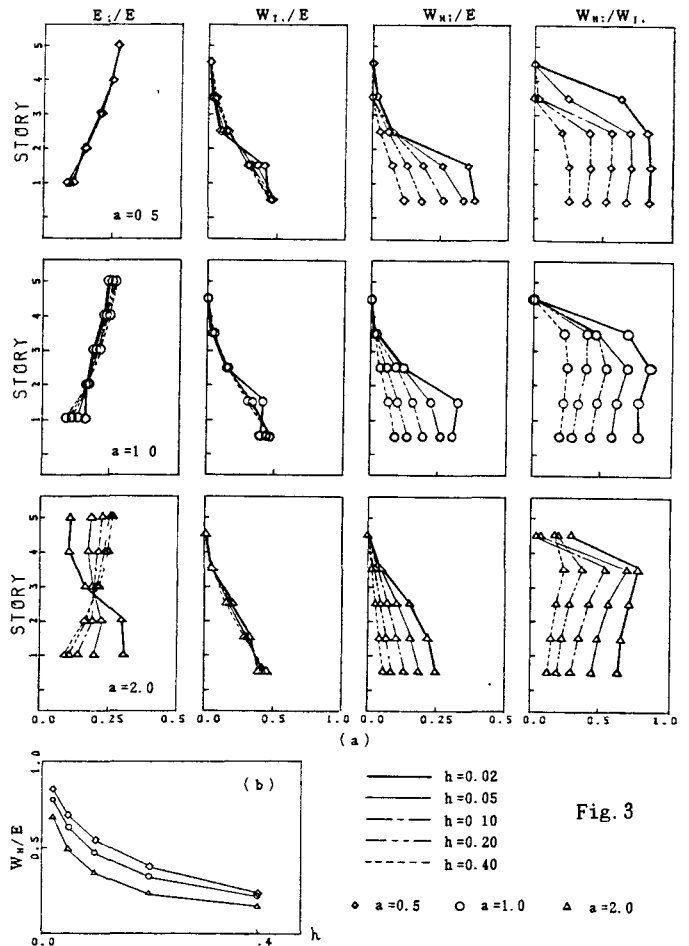


Fig. 3