非弾性地震応答スペクトルの確率論的評価に関する研究

鳥取大学工学部　正会員　高岡宣善　　荒谷建設C.　正会員　○今田賢三
鳥取大学工学部　正会員　白木　渡　　吉本組　正会員　鎌田真治
鳥取大学工学部　正会員　松保重之

1．まえがき　構造物の耐震設計荷重を決定する際には、建設地点においてその構造物が耐用期間中に受けるであろう全ての地震動を考慮しなければならないが、比較的頻繁に起こるごく小規模な地震に対しても、まれにしか起こらない大規模な地震に対しても同じように弾性設計をすると、部材断面が大きくなり不経済となるため、構造物にある程度の塑性変形を許した非弾性設計を行なう必要がある。本研究では、このような構造物の塑性変形を考慮した場合の非線形応答の確率論的評価の方法について考えることにする。

2．等価線形化法による有効パラメータの決定　構造物が完全弾性体ならば、その応答は比較的簡単に評価することができる[1]。しかし、構造物が弾塑性体ならば、その応答の評価は非常に難しく、厳密な解は得られていないため何らかの仮定を設けて近似的に評価しなければならない。ここでは、一つの近似的方法について述べる。まず、構造物のモデルは完全弾塑性復元力特性を持つ1自由度構造モデルを用いる(Fig. 1参照)。そして、地震動は正規定常過程でモデル化する。この構造系に不規則な外乱A(t)が作用した場合の応答は線形系とは異なり、微分方程式は式(1)で与えられる[2]。ここに、ω_0，γ_0は構造物の非減衰の固有円振動数、弾性範囲内の減衰定数、q(Y(t))は復元力特性である。

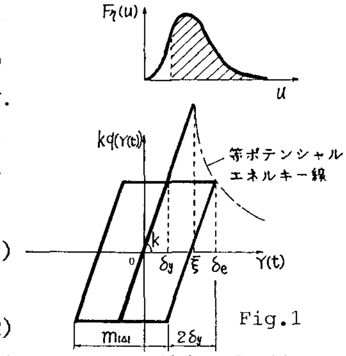

Fig.1

$$\ddot{Y}(t)+2\gamma_0\omega_0\dot{Y}(t)+\omega_0^2 q(Y(t))=-A(t) \tag{1}$$

$$\ddot{Y}_e(t)+2\gamma_e\omega_e\dot{Y}_e(t)+\omega_e^2 Y_e(t)=-A(t) \tag{2}$$

式(2)は式(1)の解を確率論的に評価するために、最小二乗近似による等価線形化法および確率論を導入し等価線形化した微分方程式である。ここに、γ_eは有効減衰定数、ω_eは有効円振動数であり、これから定めようとするパラメータである（以後有効パラメータと呼ぶ）。一度地震動を受けた構造物が応答継続時間区間(T_1, T_2)においてN回の履歴ループを描くとすれば、系が降伏した場合のみの平均等価減衰定数$\bar{\gamma}$および平均等価円振動数$\bar{\omega}$は絶対平均降伏増分$m_{|\Delta|}=(1/N)\sum_{i=1}^{N}\Delta_i$を用いることによって近似的に式(3)で与えられる[1,2,3]。有効パラメータγ_eおよびω_eは、応答が単位時間あたりに降伏変位δ_yを超過する平均個数n_yを用いることによって近似的に式(4)で与えられる[3]。ここに、σ_y^2は固有円振動数ω_0、減衰定数γ_0を有する1自由度弾性構造物の応答の分散である。次に、絶対平均降伏増分$m_{|\Delta|}$を評価するために、固有円振動数ω_0、減衰定数γ_0を有する1自由度弾性構造物の応答を考える。構造系が線形応答を示す場合、応答の極値ηの分布はRayleigh分布に従っており、線形応答の極値ηのうちレベルδ_yを超えるものの平均値を$\bar{\xi}$とすると、$\bar{\xi}$は平均値の定義を適用することによって式(5)で与えられる。ここに、ϵは積分変数である。次に、弾塑性系の降伏変位δ_yと有効変位δ_eおよび絶対平均降伏増分$m_{|\Delta|}$の間に式(6)の関係を仮定する(Fig. 1参照)。ここに、μ_eを有効塑性率とよぶことにする。式(6)および

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\gamma}&=\frac{4\delta_y m_{|\Delta|}\omega_0}{\pi(m_{|\Delta|}+2\delta_y)^2\bar{\omega}}+\frac{\gamma_0\omega_0}{\bar{\omega}}\\
\bar{\omega}^2&=\omega_0^2(\theta^*-\sin\theta^*\cos\theta^*)/\pi\\
\theta^*&=\cos^{-1}\left(\frac{m_{|\Delta|}-2\delta_y}{m_{|\Delta|}+2\delta_y}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned}
\gamma_e&=(\bar{\gamma}\bar{\omega}/\omega_e)n_y+(\gamma_0\omega_0/\omega_e)\cdot(1-n_y)\\
\omega_e^2&=\bar{\omega}^2 n_y+\omega_0^2(1-n_y)\\
n_y&=\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_y}{\sigma_y}\right)^2\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\xi}&=\frac{1}{1-F_\eta(\delta_y)}\int_{\delta_y}^{\infty}\epsilon f_\eta(\epsilon)d\epsilon\\
F_\eta(u)&=P[\eta\le u]=1-\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma_y}\right)^2\right\}\\
f_\eta(u)&=\frac{u}{\sigma_y^2}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma_y}\right)^2\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned}
m_{|\Delta|}&=2(\delta_e-\delta_y)=2\delta_e\left(\frac{\mu_e-1}{\mu_e}\right)\\
\mu_e&=\delta_e/\delta_y
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

エネルギー一定則の導入により、有効変位 δ_e と $\bar{\xi}$ の間に式(7) の関係が成立する。式(5),(6),(7) を整理すると $m_{|x|}$ は式(8) で与えられる。式(7),(8) を用いて繰り返し計算を行なうことにより、$m_{|x|}$ および δ_y を決定できる。

$$\delta_e=\frac{\mu_e}{\sqrt{2\mu_e-1}}\bar{\xi}\quad,\quad \delta_y=\frac{1}{\sqrt{2\mu_e-1}}\bar{\xi} \tag{7}$$

$$m_{|x|}=\frac{2(\mu_e-1)}{\sqrt{2\mu_e-1}}\bar{\xi}=\frac{2(\mu_e-1)}{\sqrt{2\mu_e-1}}\cdot\frac{1}{1-F_\eta\left(\frac{\bar{\xi}}{\sqrt{2\mu_e-1}}\right)}\int_{\frac{\bar{\xi}}{\sqrt{2\mu_e-1}}}^{\infty}\varepsilon f_\eta(\varepsilon)d\varepsilon \tag{8}$$

3．有効パラメータによる非線形応答の確率論的評価

いま、構造系は近似的に線形系に置き換えられており、外乱は正規定常不規則過程であるので、時間が十分に経過したのちの応答は近似的に正規定常不規則過程となり、応答の極値 η_e が、与えられたレベル u を超過しない確率として与えられる η_e の分布関数 $F_{\eta e}(u)$ は式(9) で与えられる。

$$F_{\eta e}(u)=\mathbb{P}[\eta_e\le u]=1-\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\sigma_{ye}}\right)^2\right\} \tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned}F_{Ym}(u)&=\mathbb{P}[Y_{em}\le u]=\exp\left\{-\exp\left[-K\left(\frac{u}{\sigma_{ye}}-K\right)\right]\right\}\\ K&=\sqrt{2\ln n}\fallingdotseq\sqrt{2\ln\left\{\frac{2(T_2-T_1)}{T_d}\right\}}\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Y_{em} を応答の継続時間区間(T_1,T_2) における絶対最大値とすると、Y_{em} がレベル u を超過しない確率として与えられる Y_{em} の分布関数 $F_{Ym}(u)$ は、式(10)で与えられる。ここに、T_d は応答過程 Y_e (t)の卓越周期である。

4．計算例

まず、マグニチュードM＝7.65、震央距離Δ＝11.7kmの１種地盤上の地震動を対象として、構造物の各固有円振動数 ω_o に対して有効パラメータ γ_e , ω_e を計算した結果、γ_e は ω_o には関係無く一定値となり、塑性率のみに影響され、ω_e と ω_o との間には比例関係が成り立ち、グラフの傾き ω_e/ω_o もまた塑性率のみの関数となることがわかった。各有効塑性率 μ_e に対して計算した γ_e および ω_e/ω_o の値をそれぞれFigs.2および３に示す。また、初期減衰定数 γ_o の変化による有効パラメータへの影響を調べるために、γ_o を0.02および0.10として計算を行なったが、その結果、γ_e は初期減衰 γ_o によって変化したが ω_e は全く変わらなかった。次に、系に入力する地震動が変わると有効パラメータにどのような影響があるかを調べた結果、有効パラメータは地震動が正規定常不規則過程である場合には、地震動の振動特性に全く影響されないことがわかった。以上のような準備のもとに、式(10)によって非線形応答加速度スペクトルを求めた。ここで、マグニチュードM＝7.65、震央距離Δ＝11.7kmの１種地盤上の地震動を対象として、有効塑性率を μ_e＝1.5 および3.0 と定めて、各超過確率 p＝0.5 および 0.05 に対して計算を行なった結果をFigs.4および５に示す。図中の実線が有効パラメータを用いて計算した非線形応答スペクトルであり、一点鎖線は線形擬加速度スペクトルである。そして、破線は線形応答スペクトルをエネルギー一定則および変位一定則によって修正した非線形応答スペクトルである。ここで、構造物の固有周期 T_o が0.2 秒以下の場合はエネルギー一定則を、T_o が0.4 秒以上の場合には変位一定則を用い、遷移領域はなめらかな曲線で結んだ。Figs.4,5から、μ_e が小さい場合、実線と破線は比較的よく一致しているが、μ_e が大きくなると差が生じ、特に T_o=0.1秒付近での差が大きくなることがわかる。

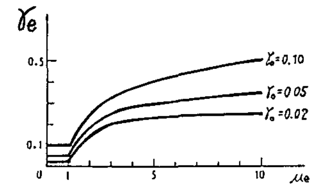

Fig.2

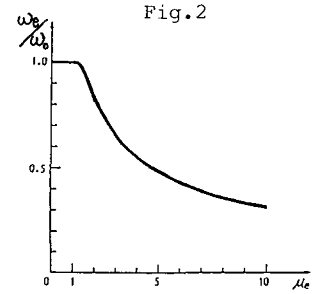

Fig.3

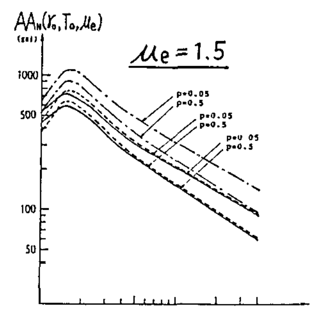

Fig.4

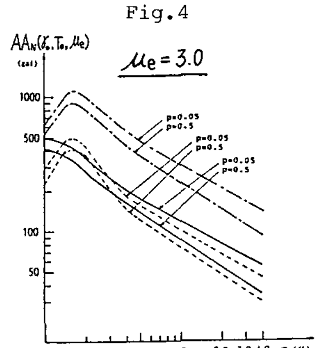

Fig.5

[1] 今田賢三：信頼性理論に基づく耐震設計荷重の決定法に関する研究，昭和60年度鳥取大学大学院工学研究科修士論文，1986。
[2] 柴田明徳：最新建築学シリーズ９、最新耐震構造解析，森北出版，1981。
[3] Rudolf L. Grossmayer : Stochastic Analysis of Elasto-Plastic Systems, JOURNAL OF THE ENGINEERING MECHANICS DIVISION, ASCE, VOL.10, NO.EM1, PP.97-116 , FEB.1981.