

1. まえがき

地中タンクの耐震解析法として、地盤変位による強制変位法がよく採られるが、これはタンクの慣性力が無視できるとした場合は妥当な動的解析である。しかしタンクの慣性力が大きくなると地盤との連成を考慮しなければならぬ場合もある。本研究では、この点について周辺地盤との動的相互作用を線形波動理論より考慮した。解析モデルとしては、図-1に示すようにタンクを剛体と仮定し、並進及び回転の2自由度系としている。

2. 定式化

図-1においてタンク底面での水平変位を $U_g(t)$ とするとこれをフーリエ分解して $U_g(t) = \int U_g(\omega) e^{i\omega t} d\omega$ の形で表わす。ここに $U_g(\omega) e^{i\omega t}$ は一つの定常状態を表わし、定常状態に対してタンク重心での水平変位を $U_q(\omega) e^{i\omega t}$ 、回転角を $\alpha(\omega) e^{i\omega t}$ とすると次の運動方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} m_s \frac{\partial^2}{\partial t^2} U_q(\omega) e^{i\omega t} + P_1(\omega) + P_2(\omega) &= 0 \quad \dots\dots (1) \\ J_q \frac{\partial^2}{\partial t^2} \alpha(\omega) e^{i\omega t} + M_1(\omega) + M_2(\omega) &= 0 \end{aligned}$$

ただし m_s : タンクの質量 J_q : タンク重心回りの質量慣性回転モー

図-1

メント $P_1(\omega)$: タンク側面に作用する水平反力 $P_2(\omega)$: タンク底面に作用する水平反力 $M_1(\omega)$: タンク重心に関する側面の反力モーメント $M_2(\omega)$: タンク重心に関する底面の反力モーメント

Q. タンク側面に作用する地盤反力 タンクが位置する表層地盤を円筒座標 (r, θ, z) で表わし、田治見の解¹⁾を適用するとr方向応力 σ_r 、水平面内せん断力 $\tau_{r\theta}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{n=1,3}^{\infty} \left\{ A_n \rho_1 \xi_n^2 \omega_0^2 K_1(\eta_{Ln}) + 2G_1 A_n \left[\frac{2}{\rho_2} K_1(\eta_{Ln}) + \frac{\eta_{Ln}}{\rho_2} K_0(\eta_{Ln}) \right] - 2G_1 B_n \left[\frac{2}{\rho_2} K_1(\eta_{rn}) + \frac{\eta_{rn}}{\rho_2} K_0(\eta_{rn}) \right] \cos\theta \cdot \sin \frac{\eta_{rn} z}{2h_1} \right\} e^{i\omega t} \quad \dots\dots (2) \\ \tau_{r\theta} &= \sum_{n=1,3}^{\infty} \left\{ -B_n \rho_1 \xi_n^2 \omega_0^2 K_1(\eta_{Ln}) + 2G_1 A_n \left[\frac{2}{\rho_2} K_1(\eta_{Ln}) + \frac{\eta_{Ln}}{\rho_2} K_0(\eta_{Ln}) \right] - 2G_1 B_n \left[\frac{2}{\rho_2} K_1(\eta_{rn}) + \frac{\eta_{rn}}{\rho_2} K_0(\eta_{rn}) \right] \sin\theta \cdot \sin \frac{\eta_{rn} z}{2h_1} \right\} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

ただし G_1 : 表層のせん断弾性係数 ρ_1 : 表層地盤の密度 $\eta_{Ln} = \xi_n \pi r_0 v_s / 2h_1 v_p$ $\eta_{rn} = \xi_n \pi r_0 / 2h_1$
 $v_p = ((\lambda + 2G_1)/\rho_1)^{1/2}$ $v_s = (G_1/\rho_1)^{1/2}$ $\omega_0 = v_s \pi / 2h_1$ $\xi_n = \left\{ n^2 (1 + i 2h_0 \omega / \omega_0) - (\omega / \omega_0)^2 \right\}^{1/2}$ λ : ラメ定数
 h_0 : 減衰定数 $K_n(x)$: n 次の第2種変形ベッセル関数 A_n, B_n : 未定定数

これよりタンク側面の水平反力 P_1 及び反力モーメント M_1 は式(2)を θ 方向及び z 方向に積分して得られる。

$$\begin{aligned} P_1(\omega) &= -2\rho_1 h_1 r \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\xi_n^2 \omega_0^2}{n} \left\{ A_n K_1(\eta_{Ln}) + B_n K_1(\eta_{rn}) \right\} e^{i\omega t} \\ M_1(\omega) &= -2\rho_1 h_1 r \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\xi_n^2 \omega_0^2}{n} \left\{ A_n K_1(\eta_{Ln}) + B_n K_1(\eta_{rn}) \right\} \left[\frac{2h_1}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} - z_c \right] e^{i\omega t} \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

次に未定定数 A_n, B_n を地盤の変位とタンクの変位との境界面における連続条件より求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} A_n &= -\frac{4r_0}{\pi \pi \chi_n} \left\{ 2K_1(\eta_{rn}) + \eta_{rn} K_0(\eta_{rn}) \right\} \left\{ U_q(\omega) + \left[\frac{2h_1}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} - z_c \right] \alpha(\omega) - \left[\frac{\omega^2}{\xi_n^2 \omega_0^2} + 1 \right] U_g(\omega) \right\} e^{i\omega t} \quad \dots\dots (4) \\ B_n &= -\frac{4r_0}{\pi \pi \chi_n} \left\{ 2K_1(\eta_{Ln}) + \eta_{Ln} K_0(\eta_{Ln}) \right\} \left\{ U_q(\omega) + \left[\frac{2h_1}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} - z_c \right] \alpha(\omega) - \left[\frac{\omega^2}{\xi_n^2 \omega_0^2} + 1 \right] U_g(\omega) \right\} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

ここに $\chi_n = \left\{ K_1(\eta_{Ln}) + \eta_{Ln} K_0(\eta_{Ln}) \right\} \left\{ K_1(\eta_{rn}) + \eta_{rn} K_0(\eta_{rn}) \right\} - K_1(\eta_{Ln}) K_1(\eta_{rn})$ z_c : 重心の高さ

b. タンク底面に作用する地盤反力 タンク底面の地盤反力は、反力係数を与えることによって表わされる。

反力係数は Veletsos & Verbic の式を近似的に採用する。

並進に対して $K_{VV} = K_x (R_x + i\alpha_0 C_x)$ $K_x = 8G_2 r_0 / (2-\nu)$ $R_x = 1$ $C_x = \alpha_1 = 0.60$

回転に対して $K_{MM} = K_\theta (R_\theta + i\alpha_0 C_\theta)$ $K_\theta = 8G_2 r_0^3 / 3(1-\nu)$ $R_\theta = 1 - \beta_1 (\beta_2 \alpha_0)^2 / \{1 + (\beta_2 \alpha_0)^2\} - \beta_3 \alpha_0^2$ $C_\theta = \beta_1 \beta_2 (\beta_2 \alpha_0)^2 / \{1 + (\beta_2 \alpha_0)^2\}$ ただし K_x, K_θ : 静的地盤剛性 $R_x, C_x, R_\theta, C_\theta$: ポアソン比 ν による無次元関数 G_2 : 第2層のせん断弾性係数 α_0 : 無次元振動数 $\alpha_0 = \omega r / V_s$ ω : 振動数 V_s : 第2層のせん断波速度 $\beta_1 = 0.45$ $\beta_2 = 0.80$ $\beta_3 = 0.023$

これよりタンク底面の水平反力 P_2 及び反力モーメント M_2 は、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} P_2(\omega) &= K_{VV} \{U_g(\omega) - Z_0 \Xi(\omega) - U_g(\omega)\} e^{i\omega t} \\ M_2(\omega) &= K_{MM} \Xi(\omega) e^{i\omega t} - Z_0 C_{VV} \{U_g(\omega) - Z_0 \Xi(\omega) - U_g(\omega)\} e^{i\omega t} \quad \dots (5) \end{aligned}$$

従って、式(3)(4)(5)を用いると式(1)の運動方程式は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} + i\omega C_{11} - \omega^2 m_s & K_{12} + i\omega C_{12} \\ K_{12} + i\omega C_{12} & K_{22} + i\omega C_{22} - \omega^2 J_G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_g(\omega) \\ \Xi(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} U_g(\omega)$$

$$\begin{aligned} K_{11} + i\omega C_{11} &= \frac{8\rho_1 h_1 r_0^2 \omega_0^2}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\xi_n^2}{n^2} \Omega_n + K_{VV} & K_{12} + i\omega C_{12} &= \frac{8\rho_1 h_1 r_0^2 \omega_0^2}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\xi_n^2}{n^2} \left\{ \frac{2h_1}{nL} (-1)^{\frac{n-1}{2}} - Z_0 \right\} \Omega_n - Z_0 C_{VV} \\ K_{22} + i\omega C_{22} &= \frac{8\rho_1 h_1 r_0^2 \omega_0^2}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\xi_n^2}{n^2} \left\{ \frac{2h_1}{nL} (-1)^{\frac{n-1}{2}} - Z_0 \right\}^2 \Omega_n + Z_0^2 C_{VV} + K_{MM} & F_1 &= \frac{8\rho_1 h_1 r_0^2 \omega_0^2}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\xi_n^2}{n^2} \left\{ \frac{\omega^2}{\xi_n^2 \omega_0^2} + 1 \right\} \Omega_n + K_{VV} \\ F_2 &= \frac{8\rho_1 h_1 r_0^2 \omega_0^2}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\xi_n^2}{n^2} \left\{ \frac{2h_1}{nL} (-1)^{\frac{n-1}{2}} - Z_0 \right\} \left\{ \frac{\omega^2}{\xi_n^2 \omega_0^2} + 1 \right\} \Omega_n - Z_0 C_{VV} & \Omega_n &= \frac{1}{X_n} \{ 4K(\eta_{1n})K_i(\eta_m) + \eta_m K_i(\eta_{1n})K_0(\eta_m) + \eta_{1n} K_i(\eta_m)K_0(\eta_{1n}) \} \end{aligned}$$

3. 解析結果

本研究では、地盤とタンク構造物の連成系としての解析を行なった。解析結果として図-2には側壁の地盤バネ効果を示した。バネ定数及び減衰定数は図-3の振動数応答関数と参照して地盤の基本固有振動数より高い振動数領域では、ほぼ一定値となっている。振動数応答関数からは、タンク構造物の動特性はそれが設置されている地盤の振動に支配されることか判かる。ただし、側壁地盤の減衰効果のため応答倍率は自由表面地盤よりかなり小さくなっている。そしてタンク自体の固有振動は現われにくいことが判かる。図-4は入力に EL CENTRO 記録 NS 成分に対する時刻歴応答(変位)を示したものである。図-5は応答加速度の深さ方向についての変化を示した。

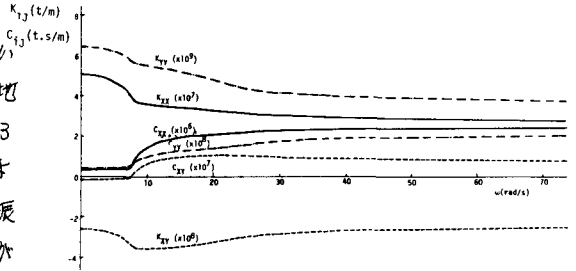


図2 側壁地盤のバネ及び減衰係数

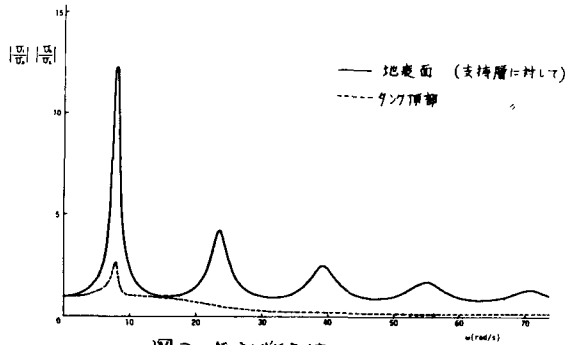


図3 振動数応答

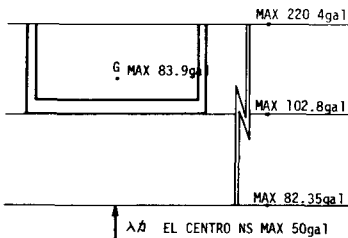


図5 最大加速度応答

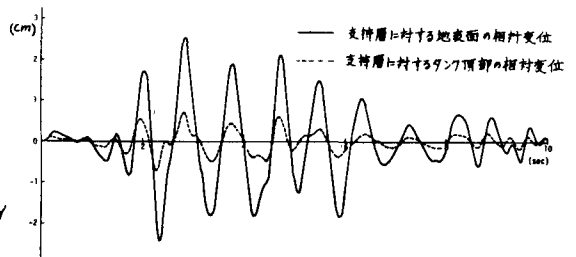


図4 時刻歴変位応答

参考文献: 1) 田治見, 'Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum', Proc 47th NCEE, 1969, pp 53-69

2) Veletsos, A S & Verbic, B, 'Basic Response Functions for Elastic Foundations', J Eng Mech Div. ASCE, Vol. 100, 1974, pp 189-201