高橋脚橋の地震応答性状　―動的剛性マトリックス法の適用―

岡山大学　正員　竹宮宏和

○佐伯建設　正員　牛島一哉

1．まえがき　　本研究は、図1に示すような高橋脚橋の地震に対する橋軸直角水平方向の振動解析を取り扱ったものである。この目的のためには、通常のマトリックス解析法が適用できるが、ここでは、梁を基本単位と考えた動的剛性マトリックスを用いて、全体系のつりあい方程式を導いている。応答解析は橋脚下端での入力を対象に、構造物の周波数応答関数を計算し、高速フーリエ変換を使用する。

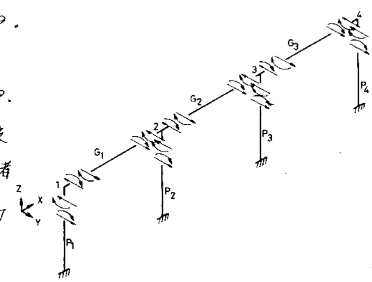


図1 解析対象モデル

2．解析手法　　地盤が充分に剛であると仮定し、橋脚下端を固定とする。橋桁と橋脚は橋軸直角方向の挙動に対して剛結状態とし、それぞれの曲げ変形を対象とする。また橋桁は各径間において、橋脚もそれぞれ一様な断面諸元を有する場合を考える。図1に、各部分の材端モーメントおよびせん断力を示す。　まず要素としての梁の曲げ振動は

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \mu\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \qquad (1)$$

で与えられるから、調和振動時の解は

$$v(x) = A\cos\left(\frac{\lambda x}{\ell}\right) + B\sin\left(\frac{\lambda x}{\ell}\right) + C\cosh\left(\frac{\lambda x}{\ell}\right) + D\sinh\left(\frac{\lambda x}{\ell}\right) \qquad (2)$$

ここに、μ：単位長さ当り質量，EI：曲げ剛性，ℓ：部材長，ω：円振動数，$\lambda=\ell(\mu\omega^2/EI)^{1/4}$，そして係数 A～D は境界条件より決定される。式(2)を基に、断面力～変形の関係が動的剛性マトリックスを通して次式のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} Q_A \\ M_A \\ Q_B \\ M_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda) & & & \\ -\frac{EI}{\ell^2}F_4(\lambda) & \frac{EI}{\ell}F_2(\lambda) & & Sym. \\ \frac{EI}{\ell^3}F_5(\lambda) & -\frac{EI}{\ell^2}F_3(\lambda) & \frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda) & \\ \frac{EI}{\ell^2}F_3(\lambda) & \frac{EI}{\ell}F_1(\lambda) & \frac{EI}{\ell^2}F_4(\lambda) & \frac{EI}{\ell}F_2(\lambda) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_A \\ \theta_A \\ v_B \\ \theta_B \end{Bmatrix} \qquad (3)$$

$$F_1(\lambda) = -\lambda\frac{\sinh\lambda-\sin\lambda}{\cosh\lambda\cdot\cos\lambda-1}$$

$$F_2(\lambda) = -\lambda\frac{\cosh\lambda\cdot\sin\lambda-\sinh\lambda\cdot\cos\lambda}{\cosh\lambda\cdot\cos\lambda-1}$$

$$F_3(\lambda) = -\lambda^2\frac{\cosh\lambda-\cos\lambda}{\cosh\lambda\cdot\cos\lambda-1}, \quad F_5(\lambda) = \lambda^3\frac{\sinh\lambda+\sin\lambda}{\cosh\lambda\cdot\cos\lambda-1}$$

$$F_4(\lambda) = \lambda^2\frac{\sinh\lambda\cdot\sin\lambda}{\cosh\lambda\cdot\cos\lambda-1}, \quad F_6(\lambda) = -\lambda^3\frac{\cosh\lambda\cdot\sin\lambda+\sinh\lambda\cos\lambda}{\cosh\lambda\cdot\cos\lambda-1}$$

上式で $\lambda=0$ とすれば、通常の静定なマトリックス解析における剛性マトリックスが得られる。　図1の解析対象モデルに対して、各橋桁径間、各橋脚に式(3)を立てることができるが、橋桁は水平並進のみの慣性力を有すると仮定して、独立変数を橋桁と橋脚の接合点の水平並進量のみを採る。まず橋桁系を考える。式(3)の剛性マトリックスを、接合点2，3における連続条件より重ね合わせる。さらに、橋脚のねじれを無視するので、橋脚に影響する力はせん断力のみとなる。これを式で表わすと

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda)\right]_{G1} & & & \\ \left[\frac{EI}{\ell^3}F_5(\lambda)\right]_{G1} & \left[\frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda)\right]_{G1}+\left[\frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda)\right]_{G2} & & Sym. \\ 0 & \left[\frac{EI}{\ell^3}F_5(\lambda)\right]_{G2} & \left[\frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda)\right]_{G2}+\left[\frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda)\right]_{G3} & \\ 0 & 0 & \left[\frac{EI}{\ell^3}F_5(\lambda)\right]_{G3} & \left[\frac{EI}{\ell^3}F_6(\lambda)\right]_{G3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} \qquad (4)$$

ここに R_i：橋脚 P_i の上端にかかるせん断力，v_i：接合点 i における絶対変位，添字 G_i は橋桁 G_i における値を示している。

つぎに、各橋脚について考える。境界条件は、下端において $\{v_A\}_{P_i}=\{v_{gi}\}$，$\{\theta_A\}_{P_i}=\{0\}$ および上端において $\{v_B\}_{P_i}=\{v_i\}$，$\{M_B\}_{P_i}=\{0\}$ である。v_{gi} は橋脚 P_i の下端における入力変位，添字 P_i は橋脚 P_i についての値である。また橋脚上端のたわみ角は、このとき v_{gi} と v_i によって表わすことができる。従って

$$\{R\}_P = \lceil K_{ii} \rfloor_P \{v\} + \lceil P_{ii} \rfloor_P \{v_g\} \qquad (5)$$

ここに　$K_{ii}=\left[\frac{EI}{l^3}F_6(\lambda)-\frac{EI}{l^3}\frac{\{F_4(\lambda)\}^2}{F_2(\lambda)}\right]_{Pi}$，　$P_{ii}=\frac{EI}{l^3}F_5(\lambda)-\frac{EI}{l^3}\frac{F_4(\lambda)\cdot F_3(\lambda)}{F_2(\lambda)}{}_{pi}$　である。以上より，全体系のつりあい式は，橋桁と橋脚上端のせん断力のつりあい条件　$\{R\}_G+\{R\}_P=0$ から，一般に

$$[K]\{v\}=-[P]\{v_g\} \qquad (6) \qquad \text{あるいは} \qquad \{v\}=[K]^{-1}[P]\{v_g\} \qquad (6)'$$

と求められる。ただし　$[K]=[K]_G+[K_{ii}]_P$，$[P]=[P_{ii}]$，そして $[K]_G$ は式(4)の係数マトリックスである。式(6)′より　$[K]^{-1}[P]$ は応答倍率となっているので、右辺の入力が加速度であれば、左辺の応答も絶対加速度を与えることになる。実際の地震入力に対する応答解析では，加速度あるいは変位入力のフーリエ変換をまず計算し，それに上記の応答倍率を乗じ，その後逆フーリエ変換を取る手法が適用される。この目的のためには，高速フーリエ変換（FFT）を使用する。ところで，構造物の耐震解析のためには，構造物自体の振動特性をも把握しておく必要がある。そこで解析対象モデルの固有振動モードを，式(6)から $\{v_g\}=0$ として調べる。

3. 解析例

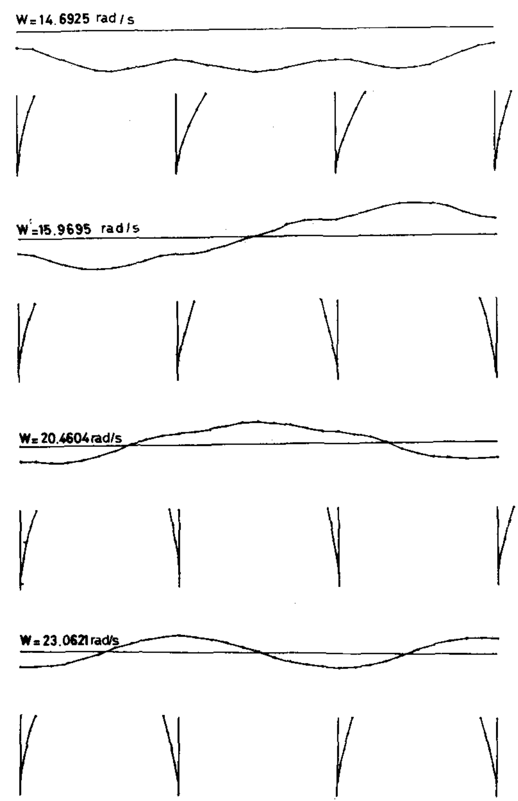
図1の解析対象モデルに対する断面諸元を表1に掲げる。これは本四連絡橋予畫の洲高架橋の1宗を基にして作成したものである。

表1 橋桁及び橋脚の断面諸元

STRUCTURES \ DIMENSIONS		L(m)	E(t/m²)	I(m⁴)	μ(t·s²/m)
GIRDER	1	120	2.1 x10⁷	76.9	6.44
	2	120	2.1 x10⁷	76.9	4.29
	3	120	2.1 x10⁷	76.9	6.44
PIER	1	58	2.69x10⁶	4720	18.9
	2	58	2.69x10⁶	4720	18.9
	3	58	2.69x10⁶	4720	18.9
	4	58	2.69x10⁶	4720	18.9

図2は，解析結果のうちの固有振動モードを表わしたもので，これより橋脚においては1次モードが卓越し，橋桁における1次，2次モード組み合わさって全体系の低次モードを形成していることが判かる。

地震応答結果については，当日述べる予定である。



モード形状

図2 固有振動モード

参考文献

(1) Koloušek, V.: Dynamics in Engineering Structures, Butterworths, London, 1973, pp. 69-81

(2) 土木学会，高橋脚橋梁の耐震設計に関する調査研究報告書，昭和51