斜角格子桁橋の地震応答解析について

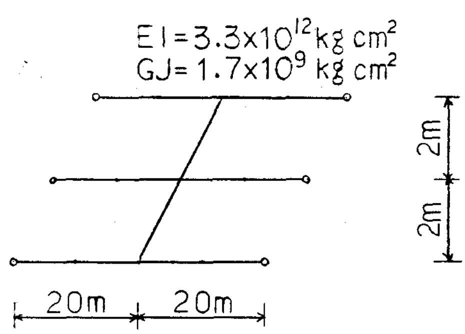
岩手大学工学部　学生員　○川村　亨
岩手大学工学部　正会員　宮本　裕
岩手大学工学部　正会員　岩崎　正二

1．ま え が き

動的な地震応答解析には、強震記録に対する構造物の応答を直接計算する方法で、２階常微分方程式を初期値問題として解くものがある。これは、多質点構造物の解析においては、膨大な量の計算を必要とするが、大型計算機を使うことで、短時間に計算処理を行なうことができた。

著者の研究室においては、構造物の応答を直接計算する方法による平面骨組構造物の地震応答解析の計算システムが完備されている。本研究の目的は、このシステムをもとにして、３次元構造系、特に、構造物の面に直角に荷重の作用を受ける平面格子構造物の地震応答解析の計算システムを確立することであった。

成果として、変形法による構造解析とNewmarkのβ法による地震応答解析の電算プログラムが直列に結びついたものであり、これにより、構造物の諸元と地震加速度を入力データとして入れるだけで地震応答解析の全ての計算処理を一気に行なうことができるようにした。以上のことと並用して、格子構造物を多質点系の力学モデルに置き換えたときの固有値、固有周期の計算について、Householder－ＱＲ法による解析プログラムを組み入れることにした。



図－１　斜角格子桁モデル

2．地 震 応 答 解 析 理 論

平面格子構造物を解析する場合は、構造物の面に直角に荷重を受けるので、剛性マトリックスの計算に必要な節点変位の成分は、Ｚ軸方向における変位とＸ軸まわりおよびＹ軸まわりの回転とである。そこで、構造物の地震応答解析を行なうにあたり、構造物の質量を多数の質点に分けて、多質点多自由度系の振動問題に置き換える。多質点多自由度の構造物においてその基礎に$\ddot{z}$なる地動を受けた場合の運動方程式は、下式になる。

$$[m]\{\ddot{y}\}+[c]\{\dot{y}\}+[k]\{y\}=-[m]\ddot{z} \qquad (2.1)$$

ここで、変位も基準振動の合成によって表わされるので$\{y\}=\Sigma q_i\{X_i\}$を用いると、

$$\{X_i\}^T[m]\{X_i\}\ddot{q}_i+\{X_i\}^T[c]\{X_i\}\dot{q}_i+\{X_i\}^T[k]\{X_i\}q_i=-\mu_i\{X_i\}^T[m]\{X_i\}\ddot{z}_i \qquad (2.2)$$

μ_iは各振動形の刺激係数で、上式を換算質量M_i、換算減衰定数C_i、換算ばね常数K_iで表わせば、

$$M_i\ddot{q}_i+C_i\dot{q}_i+K_iq_i=-\mu_iM_i\ddot{z}_i \qquad (2.3)$$

q_iは第ｉ次基準振動形$\{X_i\}$の係数であり、いま、$\omega_i^2=K_i/M_i$、$h_i=C_i/(2M_i\omega_i)$とする。このとき、ω_iはｉ次の基準振動の円振動数、h_iはｉ次の振動の減衰定数を表わす。

$$\ddot{q}_i+2h_i\omega_i\dot{q}_i+\omega_i^2q_i=-\mu_i\ddot{z}_i \qquad (2.4)$$

固有値ω_i、固有ベクトルX_iの計算においては、各点に単位集中荷重を載せたときのＺ軸方向における変位をもとに、質点系の非減衰性固有振動すなわち基準振動の周期および振動形を求める一般式

$$\begin{aligned}
&(\alpha_{11}m_1-1/\omega^2)u_1+\alpha_{12}m_2u_2+\cdots\cdots+\alpha_{1n}m_nu_n=0\\
&\alpha_{21}m_1u_1+(\alpha_{22}m_2-1/\omega^2)u_2+\cdots\cdots+\alpha_{2n}m_nu_n=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (2.5)\\
&\alpha_{n1}m_1u_1+\alpha_{n2}m_2u_2+\cdots\cdots+(\alpha_{nn}m_n-1/\omega^2)u_n=0
\end{aligned}$$

を解く。任意のu_1、u_2、…、u_nについて、(2．5)式が成り立つためには、未知量ｕの係数の行列式を０とお

かなければならない。そこで上式を

$$A=\begin{bmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots\cdots & \alpha_{1n}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots\cdots & \alpha_{2n}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots\cdots & \alpha_{nn}\end{bmatrix}\qquad M=\begin{bmatrix}m_1 & 0 & \cdots\cdots & 0\\ 0 & m_2 & \cdots\cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots\cdots & m_n\end{bmatrix}\qquad (2.6)$$

とおき、$AMx-\lambda Ex=0$、又は、$AMx=\lambda Ex$とすると、右からM^{-1}を両辺にかけて、

$AMM^{-1}x=\lambda EM^{-1}x$　　よって　　$Ax=\lambda M^{-1}x$

$B=M^{-1}$とおき、$Ax=\lambda Bx$型の固有値問題として解く。$B=U^{T}U$としてCholesky 分解を行い、これよりAを$A_1=U^{T}AU^{-1}$に変換し、普通の固有値問題$A_1y=\lambda y$ とし、Householder－QR法を用いて、固有値λ、固有ベクトルを求める。性能は、高速性、かつ数値的安定性を備えている。

$$\begin{Bmatrix}q_{i+1}\\ \dot q_{i+1}\\ \ddot q_{i+1}\end{Bmatrix}=\frac{1}{t}\begin{bmatrix}2(1+h\omega\Delta t) & 2\Delta t+2(1-2\beta)h\omega\Delta t^2 & (1-2\beta)\Delta t^2+(1-4\beta)h\omega\Delta t^3 & -2\beta\Delta t^2\\ -\omega^2\Delta t & 2+(2\beta-1)\omega^2\Delta t^2 & \Delta t+(2\beta-1/2)\omega^2\Delta t^3 & -\Delta t\\ -2\omega^2 & -2\omega^2\Delta t-4h\omega & -(1-2\beta)\omega^2\Delta t^2-2\omega h\Delta t & -2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q_i\\ \dot q_i\\ \ddot q_i\\ \mu_i\ddot z_{i+1}\end{Bmatrix}\qquad (2.7)$$

ただし、$t=2(1+h\omega\Delta t+\beta\omega^2t^2)$

β法による絶対加速度の応答解析は、(2．4)式に次の2式を加えたものを基本式とし、シミュレーションの形で近似的に解いていくもので、その(2．4)、(2．8)式から、q_i、$\dot q_i$、$\ddot q_i$ とq_{i+1}、$\dot q_{i+1}$、$\ddot q_{i+1}$との間に成り立つ関係式が上の(2．7) である。

$$\dot q_{i+1}=\dot q_i+1/2\,\ddot q_i\,\Delta t+1/2\,\ddot q_{i+1}\,\Delta t$$

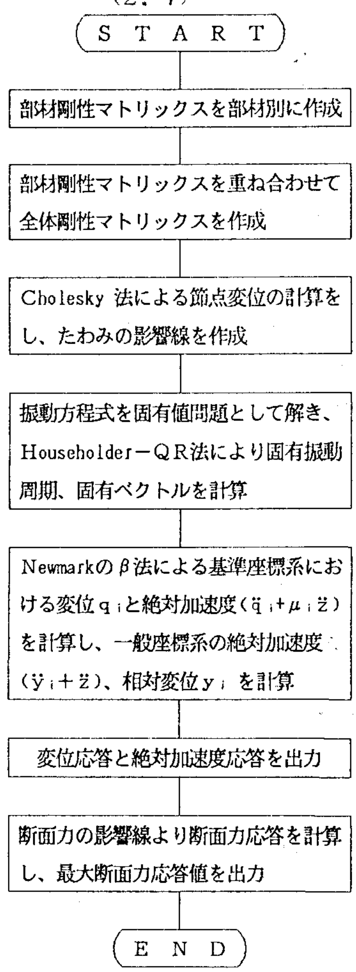
$$q_{i+1}=q_i+\dot q_i\,\Delta t+(1/2-\beta)\ddot q_i\,\Delta t^2+\beta\,\ddot q_{i+1}\,\Delta t^2\qquad(2.8)$$

(2．7)式は、q_i、$\dot q_i$、$\ddot q_i$およびΔt秒後の地動加速度$\ddot z_{i+1}$が既知であれば、Δt秒後の相対変位、相対速度、相対加速度であるq_{i+1}、$\dot q_{i+1}$、$\ddot q_{i+1}$が求められる。このようにして求めたq_{i+1}、$\dot q_{i+1}$、$\ddot q_{i+1}$ をふたたび右辺に代入すると、さらにΔt秒後の(初めから数えれば、2Δt秒後)のq_{i+2}、$\dot q_{i+2}$、$\ddot q_{i+2}$ が求められる。同様にして、結局、Δt秒ごとのq_i、$\dot q_i$、$\ddot q_i$ が計算される。又、$(\ddot y_i+\ddot z_i)$も順次計算できる。

以下、右のフローチャートに従い、応答解析を行なう。

3．数 値 計 算 例

主桁長40m、主桁と主桁との間隔2mの斜角格子桁モデルを作り、主桁長と主桁間隔を変えずに主桁と横桁の交差する角度をいろいろと変えてそれぞれ地震応答解析し、比較検討した。なお、その結果については、当日、会場にて発表いたします。



図－2　地震応答解析プログラムのフローチャート

参考文献

1．日本鋼構造協会；有限要素法に関する講習会テキスト　(1977)

2．島津　雅洋；平面骨組構造物の地震応答解析に関する研究(岩手大学修士論文)　(1978)