

1. 前書き

従来から提体は地震によって多大な被害を受けているが、地震力を考えて提体の動力的取扱いをする場合には、曲げ振動よりもむしろせん断振動による影響が大きいことが明らかにされている。しかし、提体の二次元的モデル解析では両側の地山の影響が無視されて、提体の長さ方向の影響及びその変化がわからなかった。畑中¹⁾は、三次的な提体モデルについてせん断振動の基礎微分方程式を導びき、自由振動の理論解を求め、提体長が提体高に比べて十分長くないとき、固有周期は二次元の場合とは誤差が大きいことを明らかにした。そこで、筆者らは地震力を考えて強制振動の場合について理論解析解を求めた。

2. モデル及び基礎微分方程式

提体を図-1の様な基本三角形断面とし、提体の底面及び両側面が固定され、上端が自由の場合をとり、 z 方向のせん断振動を考える。このとき、 z 方向のせん断力の分布は一律とし、提体の背面には水がないと考える。

図の微小体について力の釣合いを考えて基礎微分方程式(1)が得られる。

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (C_0^2 + C_1^2 \frac{\partial}{\partial t}) (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial w}{\partial y}) = -\frac{\partial^2 Z_0}{\partial t^2} \dots (1)$$

$$C_0^2 = \frac{G}{\rho} \quad C_1^2 = \frac{\eta_1}{\rho}$$

ここに、 Z_0 ; 地動変位

η_1 ; 提体材料のせん断粘性係数

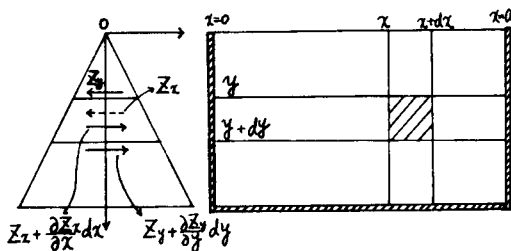


図-1

3. 強制振動の理論解

強制力は z 方向に時間的に変化する地動を考える。これは地動を場所の関数とせず、地盤が z 軸に対して平行振動する場合である。

$$Z_0 = e^{i\omega t} \dots (2)$$

境界条件

$$w(0, y, t) = 0, \quad w(a, y, t) = 0$$

$$w(x, b, t) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y}(x, 0, t) = 0$$

Z_0 が t のみの関数であることに着目して、解をフーリエバessel展開し、境界条件を満すように決定すると

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^{\infty} A_{n\lambda}(t) \frac{\sin \frac{n\pi x}{a}}{\varphi_{n\lambda}(x, y)} J_0(\frac{\lambda_i}{b} y) \dots (3)$$

(2), (3)式を基礎微分方程式に代入し、 $\varphi_{n\lambda}(x, y)$ を乗じて領域内で x, y について積分すると、 $A_{n\lambda}(t)$ についての二階の線形常微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2 A_{n\lambda}(t)}{dt^2} + 2\zeta \frac{dA_{n\lambda}(t)}{dt} + \omega_0^2 A_{n\lambda}(t) = R_{n\lambda} \cdot p^2 A_0 e^{i\omega t} \dots (4)$$

$$\text{ここで} \quad 2\zeta = C_1^2 \left\{ \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_i}{b}\right)^2 \right\} \quad \omega_0^2 = C_0^2 \left\{ \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_i}{b}\right)^2 \right\}$$

$$R_{n\lambda} = \frac{4(\omega n\pi - 1)}{n\pi \lambda_i J_0(\lambda_i)}$$

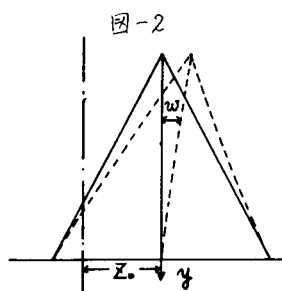


図-2

(4)式を解いて
$$u_{ni}(t) = \underbrace{e^{-3t} (A \cos \sqrt{\omega_0^2 - 3^2} t + B \sin \sqrt{\omega_0^2 - 3^2} t)}_{\text{一般解 (過渡項)}} + \underbrace{\frac{r_{ni} \cdot P \cdot A_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - P^2)^2 + (2.3P)^2}} e^{i(p t - \theta)}}_{\text{特殊解 (定常項)}} \dots (5)$$

$\theta = \tan^{-1} \frac{2.3P}{\omega_0^2 - P^2}$ A, B は初期条件によって決まる定数である。

4. 定常解

r_{ni} から堤体の長さ方向には、軸対称モードのみが(奇数次項)出てくることかわかる。そこで $(x, y) = (\frac{\pi}{2}, 0)$ の点についての最大変位 ($e^{i p t} = 1$ とする) を地動振幅を除いたものを応答倍率とし、粘性のパラメータを C とした応答曲線を図-3に示す。応答倍率が地動の振動数 P によって変化する様子は C によって異なる。 $C=0$ もしくは極端に大きい場合を除いて、一定の C にあつては応答倍率はそれぞれのモードの固有振動数付近で極大となる。また、堤体高 20m, 堤体長 100m のときの $P=2\pi, 6\pi, 9\pi$ における変位形を図-4に示す。 $(x$ については、 $y=0$ 面, y については $x=$ 全面) 図-3の応答曲線からわかるように、地動振動数 P に最も近い固有振動数のモードで堤体が変位していることかわかるであろう。

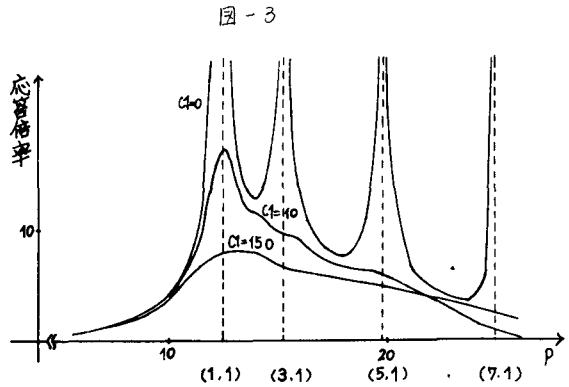
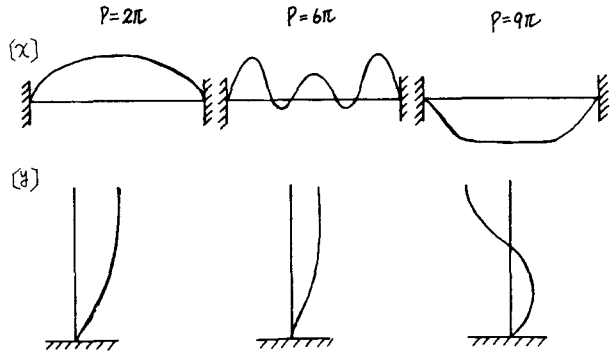


図-4



5. 結論

セー断振動について、強制振動を考え理論解析解を求めたが、堤体の形状によって固有振動数が異なるので、応答特性が異なることわかった。また、地震動によって共振現象を呈することは地震の非定常性から議論が多いが、定常的な強制力の場合には十分問題となる。そこで、今地震の主要動の振動数を数ヘルツと仮定しその付近の定常応答を調べると、堤体高 20m, 堤体長 100m の堤体の場合、(1,1), (3,1) モードの固有振動数がこの範囲にあるので、地震時にはこれらのモードで揺れやすいことかわかる。しかし、堤体高に対して堤体長が短かくなると固有振動数は大きくなり、共振現象が生じにくくなるとともに、変位は(1,1)モードの影響が最も大きくなると言える。加えて、初期条件を与え係数 A, B を決定し地動がない状態 $u=0$ からの挙動をチェックすることが必要であり、講演に際してはこれとともに詳しい説明をしたい。さらに、進行波における解を求め、実測値との比較検討をすることにより、より実際に近い応答解析を得ることができる。

参考文献)

- 1) 畑中 "土堤の振動に関する3次元考察" 土木学会誌 37-10
- 2) Seed et al "The performance of earth dams during earthquakes" (1977) EERC report UCB/EERC-77/20
- 3) 福井(1979) "ロックフィルダムの地震応答に関する研究" 東北大学修士学位論文