

弾性支点と弾性床を有する平面骨組構造物の地震応答解析

岩手大 学生員 ○佐藤 悠一
岩手大 正員 宮本 裕

弾性支点および弾性床を有する平面骨組構造物の剛性マトリックス解析は斜張橋等のケーブル、地盤反力などを考慮した場合の応答解析に有効な方法である。そこで振動問題にこれを応用して Duhamel 積分法、Newmark α 法 ($\beta = 1/4$ の平均加速度法) を用いて平面骨組構造物の地震応答解析をおこなった。

1 剛性マトリックス

(1) 弾性支点を有するラーメン部材の剛性マトリックス

弾性支点として回転に抵抗するばねとたわみに抵抗するばねを考える。この場合、剛性マトリックスの対角要素にはばね定数を加えたものが弾性支点を考慮した部材の剛性マトリックスとなる。①) 式 k_1, k_2, \dots, k_n はそれぞれ型式 1, 型式 2, ..., 型式 6 のばね定数である。

$$\begin{matrix} M(0) \\ M(L) \\ Q(0) \\ Q(L) \\ N(0) \\ N(L) \end{matrix} = \begin{matrix} \boxed{\frac{4EI}{L} + k_1} & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 \\ & \boxed{\frac{4EI}{L} + k_2} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 \\ & & \boxed{\frac{12EI}{L^3} + k_3} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 \\ & & & \boxed{\frac{12EI}{L^3} + k_4} & 0 & 0 \\ & & & & \boxed{\frac{AE}{L} + k_5} & -\frac{AE}{L} \\ & & & & & \boxed{\frac{AE}{L} + k_6} \end{matrix} \begin{matrix} y'(0) \\ y'(L) \\ y(0) \\ y(L) \\ \delta(0) \\ \delta(L) \end{matrix}$$

SYM.

(2) 弾性床に上りた剛性マトリックス (要素間に荷重がない場合)

$$\begin{matrix} \frac{Q(0)}{EI} \\ M(0) \\ \frac{Q(L)}{EI} \\ \frac{M(L)}{EI} \end{matrix} = \frac{1}{\text{sh}^2 \beta L - \sin^2 \beta L} \begin{matrix} 4\beta^2(\text{sh}\beta L \text{ch}\beta L & -2\beta^2(\text{sh}\beta L & -4\beta^2(\sin\beta L \text{ch}\beta L & -4\beta^2 \sin\beta L \text{sh}\beta L \\ + \text{sh}\beta L \text{ch}\beta L) & + \sin^2 \beta L) & + \cos\beta L \text{sh}\beta L) & + \cos\beta L \text{sh}\beta L) \\ 2\beta(\text{sh}\beta L \text{ch}\beta L & 4\beta^2 \sin\beta L \text{sh}\beta L & -2\beta(\cos\beta L \text{sh}\beta L & -2\beta \cos\beta L \text{sh}\beta L \\ - \sin\beta L \cos\beta L) & - \sin\beta L \text{ch}\beta L) & \sin\beta L \text{ch}\beta L) & \sin\beta L \text{ch}\beta L) \\ 4\beta^2(\cos\beta L \sin\beta L & 2\beta^2(\text{sh}^2 \beta L & 2\beta^2(\text{sh}^2 \beta L & 2\beta^2(\text{sh}^2 \beta L \\ + \text{ch}\beta L \text{sh}\beta L) & + \sin^2 \beta L) & + \sin^2 \beta L) & + \sin^2 \beta L) \\ & 2\beta(\text{sh}\beta L \text{ch}\beta L & 2\beta(\text{sh}\beta L \text{ch}\beta L & 2\beta(\text{sh}\beta L \text{ch}\beta L \\ & - \cos\beta L \sin\beta L) & - \cos\beta L \sin\beta L) & - \cos\beta L \sin\beta L) \end{matrix} \begin{matrix} y(0) \\ y'(0) \\ y(L) \\ y'(L) \end{matrix}$$

SYM.

ここで $\beta = \sqrt{k/4EI}$ (k : 基礎係数)

2 1質点系の場合の絶対加速度の応答

(1) Duhamel 積分法

fig-1 のような 1 質点系の力学モデルにおいて質点の質量を m 、弾性係数を k 、減衰係数を C とし、時刻 t における質点の変位を $y(t)$ 、地盤の変位を $z(t)$ とすると次式のような運動方程式が成り立つ。

$$m\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + ky(t) = -m\ddot{z}(t) \quad (3)$$

ここで $\omega = \sqrt{k/m}$ 、 $h = C/2m\omega$ とすると (3) 式は

$$\ddot{y}(t) + 2h\omega\dot{y}(t) + \omega^2 y(t) = -\ddot{z}(t) \quad (4)$$

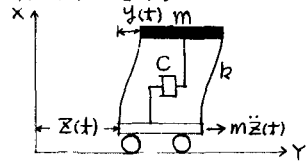
(4) 式の厳密解は Duhamel 積分で表わす、絶対加速度

$\ddot{y}(t) + \ddot{z}(t)$ は (5) 式で与えられる。

$$\ddot{y}(t) + \ddot{z}(t) = \left(\frac{\omega}{\sqrt{1-h^2}}\right) \int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-h\omega(t-\tau)} \left\{ \cos\left[\sqrt{1-h^2}\omega(t-\tau)\right] + \tan^{-1} \frac{2h-1}{2h\sqrt{1-h^2}} \right\} d\tau \quad (5)$$

(2) Newmark α 法 ($\beta = 1/4$ の平均加速度法)

$y(t)$, $\dot{y}(t)$, $\ddot{y}(t)$ と $y(t+\Delta t)$, $\dot{y}(t+\Delta t)$, $\ddot{y}(t+\Delta t)$ との関係は (6) 式の関係が成立する。



$$\begin{bmatrix} y(t+\Delta t) \\ \dot{y}(t+\Delta t) \\ \ddot{y}(t+\Delta t) \\ \ddot{z}(t+\Delta t) \end{bmatrix} = \frac{1}{8+2\omega\Delta t(4h+\omega\Delta t)} \begin{bmatrix} 8(1+h\omega\Delta t) & 4\Delta t(2+h\omega\Delta t) & 2\Delta t^2 & -2\Delta t^2 \\ -4\omega^2\Delta t & 2(4-\omega^2\Delta t^2) & 4\Delta t & -4\Delta t \\ -8\omega^2 & -8\omega(2h+\omega\Delta t) & -2\omega\Delta t(4h+\omega\Delta t) & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \ddot{y}(t) \\ \ddot{z}(t+\Delta t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

よって $y(0), \dot{y}(0), \ddot{y}(0)$ が概知であれば Δt ごとの y, \dot{y}, \ddot{y} が計算される。

3 Duhamel 積分法又はβ法による多質点系地振応答解析のフローチャート

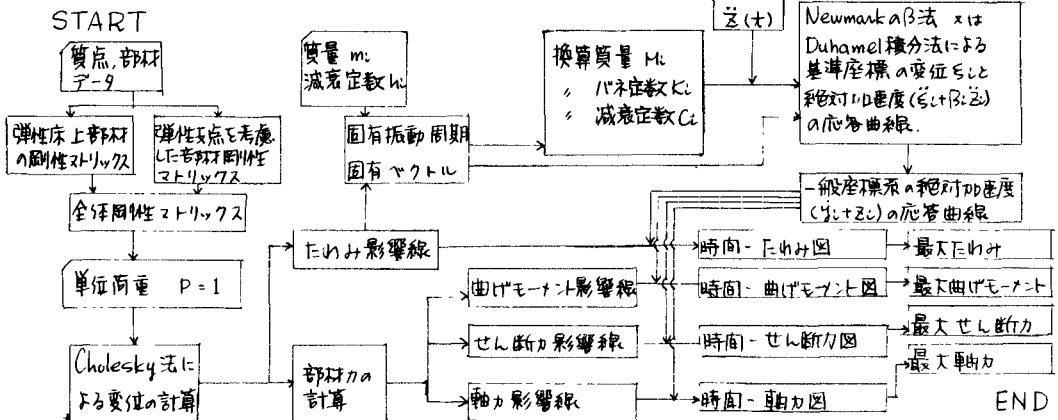
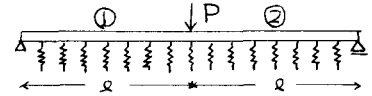


fig-2 部材力

4 換算

(1) 弾性床上の数値計算例 (カッコ内は理論値)



基礎係数 $k_b = 1 \text{ kg/cm}^2$ 部材長 $l = 100 \text{ cm}$
 剛性係数 $EI = 10^6 \text{ kg cm}^2$ 荷重 $P = 1 \text{ kg}$

部材 左端曲げモーメント 右端曲げモーメント (kg cm)

①	0.0 (0.0)	10.99 (10.99)
②	10.99 (10.99)	0.0 (0.0)

部材 左端せん断力 右端せん断力 (kg)

①	0.0671 (0.0671)	0.5 (0.5)
②	0.5 (0.5)	0.0671 (0.0671)

(2) 盛岡市不束万橋の塔の部分である。

階数	荷重 (kg)	剛性係数 (kg cm ²)	スパン (cm)
7			
⑥	$m_6 = 313910$	$EI_6 = 0.717 \times 10^6$	$Q_6 = 220$
6			
⑤	$m_5 = 145657$	$EI_5 = 0.113 \times 10^6$	$Q_5 = 980$
5			
④	$m_4 = 1414$	$EI_4 = 0.738 \times 10^4$	$Q_4 = 421$
4			
③	$m_3 = 1414$	$EI_3 = 0.380 \times 10^4$	$Q_3 = 421$
3			
②	$m_2 = 1414$	$EI_2 = 0.128 \times 10^4$	$Q_2 = 421$
2			
①	$m_1 = 1039$	$EI_1 = 0.426 \times 10^3$	$Q_1 = 300$

fig-2に示した方法(変形法)と差分法から求めた固有振動数の比較を行った。その結果は次のようによく一致する。(バネ定数 $k = 10^4 \text{ kg/cm}$ 場合)

	1次	2次	3次	4次	5次	6次
本方法	122.176	176.916	603.752	1364.815	2632.679	3065.112
差分法	122.172	176.919	603.742	1365.414	2634.070	3063.428

なお、応答計算については結果を当日発表する予定である。

以上の計算には岩手大学工工学科OKITAC-4300C, 岩手大学テ-9ステーション, 東北大学 北海道大学 および東京大学大型計算機を利用した。