フィルター理論による強震地動の解析

東北工業大学　正員　神山　眞

1　まえがき

地震動のような不規則振動を解析する方法は種々考えられるが，在来のFourier解析，パワースペクトル解析などは，いわば一定解析区間での平均的様相が知れるのみで瞬時スペクトルへの把握と云う点からすると甚だ不適当である。一方，地盤をはじめとする種々の構造物の強震時における応答に関連して，弾塑性応答特性あるいは波動論的特性等の重要性が最近指摘されている。周知のように，これらの特性は記録上，スペクトルの経時的変相としてあらわれる。従って，これらの特性を考察するに際しては在来の解析法は解析手段として頗る不適当であると云える。これら在来の解析法の欠点を補完し，且つスペクトルの経時的変相を忠実に定量的にトレースするものとして，フィルター理論を応用した解析法をSMAC強震記録に試みたので以下にその大要を報告する。尚，本文は解析法を中心に述べることにし，その解析結果については若干の指摘を与えることにとどめ，詳しい考察については機会を改めて報告する。

2　解析法

FIG-1

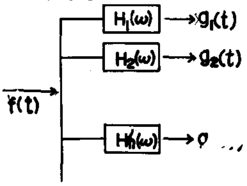
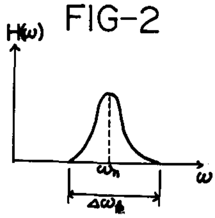


FIG-2



いま，Fig 1のように信号$f(t)$を同時に並列な異なったシステム関数を有する帯域フィルターに入力するとする。例えばフィルター$H_n(\omega)$を考える。システム関数$H_n(\omega)$を有する帯域フィルター（Fig 2）のインパルス応答$h_n(t)$は次のようになる。

$$h_n(t)=2h_e(t)\cdot\cos\omega_n t \quad\cdots\cdots(1)$$

ここに，$h_e(t)$；等価低域通過フィルターのインパルス応答.

これから，出力$g_n(t)$は次のように求まる。（但し，システムは線型で因果性を有するとする。）

$$g_n(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\cdot h_n(t-\tau)\,d\tau \quad\cdots\cdots(2)$$

ここで(2)式は(1)式から次のように変形される。

$$g_n(t)=2\cos\omega_n t\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)\cos\omega_n\tau\,d\tau+2\sin\omega_n t\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)h_e(t-\tau)\sin\omega_n\tau\,d\tau \quad\cdots\cdots(3)$$

いま，関数$f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)$のFourier変換を$F_e(\omega)$とする。即ち，

$$F_e(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)\,e^{-i\omega\tau}\,d\tau = R_e(\omega)+i\,X(\omega)=A(\omega)\cdot e^{i\phi(\omega)} \quad\cdots\cdots(4)$$

ここに，$R_e(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)\cos\omega\tau\,d\tau$　　$X(\omega)=-\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)\sin\omega\tau\,d\tau$

$A(\omega)=\sqrt{R_e^2(\omega)+X^2(\omega)}$　　$\phi(\omega)=\tan^{-1}(X(\omega)/R_e(\omega))$

(3)式，及び(4)式から$g_n(t)$は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}g_n(t)&=2\cos\omega_n t\cdot R_e(\omega_n)-2\sin\omega_n t\cdot X(\omega_n)\\&=2\sqrt{R_e^2(\omega_n)+X^2(\omega_n)}\,\cos[\omega_n t+\varphi_n]\quad\cdots\cdots(5)\end{aligned}$$

つまり，角振動数ω_nを中心とする帯域フィルター$H_n(\omega)$に任意信号$f(t)$を入力させたとき，その出力$g_n(t)$は(5)式のようになる。即ち，振巾が$2A(\omega_n)$の振動数ω_nの被変調信号となる。一方，(5)式を視察すると，$g_n(t)$の包絡線は振動数ω_nの$f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)$のFourierスペクトルとなっている。従って，$f(t)$のスペクトルの経時的変相を求める第一近似として，$f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)$のスペクトルの経時的変相を上式から求めることができる。

他方，出力 $g_n(t)$ は別途にシステムの線型性を利用して次のように求めることができる。
いま，$f(t)$，$g_n(t)$ の Fourier 変換を $F(\omega)$，$G_n(\omega)$ とすると，システムの線型性から次式を得る。

$$G_n(\omega)=F(\omega)\cdot H_n(\omega) \quad 但し，\quad G_n(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} g_n(t)e^{-i\omega t}dt \quad , F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt \quad \cdots\cdots(6)$$

これから，出力 $g_n(t)$ は $G_n(\omega)$ を Fourier 逆変換して次のように得られる。

$$g_n(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\cdot H_n(\omega)e^{i\omega t}d\omega \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

以上から，$g_n(t)$ を求める方法としては(5)式のような convolution による方法と(7)式のような Fourier 変換による方法とがある。ここでは電算における数値計算で FFT（高速 Fourier 変換）を利用して，大巾に計算時間を短縮できる利点から(7)式の方法を採用した。問題は第一近似としての $f(\tau)\cdot h_e(t-\tau)$ を原信号 $f(t)$ に如何に良好に近似するかにある。つまり，$h_e(t-\tau)$ の選択，言い換えれば，最適システム関数 $H_n(\omega)$ の型の選択にかかっている。この意味での最適フィルターはシステム論から知られるように Gauss 型フィルターである。ここでは，
$H_n(\omega)=exp\left[-\alpha\left(\frac{\omega-\omega_n}{\omega_n}\right)^2\right]$ α：パラメーター の Gauss 型フィルターを使用した。

3 解析結果 上述した解析法を代表例として1968年十勝沖地震の際，青森港湾で記録されたSMAC強震記録N−S成分に対して試みたのが Fig 3 である。これは結果を最大振巾50に正規化し，電算に出力させたものにコンターを付したものである。これから，スペクトルの経時的変相は定量的に一目瞭然である。在来の解析法として，原SMAC記録20秒から30秒を Fourier 解析して得たスペクトルを Fig 4 に示す。Fig 4 のスペクトルは10秒間の平均的操作のために，結果として比較的短周期の周期が総体にマスクされている。一方，Fig 3 の解析結果では刻時的なスペクトルが明瞭なため，最大加速度が存在する21秒付近で0.2〜0.6秒の比較的短周期の卓越性が顕著であることが知れる。断面スペクトルとして Fig 3 の21秒付近の断面をとって示したのが Fig 5 である。(以下，瞬時スペクトルと呼ぶ) 因みに，同一地点で記録した常時微動のスペクトルを Fig 6 に示す。これから，常時微動と強震動との振動性状の相関を調べる際なども瞬時スペクトルを考慮した考察が重要であることが首肯される。このことは最大加速度が記録されている時点では SMAC 記録は弾性的振動の様相が強く，その後，時間の経過とともに弾塑性的振動に移行することの引証の検証にもなる[1]。総じて，Fig 3 から注目されることは一般に指摘されるように経時的にスペクトルが長周期側に伸びていることである。一方，0.2〜0.3秒の短周期成分に着目すると，20秒付近で卓越性を示した後，消え，再度，40秒付近で明瞭に卓越性が顕示される。発震機構に関連した多発性，あるいは波動論的要因による位相の変化等，要因は種々指摘できるが，ここでは議論は控える。しかし，いずれにしても何らかの擾乱の再現的襲来を意味することは事実である。ここでは特に地盤の弾性的応答と弾塑性的応答の様相の差違を探る意味から21秒付近，40秒付近の瞬時スペクトルを比較した。これを示し

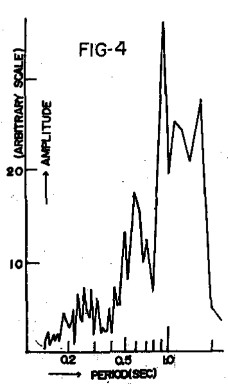


FIG-4

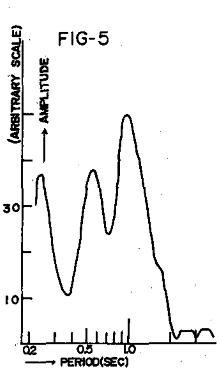


FIG-5

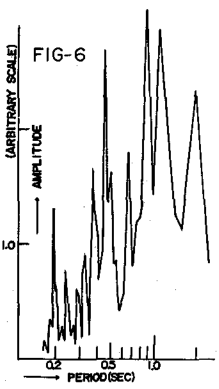


FIG-6

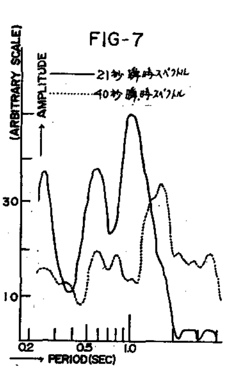
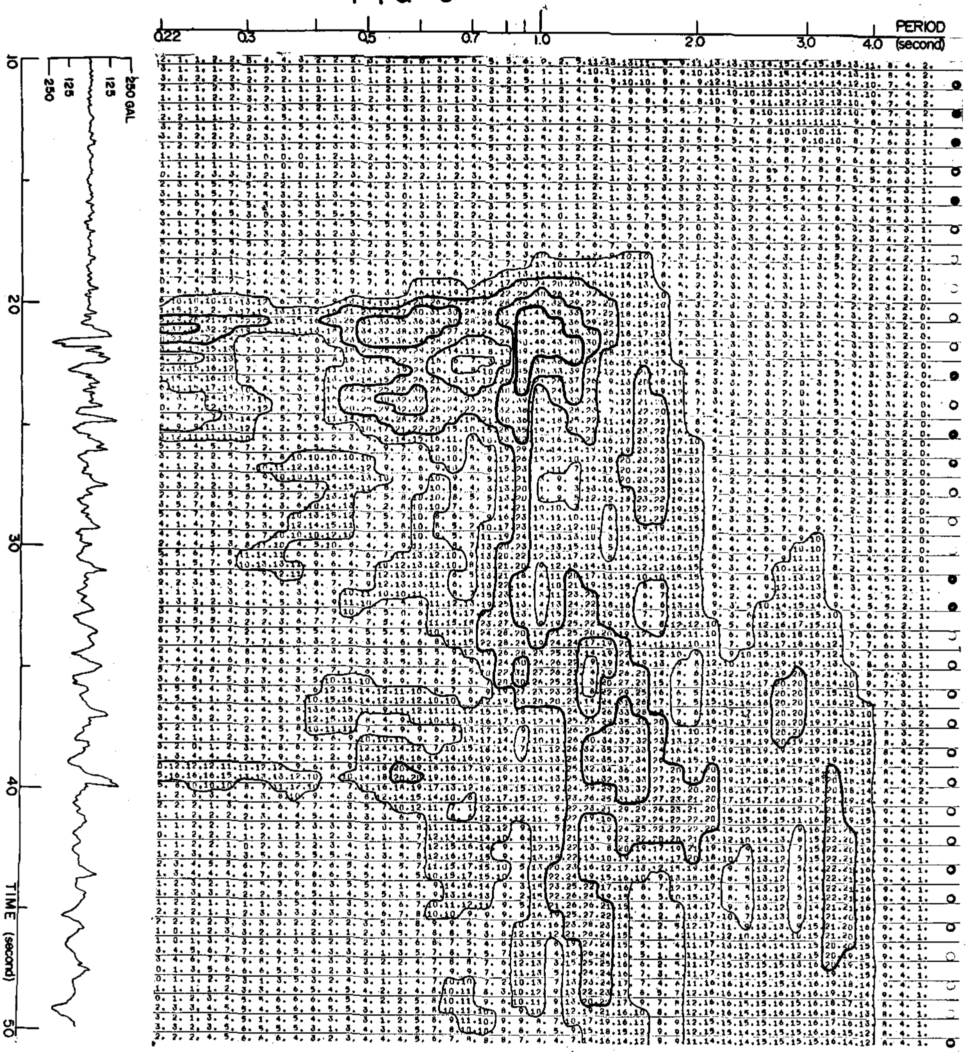


FIG-7

FIG-3



たのがFig 7である。(常時微動との相関から2.1秒付近は弾性的振動の様相が強いと考えられる。) Fig 7から岡本[2]の指摘するように弾塑性応答になるに従い共振増巾率が下がり，全般にフラットなスペクトル構造になることが証左される。また，岩崎[3]によれば応力－ひずみ依存性を考慮した弾塑性応答では弾性応答に比し，約170% 卓越周期が長くなるとされているが，Fig 7の結果によれば，ここで考えている地盤の物性を若干に付しても，ほぼ同じ率で卓越周期が長くなることは興味深いことである。

4 あとがき

紙数の関係から解析法の大要と，若干の考察を述べるにとどめたが，その他本文での解析法により多くの有意な知見を得ることが可能である。即ち，強震記録の波動論的問題，発震機構の問題，弾塑性応答の問題，地震波伝達経路スペクトルの問題等々である。これらについては別の機会に改めて報告することにしたい。

（参考文献）

1) 神山，他；「SMAC強震記録と常時微動特性との相関について」 第8回土質工学研究発表会
2) 岡本，他；「地盤の非線型振動に関する研究」 第1回日本地震工学シンポジウム
3) 岩崎，他；「沖積地盤の地震応答特性及び震度分布について」 土木学会第26回学術講演会第3部