

## 曲線桁橋における水平地震入射角と 支承部の動的応答特性

DIRECTION OF HORIZONTAL EARTHQUAKE INPUTS WHICH PRODUCE CRITICAL  
DYNAMIC RESPONSES SUBJECTED TO BEARINGS OF CURVED GIRDER BRIDGES

川神雅秀\* 崎山 毅\*\* 松田 浩\*\*\* 岡林隆敏\*\*\*\* 森田千尋\*\*\*\*\*

By M. Kawakami, T. Sakiyama, H. Matsuda, T. Okabayashi and C. Morita

The purpose of this paper is to study the direction of horizontal earthquake inputs which produce the critical dynamic responses subjected to bearings of the curved girder bridges with arbitrary shapes and variable cross-sections under the influence of different directions of movable bearings. In this paper, the free vibration frequencies of curved girder bridges are obtained by employing the discrete Green function and numerical integral method, and the analysis of dynamic response is based on the method of modal analysis. As applications of this method, some numerical examples are shown.

Key Words : dynamic response of bearings, curved girder bridges, Green function

### 1. まえがき

橋梁の支承部は、橋梁上部構造と下部構造の接続点として、上部構造に対する移動機能を確保した上で、所定の荷重を下部構造に伝達させる重要な機能が要求される部位である。しかしながら、従来より橋梁本体に比べ、構造系全体の盲点となりやすく、場合によっては附属物に近い取扱いが行われていたことは否めない。この結果、例えば地震力の作用などによる支承部の破損事例も数多く報告されている<sup>1)</sup>。

さらに、近年の橋梁構造物の長大化、複雑化に伴い、支承部に対しても作用荷重や、移動量の大規模化、複雑化が進み、より高度でデリケートな機能が、維持管理の行いづらい環境下で求められる状況にあり、橋梁構造物の所要機能を維持する上で、今まで以上に支承の果たすべき役割は重要であるといえる。

本文では直接応答計算法を使用し、曲線橋の支承部の動的応答問題について検討する。一般に、直線橋の耐震設計では、地震力の作用方向は、橋軸方向と橋軸直角方向の二方向を考慮して設計を行えばよいが、曲線橋においては、着目部材の最大応答結果に影響をおよぼす地震力の入射角の設定が必要となる。このため、設計における動的応答計算では、構造物に最も不利となる地震力の入射角を、不規則振動論による応答計算法で解析する方法もあるが<sup>2) 3) 4)</sup>、一般には確定論的手法による応答スペクトル法や、直接応答計算法によ

---

*	大日本コンサルタント (株)	九州事務所 (〒 8 1 2 福岡市博多区博多駅東 2-5-19)
**	工博 長崎大学 教授 工学部	構造工学科 (〒 8 5 2 長崎市文教町 1-14)
***	工博 長崎大学助教授 工学部	構造工学科 (〒 8 5 2 長崎市文教町 1-14)
****	工博 長崎大学助教授 工学部	社会開発工学科 (〒 8 5 2 長崎市文教町 1-14)
*****	工修 長崎大学 助手 工学部	構造工学科 (〒 8 5 2 長崎市文教町 1-14)

り入射角を一定の間隔で変化させ、その中での最大値を探索する手法が採用されている。

曲線橋では、図-1に示すように可動支承の据え付け方向を温度変化に対する拘束力が生じない「固定支承方向」と、温度変化時の桁の隣接径間掛け違い部との食い違い量が少なく、伸縮継手の構造が簡単な「桁の接線方向」の二ケースの中から選択するが、支承設計に当って、可動支承の移動方向が地震力による支承部の動的応答性状におよぼす影響について、耐荷力や移動性を把握する観点から検討することは重要と考えられる。そこで、本研究では、変断面・任意曲線形状を有する曲線橋の、地震力による支承位置での面内応答に関する解析法を示し、支承応答に対する水平地震の最悪入射角と、可動支承の移動方向の影響の二点について検討する。

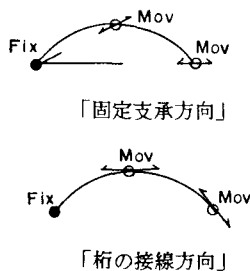


図-1. 可動支承の移動方向

本文では、まず曲線桁橋の面内自由振動性状を把握するために導出した、離散化グリーン関数による自由振動解析法について示した<sup>5)</sup>。この手法は、任意曲線形状や、変断面形状を有する曲線桁橋の自由振動問題を解析する際、例えばマトリックス変位法に比べ、入力作業が簡便で、短時間に高次までの解析が可能である。また粗い分割数でも比較的解析精度が良好であるため、橋梁の基本設計の段階で必要となる、種々のパラメーター解析に対して威力を発揮する。さらに、積分方程式法による固有値解析の際、試行錯誤法によらず標準形の固有値問題として解析することが可能となるなどの特徴を有している。応答解析法は、振動形解析法による直接応答計算法を曲線桁橋の面内問題に適用し、水平地震力による支承部の動的応答の計算手法を示した。最後に、この解析法により単径間円弧曲線桁橋を対象として、水平地震入射角に対する支承の反力・移動応答スペクトル曲線を求め、支承設計上必要となる地震入射角と支承部動的応答特性との関係を明らかにすることができた。

## 2. 自由振動解析

### 2-1. 離散化グリーン関数の誘導

グリーン関数は、構造力学的には単位荷重による影響線関数である。一般に、曲線桁橋の軸線形状に任意性を保持したまま連立微分方程式の一般解を解析的に求めることは困難である。このため本文では、連立微分方程式を連立積分方程式に変換し、これに等間隔の数値積分を適用することで離散化グリーン関数を誘導した。以下、変断面・任意曲線形状を有する曲線桁橋の面内問題に関する離散化グリーン関数の導出過程を示す。図-2に示す任意の曲線形状を軸線とする部材において、部材軸座標を  $s$  とし、円弧とみなした部材微小要素の弧長、曲率半径をそれぞれ  $ds$ ,  $R(s)$  とすれば、この微小要素に関する基礎微分方程式は式(1a)～(1f)となる。ここでは、法線方向に単位集中荷重  $P_{yo}$  が作用する場合の離散化グリーン関数の誘導過程を示す。

$$\frac{d\bar{Q}}{ds} + \frac{\bar{N}}{R(s)} + P_{yo} \delta(s-a) - \sum_j \bar{R}_{uj} \delta(s-b_j) = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{d\bar{N}}{ds} - \frac{\bar{Q}}{R(s)} - \sum_j \bar{R}_{wj} \delta(s-b_j) = 0 \quad (1b)$$

$$\frac{d\bar{M}}{ds} - \bar{Q} = 0 \quad (1c) \quad \frac{d\bar{W}}{ds} = \frac{\bar{N}}{EA} + \frac{\bar{u}}{R(s)} \quad (1e)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{ds} + \frac{\bar{M}}{EI} = 0 \quad (1d) \quad \frac{d\bar{u}}{ds} = \frac{\kappa \bar{Q}}{GA} + \bar{\theta} - \frac{\bar{W}}{R(s)} \quad (1f)$$

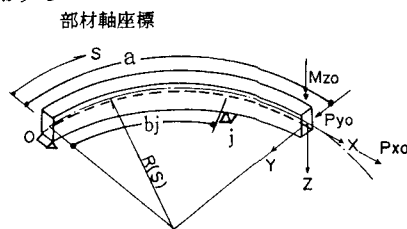


図-2. 座標系と外力

ここに、 $\bar{Q}$ ,  $\bar{N}$ ,  $\bar{M}$ ,  $\bar{R}_{uj}$ ,  $\bar{R}_{wj}$ は、それぞれ部材軸始点  $0$  より軸線上  $a$  の位置に単位集中荷重  $P_{yo}$  が作用した時のせん断力、軸力、曲げモーメント、および軸線上  $b_j$  の位置の中間支点部  $j$  の法線方向、接線方向反力であり、 $\bar{\theta}$ ,  $\bar{w}$ ,  $\bar{u}$  は軸接線回転角、接線方向変位、法線方向変位を、 $\delta(s-a)$ ,  $\delta(s-b_j)$  は Dirac のデルタ関数を示す。また、 $I$ ,  $A$ ,  $E$ ,  $G$ ,  $\kappa$  はそれぞれ部材の断面二次モーメント、断面積、弾性定数、せん断弾性定数および平均せん断応力補正係数を示す。

次に、変断面の要素を考慮の上、以下に示す無次元量  $X_1 \sim X_6$  で式(1a)~(1f)を変形すると式(2)となる。

$$X_1 = -\frac{\ell^2 \bar{Q}}{EI_0}, \quad X_2 = -\frac{\ell^2 \bar{N}}{EI_0}, \quad X_3 = -\frac{\ell \bar{M}}{EI_0}, \quad X_4 = \bar{\theta}, \quad X_5 = \frac{\bar{W}}{\ell}, \quad X_6 = \frac{\bar{U}}{\ell}, \quad \dot{R}_{uj} = -\frac{\ell^2 \bar{R}_{uj}}{EI_0}, \quad \dot{R}_{wj} = -\frac{\ell^2 \bar{R}_{wj}}{EI_0}$$

$$\frac{dX_p}{d\eta} = \sum_{k=1}^6 G_{pk} X_k + \frac{P_{yo} \ell^2}{EI_0} \delta(\eta - a_0) \delta_{1p} + \sum_j \dot{R}_{uj} \delta(\eta - b_{0j}) \delta_{1p} + \sum_j \dot{R}_{wj} \delta(\eta - b_{0j}) \delta_{2p} \quad (2)$$

ここに、 $\ell$  : 橋梁支間、 $A_0$  : 基準断面積、 $I_0$  : 基準断面二次モーメント

$$\eta = \frac{s}{\ell}, \quad a_0 = \frac{a}{\ell}, \quad b_{0j} = \frac{b_j}{\ell}, \quad r(\eta) = \frac{\ell}{R(\eta)}, \quad \bar{I} = \frac{I(\eta)}{I_0}, \quad \bar{A} = \frac{A(\eta)}{A_0}, \quad d^2 = \frac{A_0 \ell^2}{I_0}, \quad \mu = \frac{\kappa E}{G}$$

$$G_{pk}: G_{12}=G_{21}=G_{56}=G_{65}=r(\eta), \quad G_{31}=G_{64}=1, \quad G_{43}=\frac{1}{I}, \quad G_{52}=\frac{1}{d^2 \bar{A}}, \quad G_{61}=\frac{\mu}{d^2 \bar{A}}, \quad \text{other } G_{pk}=0$$

$\delta_{ip}$  : Kronecker のデルタ関数,  $\sum$  : 中間支点部の総和 ( $p=1\sim 6, K=1\sim 6$ )

部材軸上の無次元変数  $\xi$  の原点を部材左端にとり、式(2)を変域  $[0, \eta]$  で積分方程式に変換すると

$$X_p(\eta) = X_p(0) + \int_0^\eta \sum_{k=1}^6 G_{pk}(\xi) X_k(\xi) d\xi + \int_0^\eta \frac{P_{yo} \ell^2}{EI_0} \delta(\xi - a_0) \delta_{1p} d\xi + \int_0^\eta \sum_j \dot{R}_{uj} \delta(\xi - b_{0j}) \delta_{1p} d\xi + \int_0^\eta \sum_j \dot{R}_{wj} \delta(\xi - b_{0j}) \delta_{2p} d\xi \quad (3)$$

全変域  $[0, 1]$ 、即ち部材軸を  $m$  等分し、左側等分点より順に  $0, 1, 2, \dots, i, m$  なる番号をつけ、式(3)に等間隔の数値積分を適用すると式(4)となる (図-3)。

$$X_{pi} = X_{p0} + \sum_{f=0}^i \sum_{k=1}^6 \beta_{if} G_{pkf} X_{kf} + \frac{P_{yo} \ell^2}{EI_0} U(i - a_0) \delta_{1p} + \sum_j \dot{R}_{uj} U(\eta - b_{0j}) \delta_{1p} + \sum_j \dot{R}_{wj} U(\eta - b_{0j}) \delta_{2p} \quad (4)$$

$$\text{ここに、} U(i - a_0) = \begin{cases} 0, & i < a_0 \\ 0.5, & i = a_0 \\ 1.0, & i > a_0 \end{cases} \quad U(\eta - b_{0j}) = \begin{cases} 0, & \eta < b_{0j} \\ 0.5, & \eta = b_{0j} \\ 1.0, & \eta > b_{0j} \end{cases} \quad \beta_{if} : \text{Simpson 公式の重み係数}$$

式(4)の変数係数連立方程式に境界条件を考慮の上、左側等分点より順に連立方程式の解を求めると、法線方向単位集中荷重  $P_{yo}$  が作用した場合の、任意点  $i$  における変位の離散化グリーン関数  $\bar{\theta}_i (=X_{4i})$ ,  $\bar{w}_i (=X_{5i} \ell)$ ,  $\bar{u}_i (=X_{6i} \ell)$  は式(5), (6a)~(6d)となる。

$$X_{pi} = \sum_{d=1}^6 a_{pid} X_{do} + \sum_j b_{pij} \dot{R}_{uj} + \sum_j c_{pij} \dot{R}_{wj} + q_{pi} \quad (5)$$

$$\text{ここに、} a_{pid} = \sum_{t=1}^6 r_{pt} a_{tod} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} a_{tkd} \quad (6a)$$

$$b_{pij} = \sum_{t=1}^6 r_{pt} b_{toj} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} b_{tkj} \quad (6b)$$

$$c_{pij} = \sum_{t=1}^6 r_{pt} c_{toj} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} c_{tkj} \quad (6c)$$

$$q_{pi} = \sum_{t=1}^6 r_{pt} q_{to} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} q_{tk} + \frac{P_{yo} \ell^2}{EI_0} r_{p1} U(i - a_0) \delta_{1p} + r_{p1} \sum_j \dot{R}_{uj} U(\eta - b_{0j}) \delta_{1p} + r_{p2} \sum_j \dot{R}_{wj} U(\eta - b_{0j}) \delta_{2p} \quad (6d)$$

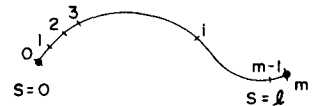


図-3. 曲線桁橋軸上の等分割点

なお、 $X_{do}$  は左端支点位置での諸量でいわゆる積分定数であり、境界条件によって決定される。また、式(5), (6a)~(6d)中の  $r_{pt}$ ,  $B_{pt}$ ,  $a_{tod}$ ,  $a_{tkd}$  等の内容は、APPENDIX-1を参照のこと。

同様に、単位集中荷重  $P_{xo}$  が接線方向に作用する場合の変位のグリーン関数  $\bar{\theta}_i (=X_{4i})$ ,  $\bar{w}_i (=X_{5i} \ell)$ ,  $\bar{u}_i (=X_{6i} \ell)$ , および単位集中モーメント  $M_{zo}$  が作用する場合の変位のグリーン関数  $\bar{\theta}_i (=X_{4i})$ ,  $\bar{w}_i (=X_{5i} \ell)$ ,  $\bar{u}_i (=X_{6i} \ell)$  は、各々式(5), (7a)~(7d), 式(5), (8a)~(8d)となる。

〈単位集中荷重  $P_{x0}$  が接線方向に作用した場合〉

$$a_{pid} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} a_{tod} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} a_{tkd} \quad (7a)$$

$$b_{pij} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} b_{toj} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} b_{tkj} \quad (7b)$$

$$c_{pij} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} c_{toj} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} c_{tkj} \quad (7c)$$

$$Q_{pi} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} Q_{to} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} Q_{tk} \\ + \frac{P_{x0} \ell^2}{EI_0} \gamma_{p2} U(i-a_0) \delta_{2p} \\ + \gamma_{p1} \sum_j \overset{***}{R}_{uj} U(\eta - b_{oj}) \delta_{1p} \\ + \gamma_{p2} \sum_j \overset{***}{R}_{wj} U(\eta - b_{oj}) \delta_{2p} \quad (7d)$$

〈単位集中モーメント  $M_{z0}$  が作用した場合〉

$$a_{pid} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} a_{tod} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} a_{tkd} \quad (8a)$$

$$b_{pij} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} b_{toj} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} b_{tkj} \quad (8b)$$

$$c_{pij} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} c_{toj} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} c_{tkj} \quad (8c)$$

$$Q_{pi} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} Q_{to} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} Q_{tk} \\ + \frac{M_{z0} \ell}{EI_0} \gamma_{p3} U(i-a_0) \delta_{3p} \\ + \gamma_{p1} \sum_j \overset{***}{R}_{uj} U(\eta - b_{oj}) \delta_{1p} \\ + \gamma_{p2} \sum_j \overset{***}{R}_{wj} U(\eta - b_{oj}) \delta_{2p} \quad (8d)$$

ここに、 $\overset{**}{R}_{uj}$ 、 $\overset{**}{R}_{wj}$ 、 $\overset{***}{R}_{uj}$ 、 $\overset{***}{R}_{wj}$  はそれぞれ  $P_{x0}$ 、 $M_{z0}$  が作用した場合の無次元化した中間支点反力を示す。

## 2-2. 自由振動解析の定式化

曲線桁橋の面内問題に関する運動方程式は、調和振動の仮定のもとに変形すると、式(9a)~(9f)となる。

$$\frac{dQ}{dS} + \frac{N}{R(s)} = -\rho A \omega^2 u + \sum_j R_{uj} \delta(s - b_j) \quad (9a) \quad \frac{d\theta}{dS} = -\frac{M}{EI} \quad (9d)$$

$$\frac{dN}{dS} - \frac{Q}{R(s)} = -\rho A \omega^2 w + \sum_j R_{wj} \delta(s - b_j) \quad (9b) \quad \frac{dW}{dS} = \frac{N}{EA} + \frac{u}{R(s)} \quad (9e)$$

$$\frac{dM}{dS} - Q = \rho I \omega^2 \theta \quad (9c) \quad \frac{dU}{dS} = \frac{\kappa Q}{GA} + \theta - \frac{W}{R(s)} \quad (9f)$$

ここに、 $Q$ 、 $N$ 、 $M$ 、 $R_{wj}$ 、 $R_{uj}$  はそれぞれせん断力、軸力、曲げモーメントおよび中間支点  $b_j$  位置での接線方向反力、法線方向反力であり、 $\theta$ 、 $w$ 、 $u$  は軸接線回転角、接線方向変位、法線方向変位を表し、 $\rho$ 、 $\omega$  は、単位体積質量、固有円振動数を示す。

単位集中荷重  $P_{y0}$ 、 $P_{x0}$  による変位のグリーン関数  $\bar{u}$ 、 $\bar{w}$ 、単位集中モーメント荷重  $M_{z0}$  による回転角のグリーン関数  $\bar{\theta}$  を、式(9a)、(9b)、(9c)の両辺に各々乗じ、これを全変域  $[0, \ell]$  について積分した次式から自由振動解析の定式化を行う。

$$\int_0^\ell \left( \frac{dQ}{dS} + \frac{N}{R(s)} \right) \bar{u} dS = - \int_0^\ell \rho A \omega^2 \bar{u} \bar{u} dS + \int_0^\ell \sum_j R_{uj} \delta(s - b_j) \bar{u} dS \quad (10a)$$

$$\int_0^\ell \left( \frac{dN}{dS} - \frac{Q}{R(s)} \right) \bar{w} dS = - \int_0^\ell \rho A \omega^2 \bar{w} \bar{w} dS + \int_0^\ell \sum_j R_{wj} \delta(s - b_j) \bar{w} dS \quad (10b)$$

$$\int_0^\ell \left( \frac{dM}{dS} - Q \right) \bar{\theta} dS = \int_0^\ell \rho I \omega^2 \bar{\theta} \bar{\theta} dS \quad (10c)$$

式(10a)の左辺を部分積分し、境界条件を考慮の上、式(1a)~(1f)、(9a)~(9f)を使用して変形すると式(11)が得られる。

$$P_{y0} u(a) = \int_0^\ell \rho A \omega^2 \bar{u} \bar{u} dS + \int_0^\ell \rho A \omega^2 \bar{w} \bar{w} dS + \int_0^\ell \rho I \omega^2 \bar{\theta} \bar{\theta} dS \quad (11)$$

ここで、変断面の要素を考慮の上、次の無次元量を導入すると式(12)となる。

$$\lambda^4 = \frac{\rho A \omega^2 \ell^4}{EI_0}, \quad F(\eta) = \frac{\bar{I}(\eta)}{d^2} \quad \text{ここに } \lambda: \text{振動数パラメーター} \quad \eta_a \text{点: ソース点} \\ \eta \text{点: 積分点}$$

$$\frac{u(\eta_a)}{\lambda^4} = \int_0^1 \bar{A}(\eta) \bar{u} \bar{u} d\eta + \int_0^1 \bar{A}(\eta) \bar{w} \bar{w} d\eta + \int_0^1 F(\eta) \bar{\theta} \bar{\theta} d\eta \quad (12)$$

同様に、変位のグリーン関数  $\bar{w}$ 、 $\bar{\theta}$  に関する積分方程式を誘導すると、式(13)、(14)となる。

$$\frac{w(\eta_a)}{\lambda^4} = \int_0^1 \bar{A}(\eta) \bar{u} \bar{u} d\eta + \int_0^1 \bar{A}(\eta) \bar{w} \bar{w} d\eta + \int_0^1 F(\eta) \bar{\theta} \bar{\theta} d\eta \quad (13)$$

$$\frac{\theta(\eta_a)}{\lambda^4} = \int_0^1 \bar{A}(\eta) \bar{u} \bar{u} d\eta + \int_0^1 \bar{A}(\eta) \bar{w} \bar{w} d\eta + \int_0^1 F(\eta) \bar{\theta} \bar{\theta} d\eta \quad (14)$$

これらの面内振動問題に関する連立積分方程式の解を解析的に求めることは不可能であると判断されるゆえ、本文では曲線桁橋の部材軸を  $n$  等分し、式(12)、(13)、(14)の積分方程式に等間隔の数値積分法を適用し、変換した変数係数連立方程式の係数行列式をゼロとする固有値問題として解析する。ここに、離散的な変位のグリーン関数を使用することで、係数行列式の対角要素に振動数パラメーター  $\lambda$  を含む標準形の固有値解析が可能となる。式(12)、(13)、(14)を数値積分手法で変形した結果を示すと式(15)となる。行列要素の内訳はAPPENDIX-2<sup>5)</sup>に示す。

$$\begin{bmatrix} \bar{U} & \bar{W} & \bar{\Theta} \\ \bar{U} & \bar{W} & \bar{\Theta} \\ \bar{U} & \bar{W} & \bar{\Theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \\ \Theta \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda^4} \begin{bmatrix} U \\ W \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

### 3. 振動形解析法による直接応答解析

図-4に示すように、橋台及び橋脚を含め、 $N$ 個の支点を有する曲線桁橋を考える。いま、この橋梁の各支点における水平地盤変位を  $\Delta_j(t)$ 、( $j=1, 2, \dots, k, \dots, N$ )とし、次に $k$ なる支点のみが  $\Delta_k(t)=1$ なる静変位を生じたときの弾性変形曲線の接線方向変位を  $w_k(s)$ 、法線方向変位を  $u_k(s)$ とすれば、地盤と構造物との動的相対変位に関する構造物の強制振動方程式は式(16a)~(16f)となる。

$$\frac{\partial Q(s,t)}{\partial S} + \frac{N(s,t)}{R(s)} = \rho A \frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial u(s,t)}{\partial t} + \rho A_j \sum_{j=1}^N u_j(s) \ddot{\Delta}_j(t) + \sum_{j=1}^N R_{uj}(t) \delta(s-b_j) \quad (16a)$$

$$\frac{\partial N(s,t)}{\partial S} - \frac{Q(s,t)}{R(s)} = \rho A \frac{\partial^2 w(s,t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial w(s,t)}{\partial t} + \rho A_j \sum_{j=1}^N w_j(s) \ddot{\Delta}_j(t) + \sum_{j=1}^N R_{wj}(t) \delta(s-b_j) \quad (16b)$$

$$\frac{\partial M(s,t)}{\partial S} - Q(s,t) = 0 \quad (16c)$$

$$\frac{\partial \theta(s,t)}{\partial S} + \frac{M(s,t)}{EI} = 0 \quad (16d)$$

$$\frac{\partial w(s,t)}{\partial S} - \frac{u(s,t)}{R(s)} - \frac{N(s,t)}{EA} = 0 \quad (16e)$$

$$\frac{\partial u(s,t)}{\partial S} + \frac{w(s,t)}{R(s)} - \theta(s,t) - \frac{\kappa Q(s,t)}{GA} = 0 \quad (16f)$$

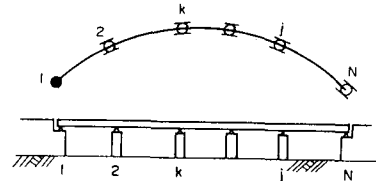


図-4. 連続曲線桁橋

ここに、 $w(s,t)$ 、 $u(s,t)$ 、 $\theta(s,t)$ は、静的弾性変形曲線を基線とする動的相対変位を、 $Q(s,t)$ 、 $N(s,t)$ 、 $M(s,t)$ は、相対変位に伴う断面力を、また  $c$ は減衰係数、 $\cdot$ は時間微分を表す。

いま、式(16a)~(16f)に対して振動形解析法を適用し、第  $i$  次の接線方向基準座標  $a_{5i}(t)$ 、法線方向基準座標  $a_{6i}(t)$ を用いると応答変位は次式で表わせる。

$$w(s,t) = \sum_{i=1}^n w_i(s) a_{5i}(t) \quad (17a) \quad u(s,t) = \sum_{i=1}^n u_i(s) a_{6i}(t) \quad (17b)$$

また、応答断面力、反力も基準座標  $a_{5i}(t)$ 、 $a_{6i}(t)$ で構成する式(18a)~(18d)を仮定すると、式(17c)~(17h)と表せる。

$$Q(s,t) = \sum_{i=1}^n Q_i(s) a_{1i}(t) \quad (17c) \quad N(s,t) = \sum_{i=1}^n N_i(s) a_{2i}(t) \quad (17d)$$

$$M(s,t) = \sum_{i=1}^n M_i(s) a_{3i}(t) \quad (17e) \quad \theta(s,t) = \sum_{i=1}^n \theta_i(s) a_{4i}(t) \quad (17f)$$

$$R_{wj}(t) = \sum_{i=1}^n R_{wji} a_{2i}(t) \quad (17g) \quad R_{uj}(t) = \sum_{i=1}^n R_{uji} a_{1i}(t) \quad (17h)$$

$$\text{ここに、} a_{1i}(t) = \beta_{Q5} a_{5i}(t) + \beta_{Q6} a_{6i}(t) \quad (18a) \quad a_{2i}(t) = \beta_{N5} a_{5i}(t) + \beta_{N6} a_{6i}(t) \quad (18b)$$

$$a_{3i}(t) = \beta_{M5} a_{5i}(t) + \beta_{M6} a_{6i}(t) \quad (18c) \quad a_{4i}(t) = \beta_{\theta 5} a_{5i}(t) + \beta_{\theta 6} a_{6i}(t) \quad (18d)$$

また、 $Q_i(s)$ 、 $N_i(s)$ 、 $M_i(s)$ 、 $\theta_i(s)$ 、 $w_i(s)$ 、 $u_i(s)$ 、 $R_{wji}$ 、 $R_{uji}$ は、第  $i$  次の固有振動モードを示す。

また、支点  $j = k$  点に着目した場合で、静的単位変位  $\Delta_k(t) = 1$  による基礎方程式は式(19a)~(19f)となる(図-5)。

$$\frac{dQ_k}{dS} + \frac{N_k}{R(s)} = \sum_{j=1}^N R_{ujk} \delta(s - b_j) \quad (19a)$$

$$\frac{dN_k}{dS} - \frac{Q_k}{R(s)} = \sum_{j=1}^N R_{wjk} \delta(s - b_j) \quad (19b)$$

$$\frac{dM_k}{dS} - Q_k = 0 \quad (19c) \quad \frac{dW_k}{dS} - \frac{U_k}{R(s)} = \frac{N_k}{EA} \quad (19e)$$

$$\frac{d\theta_k}{dS} + \frac{M_k}{EI} = 0 \quad (19d) \quad \frac{dU_k}{dS} + \frac{W_k}{R(s)} = \theta_k + \frac{\kappa Q_k}{GA} \quad (19f)$$

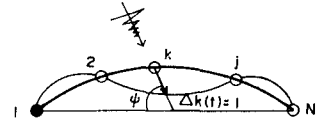


図-5.  $k$ 支点のみ  $\Delta_k(t) = 1$  となる静変位を生じたときの変形曲線

式(16a)~(16f)に、式(17a)~(17h)、式(19a)~(19f)及び式(9a)~(9f)を代入し、無次元量を使って式を整理すると、式(20a)~(20f)が求る。ここに、 $\bar{\Delta}_j = \Delta_j / \ell$ 、 $\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$ 、 $\alpha = \frac{\rho_0 A_0}{EI_0} \ell^4$ 、 $\rho_0$ は基準単位体積質量とする。また、以下  $a_{pi}(t)$  は  $a_{pi}$  で表示する。

$$\sum_{i=1}^n \gamma X_{2i} (a_{2i} - a_{1i}) + \sum_{i=1}^n \bar{\rho} \bar{A} \lambda^4 X_{6i} a_{1i} + \sum_{i=1}^n \bar{\rho} \bar{A} \alpha X_{6i} \ddot{a}_{6i} + \frac{C}{\rho_0 A_0} \sum_{i=1}^n \alpha X_{6i} \dot{a}_{6i} = -\bar{\rho} \bar{A} \sum_{j=1}^N u_j(s) \alpha \ddot{\bar{\Delta}}_j \quad (20a)$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma X_{1i} (a_{2i} - a_{1i}) + \sum_{i=1}^n \bar{\rho} \bar{A} \lambda^4 X_{5i} a_{2i} + \sum_{i=1}^n \bar{\rho} \bar{A} \alpha X_{5i} \ddot{a}_{5i} + \frac{C}{\rho_0 A_0} \sum_{i=1}^n \alpha X_{5i} \dot{a}_{5i} = -\bar{\rho} \bar{A} \sum_{j=1}^N w_j(s) \alpha \ddot{\bar{\Delta}}_j \quad (20b)$$

$$a_{3i} = a_{1i} \quad (20c) \quad a_{4i} = a_{3i} \quad (20d)$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma X_{6i} (a_{5i} - a_{6i}) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\bar{A} \cdot d^2} X_{2i} (a_{5i} - a_{2i}) \quad (20e)$$

$$\sum_{i=1}^n \gamma X_{5i} (a_{5i} - a_{6i}) + \sum_{i=1}^n X_{4i} (a_{6i} - a_{4i}) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu \bar{A} d^2} X_{1i} (a_{6i} - a_{1i}) \quad (20f)$$

ここで、振動モードの直交性を利用して式を整理すると、式(21a)~(21d)となる。

$$\ddot{a}_{5i} + 2h_i \omega_i \dot{a}_{5i} - \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{B_1}{B_2} a_{1i} + \frac{1}{\alpha} (\lambda^4 + \frac{B_1}{B_2}) a_{2i} = -\frac{B_3}{B_2} \ddot{\bar{\Delta}}_j \quad (21a)$$

$$\ddot{a}_{6i} + 2h_i \omega_i \dot{a}_{6i} + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{A_1}{A_2} a_{2i} + \frac{1}{\alpha} (\lambda^4 - \frac{A_1}{A_2}) a_{1i} = -\frac{A_3}{A_2} \ddot{\bar{\Delta}}_j \quad (21b)$$

$$a_{1i} = (1 + \frac{D_1}{D_3 - D_2}) a_{6i} + (\frac{-D_1}{D_3 - D_2}) a_{5i} \quad (21c)$$

$$a_{2i} = (1 - \frac{C_1}{C_2}) a_{5i} + \frac{C_1}{C_2} a_{6i} \quad (21d)$$

式(21a)~(21d)を  $a_{5i}$ 、 $a_{6i}$  について整理すると、

$$\ddot{a}_{5i} + \Omega_{11} \dot{a}_{5i} + \Omega_{12} a_{5i} + \Omega_{13} a_{6i} = -\Omega_{14} \ddot{\bar{\Delta}}_j \quad (22a)$$

$$\ddot{a}_{6i} + \Omega_{21} \dot{a}_{6i} + \Omega_{22} a_{5i} + \Omega_{23} a_{6i} = -\Omega_{24} \ddot{\bar{\Delta}}_j \quad (22b)$$

ここに、

$$\beta_{Q5} = \frac{D_1}{D_3 - D_2}, \quad \beta_{Q6} = 1 + \frac{D_1}{D_3 - D_2}, \quad \beta_{N5} = 1 - \frac{C_1}{C_2}, \quad \beta_{N6} = \frac{C_1}{C_2}, \quad a_{1i} = a_{3i} = a_{4i}, \quad h_i = \frac{c}{2\rho A} \frac{1}{\omega_i}$$

$\Omega_{11} \sim \Omega_{14}$ 、 $\Omega_{21} \sim \Omega_{24}$ 、 $A_1 \sim A_3$ 、 $B_1 \sim B_3$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $D_1 \sim D_3$  は APPENDIX-3 を参照のこと。

式(22a)、(22b)の連立2階常微分方程式を連立1階常微分方程式に変換し、Runge-Kutta-Gill法による数値計算法を適用すれば基準座標は求まり、この結果を式(17a)~(17h)に代入することで所要の応答結果が得られる。

#### 4. 数値解析例

##### 4-1. 解析対象橋の諸元と入力地震波

ここでは、実橋に近い構造諸元を有する単純曲線箱桁橋（表-1参照）を想定して数値計算を実施した。

表-1. 構造諸元

型式	: 単純非谷成曲線箱桁橋	断面積(A)	: 0.165 m <sup>2</sup>
支間(ℓ)	: 55.0 m	断面2次モーメント(I)	: 0.150 m <sup>4</sup>
幅員	: 6.2 m	単位死荷重	: 7.503 t f / m
橋格	: TL-14	減衰定数(h)	: 0.02 (各モードとも共通)
曲率半径(R)	: 52.52 m	境界条件	: 図-7参照

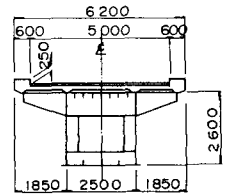
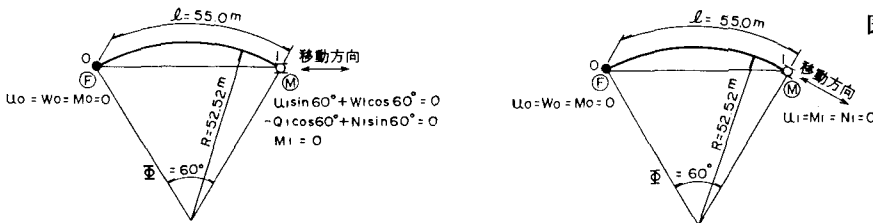


図-6. 断面形状

解析対象橋の平面骨組形状は図-7のa) b) に示す2ケースとする。



a) TYPE 1 : 固定支承方向移動モデル

b) TYPE 2 : 桁接線方向移動モデル

図-7. 平面骨組形状

数値計算で使用する地震波は、岩盤を直接基礎とする重力式橋台から入力すると仮定し、道路橋示方書耐震設計編<sup>6)</sup>のI種地盤用標準波形（修正開北橋記録）を使用する（図-8）。ここに、最大加速度は102.24gal，継続時間は15秒とした。

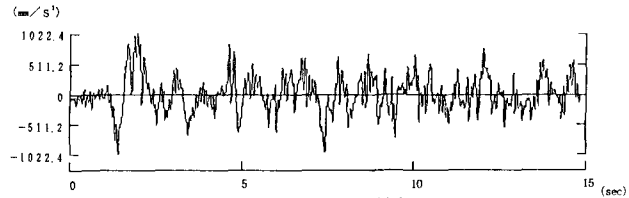


図-8. 時刻歴応答解析用波形

##### 4-2. 自由振動性状

モデル橋の数値解析を実施するに当たり、本文で示した離散化グリーン関数による自由振動解析法の有効性を確認するため、解の収束性と精度について検証した（表-2を参照）。ここでmは、変形のグリーン関数を求める際の分割数を、nは、固有値算定のための分割数を示す。理論的には、分割数を無限大とすれば解析解に一致するが、本例では、5次までの振動数パラメーターが、n=m=30の分割でマトリックス変位法(FEM)による解析結果に対し0.5%以下の値となる。そこで、モデル橋では、この分割数を採用して解析を進めた。

表-2. 振動数パラメーターλの収束性

モード	分割数	TYPE 1			TYPE 2		
		m	20	30	40	20	30
1-st	10	3.0889	3.0886	3.0881	2.7783	2.7781	2.7778
	20	3.0761	—	3.0748	2.7667	—	2.7657
	30	—	3.0705	—	—	2.7621	—
	FEM	—	3.0611	—	—	2.7542	—
2-nd	10	6.1133	6.1083	6.1051	6.0839	6.0790	6.0759
	20	6.1154	—	6.1060	6.0854	—	6.0761
	30	—	6.1088	—	—	6.0787	—
	FEM	—	6.1046	—	—	6.0750	—
3-rd	10	9.4197	9.4083	9.4011	9.2749	9.2611	9.2541
	20	9.4360	—	9.4015	9.2732	—	9.2426
	30	—	9.4109	—	—	9.2473	—
	FEM	—	9.3871	—	—	9.2254	—
4-th	10	10.4739	10.4549	10.4582	10.5883	10.5719	10.5754
	20	10.3553	—	10.3540	10.4990	—	10.4959
	30	—	10.2795	—	—	10.4481	—
	FEM	—	10.2489	—	—	10.4080	—
5-th	10	12.7273	12.6873	12.6524	12.6018	12.5716	12.5357
	20	12.7471	—	12.6675	12.6214	—	12.5403
	30	—	12.6878	—	—	12.5614	—
	FEM	—	12.7137	—	—	12.5178	—

本文で示した自由振動解析法から求めた、モデル橋の自由振動性状を図-9に示す。TYPE2の接線方向移動モデルが、TYPE1より僅かに長周期系であることが分かる。4次の振動モードは、細長比が50程度で発生する特殊な非対称形振動モードである。詳しくは文献(7)を参照のこと。

### 4-3. 支承部の動的応答特性

可動支承の移動方向が相違する、TYPE1, TYPE2のモデル橋について、地震入射角に対する支承部の反力・移動応答スペクトル曲線を、図-10, 11, 12に示す。地震入射角は、支承間を結ぶ弦に対する角度であり、 $\psi = 0^\circ \sim 180^\circ$ の範囲を検討した。また、振動モードは4次までを考慮した。

数値解析結果により可動支承については、TYPE1, TYPE2ともに、地震入射角が、 $\psi = 60^\circ, 150^\circ$ 付近で反力および移動量はピークとなること、また可動支承の移動方向が変化しても、入射角の相違による応答結果の全体的傾向には顕著な差は認められないことが分かる。

また、固定支承側の合成反力と地震入射角との関係は、TYPE2は可動支承反力と同じ入射角付近にピークを持つが、TYPE1については最大値が $\psi = 0^\circ$ 付近に存在することが分る。

次に、支承反力、および可動支承部の移動量の最大値は、TYPE2の桁接線方向移動モデルが、TYPE1に対して上まわる結果となっている。

この結果を得るに至った、支承部における地震入射角 $60^\circ$ の場合の反力・移動応答波形を図-13に示す。

	TYPE 1 ; 1G・FM	TYPE 2 ; 1S・FM
1-st	F M 1.006 (HZ)	F M 0.814 (HZ)
2-nd	F M 3.982 (HZ)	F M 3.943 (HZ)
3-rd	F M 9.451 (HZ)	F M 9.126 (HZ)
4-th	F M 11.316 (HZ)	F M 11.650 (HZ)
5-th	F M 17.180 (HZ)	F M 16.840 (HZ)

図-9. 自由振動特性

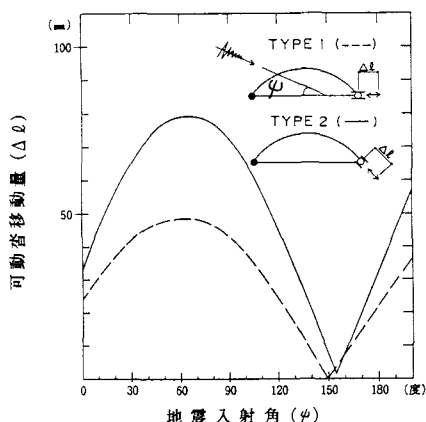


図-10. 入射角-移動  
応答スペクトル曲線

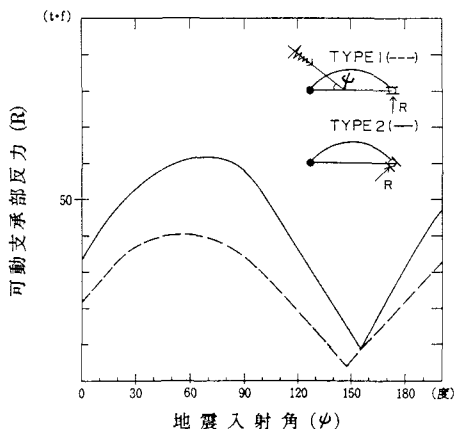


図-11. 入射角-可動支承反力  
応答スペクトル曲線

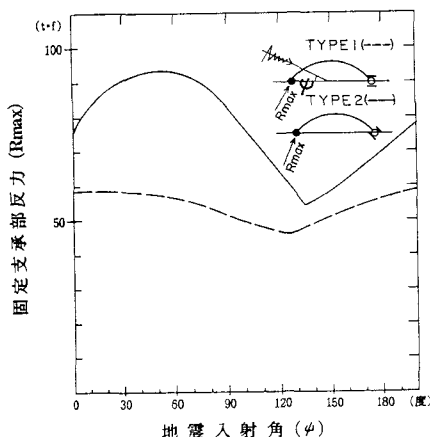


図-12. 入射角-固定支承反力  
応答スペクトル曲線



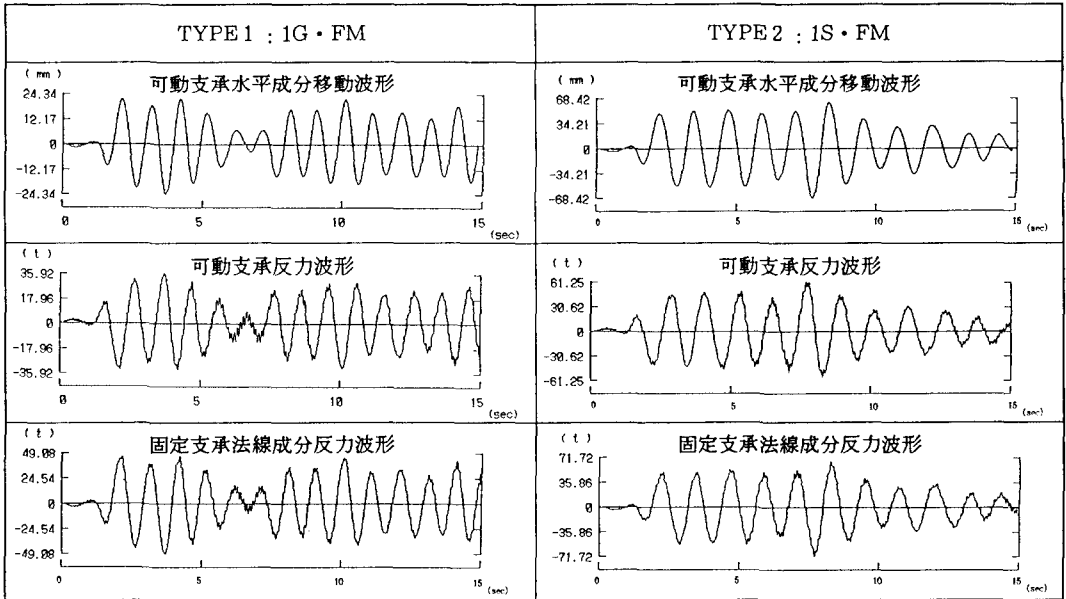


図-13. 支承部における反力・移動応答波形

以上は橋梁中心角を $60^\circ$ に限定した応答結果である。次に、曲線桁橋の中心角と地震入射角との関係が可動支承部応答におよぼす影響を調べるため、モデル橋の中心角を変えて最悪地震入射角の数値解析を試みた。

この結果を図-14に示す。図中の直線は、解析結果を参考とした最悪地震入射角と橋梁中心角との推定式(23a), (23b)である。可動支承部の最大(最小)応答を生起する最悪地震入射角は、曲線桁橋の中心角と、入力地震波と橋梁の相互の周波数特性に支配されるが、モデル橋ではほぼこの式に近接して存在すると推察される。

$$\text{最大応答} : \phi_{cr} = -\frac{\Phi}{2} + \frac{\pi}{2} \quad (23a)$$

$$\text{最小応答} : \phi_{cr} = -\frac{\Phi}{2} + \pi \quad (23b)$$

ここに、 $\phi_{cr}$  : 最悪地震入射角 (rad)  
 $\Phi$  : 曲線桁橋の中心角 (rad)

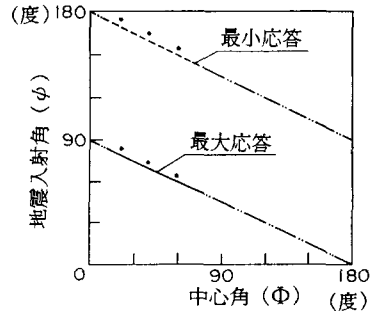
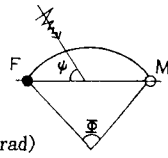


図-14. 最悪地震入射角と橋梁中心角

#### 4-4. 慣用計算法による解析

動的支承反力と、震度法による反力との比較を目的に、参考文献(8)の慣用計算法をモデル橋に適用し、静的な地震荷重を作用させた場合の支承部反力を求めた(表-3)。

計算水平震度は、 $K_h = \frac{\alpha}{g} = \frac{102.24}{980} = 0.104$ とする。ここで図-15に示すようにX軸方向荷重による着目支承方向の水平反力： $R_{xX}$ ,  $R_{yX}$

Y軸方向荷重による着目支承方向の水平反力： $R_{xY}$ ,  $R_{yY}$

とすると、最大反力( $R_{max}$ )は次式で求まる。

$$R_{xmax} = \sqrt{R_{xX}^2 + R_{xY}^2}, \quad R_{ymax} = \sqrt{R_{yX}^2 + R_{yY}^2}, \quad R_{max} = \sqrt{R_{xmax}^2 + R_{ymax}^2} \quad (24)$$

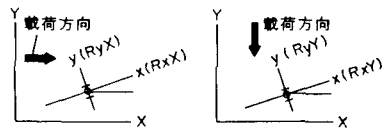


図-15. 座標系

表-3. 慣用計算法と動的解析法による支承反力の比較 (tf)

			X軸方向荷重時		Y軸方向荷重時		Rxmax	Rymax	Rmax
			RxX	RyX	RxY	RyY			
TYPE 1	固定支点	震度法	40.9	16.5	9.9	19.6	42.1	25.6	49.2
		動解	52.6	27.1	30.2	43.5			59.2( $\psi=0^\circ$ )
	可動支点	震度法	0	-3.9	0	22.0	0	22.3	22.3
		動解	0	22.6	0	36.0			39.7( $\psi=60^\circ$ )
TYPE 2	固定支点	震度法	42.9	17.6	-1.3	25.3	42.9	30.8	52.8
		動解	68.9	38.1	59.9	61.2			95.0( $\psi=55^\circ$ )
	可動支点	震度法	0	-4.5	0	25.3	0	25.7	25.7
		動解	0	33.3	0	57.3			61.2( $\psi=65^\circ$ )

以上の解析結果より、動的  
反力の応答値と震度法に  
よる反力とは、1.2~2.4倍  
の差が生じている。道路橋  
示方書・同解説 耐震設計  
編によると、橋梁端部での  
斜角の小さい曲線橋におい  
ては動的応答解析を実施す  
ることとしているが、支承  
設計上の観点からも本解析  
結果より動的解析の必要性  
が確認できた。

## 5. 結 言

曲線桁橋に水平地震力が作用した場合の支承部の動的応答は、可動支承の移動方向や地震入射角、さらに曲線桁橋の中心角などの影響により複雑な反力・移動特性を示し、この結果が曲線桁橋の支承の損傷原因の一因であることが知られていた。しかし、今日までこの問題についての研究成果が少なく、設計者側の技術的判断にたよる状況にあった。本文は、この問題に関する研究の第一歩に位置づけられるもので、導出した直接応答計算法による解析結果から、円弧形単純曲線桁橋の支承部動的応答について可動支承の移動方向の影響、最悪地震入射角、曲線桁橋の中心角に関する相互関係がある程度明らかとなった。さらに、従来の震度法のみでは支承部の設計は不十分であり、動的応答計算が場合によっては必要であることも確認した。

今後は、この解析法を利用して、任意形状を有する曲線桁橋あるいは曲線連続桁橋について、最悪地震入射角の探索と、支承部の地震応答に関する問題点を明らかとし設計における指針を作成することとしたい。

最後に、本研究を遂行する中で、長崎大学大学院工学研究科 構造工学専攻 大学院生 川添 和美氏には数値解析の実施にあたり格別の協力をいただきました。ここに、衷心よりお礼申し上げます。

## APPENDIX-1】式(5)、(6a)~(6d)の補足説明

$r_{pt}$  について：式(4)を $X_{pi}$ について変形すると下式となり、 $r_{pt}$ は式(a-1)の係数行列 $[K_{tp}]$ の逆行列となる。

$$[K_{tp}] [X_{pi}] = [Z] \quad (a-1)$$

$$[r_{pt}] = [K_{tp}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_{ii} G_{12i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_{ii} G_{21i} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_{ii} G_{31i} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta_{ii} G_{43i} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{ii} G_{52i} & 0 & 0 & 1 & -\beta_{ii} G_{56i} \\ \beta_{ii} G_{61i} & 0 & 0 & -\beta_{ii} G_{64i} & \beta_{ii} G_{65i} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (a-2)$$

$$B_{pt} \text{の要素について: } \begin{bmatrix} B_{p1} \\ B_{p2} \\ B_{p3} \\ B_{p4} \\ B_{p5} \\ B_{p6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{p2} G_{21} + \gamma_{p3} G_{31} - \gamma_{p6} G_{61} \\ -\gamma_{p1} G_{12} - \gamma_{p5} G_{52} \\ \gamma_{p4} G_{43} \\ \gamma_{p6} G_{64} \\ -\gamma_{p6} G_{65} \\ \gamma_{p5} G_{56} \end{bmatrix} \quad (a-3)$$

(p=1~6)

式(6a)~(6d)について: 任意の*i*点における断面力および変位 $X_{pi}$  (p=1~6)は、構造系左端基準点(s=0)の断面力、変位 $X_{p0}$ を用いると式(a-4)で表示できる。

$$X_{pi} = \sum_{d=1}^6 a_{pid} X_{d0} + \sum_j b_{pij} \overset{*}{R}_{uj} + \sum_j c_{pij} \overset{*}{R}_{wj} + q_{pi} \quad (a-4)$$

(p=1~6, j=1~N)

一方、式(4)より $X_{pi}$ について式を変形すると式(a-5)となる。

$$X_{pi} = \sum_{t=1}^6 \gamma_{pt} X_{t0} + \sum_{t=1}^6 \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} B_{pt} X_{tk} + \gamma_{p1} \frac{P_{Y0} \ell^2}{EI0} U(i-a_0) \delta_{1p} \\ + \gamma_{p1} \sum_j \overset{*}{R}_{uj} U(\eta-b_{0j}) \delta_{1p} + \gamma_{p2} \sum_j \overset{*}{R}_{wj} U(\eta-b_{0j}) \delta_{2p} \quad (a-5)$$

式(a-4)を(a-5)に代入すると、式(a-4)との恒等性から式(6a)~(6d)は求まる。

ここに $a_{pid}$ の初期値は次の通りである。

$$a_{101} = a_{202} = a_{303} = a_{404} = a_{505} = a_{606} = 1, \text{ other } a_{pod} = 0 \quad (a-6)$$

(p=1~6, d=1~6)

#### APPENDIX-2】式(19)中の係数行列要素の内訳

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{U}_{00} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{U}_{n0} \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{U}_{01} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{U}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{U}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{U}_{nn} \end{bmatrix} & \bar{\bar{U}} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{U}}_{00} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{U}}_{n0} \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{U}}_{01} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{U}}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{U}}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{U}}_{nn} \end{bmatrix} & \bar{\bar{\bar{U}}} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{\bar{U}}}_{00} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{\bar{U}}}_{n0} \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{\bar{U}}}_{01} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{\bar{U}}}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{\bar{U}}}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{\bar{U}}}_{nn} \end{bmatrix} \\ \bar{W} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{W}_{00} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{W}_{n0} \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{W}_{01} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{W}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{W}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{W}_{nn} \end{bmatrix} & \bar{\bar{W}} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{W}}_{00} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{W}}_{n0} \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{W}}_{01} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{W}}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{W}}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{W}}_{nn} \end{bmatrix} & \bar{\bar{\bar{W}}} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{\bar{W}}}_{00} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{\bar{W}}}_{n0} \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{\bar{W}}}_{01} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{\bar{W}}}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} \bar{A}_0 \bar{\bar{\bar{W}}}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} \bar{A}_n \bar{\bar{\bar{W}}}_{nn} \end{bmatrix} \\ \bar{\Theta} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} F_0 \bar{\theta}_{00} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\theta}_{n0} \\ \beta_{n0} F_0 \bar{\theta}_{01} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\theta}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} F_0 \bar{\theta}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\theta}_{nn} \end{bmatrix} & \bar{\bar{\Theta}} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} F_0 \bar{\bar{\theta}}_{00} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\bar{\theta}}_{n0} \\ \beta_{n0} F_0 \bar{\bar{\theta}}_{01} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\bar{\theta}}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} F_0 \bar{\bar{\theta}}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\bar{\theta}}_{nn} \end{bmatrix} & \bar{\bar{\bar{\Theta}}} &= \begin{bmatrix} \beta_{n0} F_0 \bar{\bar{\bar{\theta}}}_{00} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\bar{\bar{\theta}}}_{n0} \\ \beta_{n0} F_0 \bar{\bar{\bar{\theta}}}_{01} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\bar{\bar{\theta}}}_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ \beta_{n0} F_0 \bar{\bar{\bar{\theta}}}_{0n} & \cdots & \beta_{nn} F_n \bar{\bar{\bar{\theta}}}_{nn} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$U = [u_0 \ u_1 \ \cdots \ u_n]^T, \quad W = [w_0 \ w_1 \ \cdots \ w_n]^T, \quad \Theta = [\theta_0 \ \theta_1 \ \cdots \ \theta_n]^T$$

ここに、 $\beta_{ij}$ : Newton - Cotes の重み係数

APPENDIX-3】式(21a)~(21d), (22a) (22b) 中の係数

$$\left. \begin{aligned} \Omega_{11} = \Omega_{21} = 2h_i \omega_i, \quad \Omega_{12} = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{B_1}{B_2} \left( \frac{D_1}{D_3 - D_2} \right) + \left( \lambda^4 + \frac{B_1}{B_2} \right) \left( 1 - \frac{C_1}{C_2} \right) \right\}, \\ \Omega_{13} = \frac{1}{\alpha} \left\{ \left( \lambda^4 + \frac{B_1}{B_2} \right) \frac{C_1}{C_2} - \frac{B_1}{B_2} \left( 1 + \frac{D_1}{D_3 - D_2} \right) \right\}, \quad \Omega_{14} = \frac{B_3}{B_2}, \\ \Omega_{22} = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{A_1}{A_2} \left( 1 - \frac{C_1}{C_2} \right) - \left( \lambda^4 - \frac{A_1}{A_2} \right) \left( \frac{D_1}{D_3 - D_2} \right) \right\}, \\ \Omega_{23} = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{A_1}{A_2} \frac{C_1}{C_2} + \left( \lambda^4 - \frac{A_1}{A_2} \right) \left( 1 + \frac{D_1}{D_3 - D_2} \right) \right\}, \quad \Omega_{24} = \frac{A_1}{A_2} \end{aligned} \right\} \quad (b-1)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 = \int_0^1 \gamma X_{2i} X_{6i} d\eta, \quad A_2 = \int_0^1 \frac{1}{\rho A} X_{6i}^2 d\eta, \quad A_3 = \frac{1}{\rho A} \sum_{j=1}^N \int_0^1 u_j X_{6i} d\eta, \\ B_1 = \int_0^1 \gamma X_{1i} X_{5i} d\eta, \quad B_2 = \int_0^1 \frac{1}{\rho A} X_{5i}^2 d\eta, \quad B_3 = \frac{1}{\rho A} \sum_{j=1}^N \int_0^1 w_j X_{5i} d\eta, \\ C_1 = \int_0^1 \gamma X_{6i} X_{2i} d\eta, \quad C_2 = \int_0^1 \frac{X_{2i}^2}{A \cdot d^2} d\eta, \\ D_1 = \int_0^1 \gamma X_{5i} X_{1i} d\eta, \quad D_2 = \int_0^1 X_{4i} X_{1i} d\eta, \quad D_3 = \int_0^1 \frac{X_{1i}^2}{A \mu d^2} d\eta \end{aligned} \right\} \quad (b-2)$$

$A_1 \sim A_3, B_1 \sim B_3, C_1, C_2, D_1 \sim D_3$  は等間隔の数値積分法を適用した。

#### 【参考文献】

- 1) 社団法人 日本道路協会：道路橋支承便覧，PP254-294，平成3年7月
- 2) A. Der Kiureghian, W. Smeby：Probabilistic Response Spectrum Method for Multidirectional Seismic Input, Trans. 7-th SMIRT, Chicago (1983)
- 3) A. Der Kiureghian：A Response Spectrum Method for Random Vibration Analysis of MDF Systems, EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, VOL. 9, 419-435 (1981)
- 4) Wilson, E. L., and Butten, M. R.,：Three-Dimensional Dynamic Analysis for Multi-Component Earthquake Spectra, EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, VOL. 10, 471-476 (1982)
- 5) 川神雅秀, 崎山 毅, 他：離散化グリーン関数による平面骨組構造物の自由振動解析, 境界要素法論文集, 第9巻, PP. 85-90, 1992
- 6) 社団法人 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 耐震設計編, PP148, 平成2年2月
- 7) 川神雅秀, 崎山 毅, 他：任意曲線形状を有する曲線橋の自由振動性状に及ぼす支承設置方向の影響, 第17回構造工学における数値解析法シンポジウム, 平成5年7月
- 8) 社団法人 日本橋梁建設協会：鋼橋支承設計の手引き, PP85-87, 昭和59年

(1993年9月16日受付)