

強震観測データからのオンライン自動震源推定システムの開発

DEVELOPMENT OF ONLINE AUTOMATIC EVENT DETECTION AND LOCATION SYSTEM OF STRONG-MOTION MONITORING NETWORK

野田 茂* 狩野浩之**

by Shigeru NODA and Hiroyuki KANO

A real-time strong-motion data processing system was developed to detect and locate local earthquake occurring in and around the Kanto area. The strong-motion monitoring network system composed of three subsystems is operated by the Tokyo Gas Co., Ltd.. The first subsystem estimates the arrival times of P- and S-waves by using the AIC method for AR model and Kalman filter algorithm. The second subsystem determines the hypocenter location for the event detected by the first subsystem. Earthquake hypocenter with non-negative depth is located by an iterative method. Then, traveltimes, derivatives of traveltimes with respect to hypocenter location, and angles of incidence at the epicenter are computed from an earth model consisting of flat-lying constant velocity layers. The third subsystem calculates the magnitude of the earthquake. It has been demonstrated with real arrival time data for a four-station seismic array that hypocenter location and origin time calculated by the automatic system are quite reliable.

1. まえがき

都市の社会基盤施設は、構造自体の安全性と同時に、都市に住む人間の安全性・居住性や都市構造の機能的な面も保証しなければならない。都市を構成する個々の施設の機能が不能になると、都市機能の保持ができなくなる。ひいては都市機能全体の崩壊につながる恐れがある。

大都市では都市機能がインテリジェント化し、ますます高度情報化が進んでいる。近年のめざましい都市化により、地震による都市機能の低下が問題となっている。従って、都市機能の崩壊を防ぐためには、地震の発生をいち早く検知することが重要である。

地震発生後、地震発生場所に近いところで地震観測を行い、短時間で震源地や地震の規模を推定する。その推定した情報を、対象施設に地震波が到着する前に通信で知らせることができれば、被害の軽減に役立たせることができる。JRのUrEDASに代表される、このような地震早期検知・早期伝達システムができれば、それは大地震時に都市機能を守るインテリジェントコントロールシステムとなりえる。

地震工学の分野では、最近、地震観測網を用いた地震防災システムが構築されるようになってきた。しかし、大都市のライフラインに対する地震防災システムはいまだ確立されていない。都市型ライフラインは、広域かつ密なネットワークを構成しており、機能的被害を受けやすい。そのため、地震発生後なるべく早くシステム制御を行うことができるような地震時応急制御システムを開発する必要がある。

東京ガス(株)では、地震防災の見地から、都市ガス供給システムに対する制御を展開中である¹⁾。このシステムは次のようである。まず、空間的に大きな拡がりをもったシステム上に、加速度計、SIセンサーや液状化センサーなどの地震用センサーを戦略的に配置する。これらセンサーから入ってくる情報を基にして、地震による地動およびシステムの構造物としての応答などをリアルタイムに集積し、それに対応して、物理的または機能的観点から、被害状況を直ちに判定する。この判定結果に基づき、バルブなどの制御を行って、ガス供給の最適調整を、地震による被害条件の下で行うのである。このようなシステムの構築は世界でも類を見ない。

上述のように、地震観測網による多点同時観測記録を用いて、被害発生地域や被害程度を推定することは、ライフラインのシステム制御の基本である。しかし、そのためには、地震動モニタリングシステムの

* 工博 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム工学科 (〒680 鳥取市湖山町南4-101)

**工修 東京ガス(株)主任 防災・供給センター (〒105 東京都港区海岸1-5-20)

情報から、観測地震の震源位置やその規模をできるだけ正確に計算しておくことが必要である。そこで、本研究では、首都圏の広域に張り巡らされた加速度計網のリアルタイム観測記録を用いた震源推定システムを提案し、その適用例について述べる。

本研究で期待されていることは、防災上必要な精度とそれを保つ速やかな決定法であろう。そのため、上記一連の処理システムを動かすのに、本研究で開発する震源要素推定システムの計算時間が十分短く、かつ推定精度にも問題のないことを、6. の具体例によって明らかにする。なお、強震記録を利用するのは、微小地震記録と違い、これがライフラインの緊急遮断あるいは施設被害と結びつき易いからである。

震源要素(震源位置・マグニチュード)のオンライン自動処理システムは、多少の差異はあるものの、地震学の分野では既に解決済みで、気象庁、科学技術庁防災科学技術研究所や大学で実用化されている^{2),3)}。しかし、一般には、走時表と観測走時を比較して、震源を決定しているのが大部分である。そのため、本研究では、地盤構造の違いが反映されるように、理論走時とそれの震源位置に関する微分を計算(4.)した上で、自動処理・震源決定を実施する。この点は本研究の特徴であり、かつカルマンフィルターによる初動到着時刻の決定法の導入も、本論文の新しい点である。地震工学上、震源決定法に関してわかりやすく解説された成書は少ない。そこで、若干の工夫を施した上で、2. と 3. には既往の手法^{2),3)}の概要を示す。なお、既往の震源要素の推定法については文献4)にも述べているので、それも参照されたい。

図1は、本研究で提案する震源推定システムのフローを示したものである。これは、1) 逐次型同定手法による強震記録の初動時刻(P波・S波)の決定、2) 半無限地盤構造における震源の概略推定、3) 多層地盤構造における理論走時と震源位置に関するその偏微分係数の算定、4) 非負の深さを考慮した重み付き最小2乗法による震源位置と発震時刻の決定、および5) マグニチュードの推定からなる。ここでは、このアルゴリズムの適用例を示し、その有効性を検証する。

2. 震源の初期推定

反復計算によって震源情報を更新していくとき、震源の初期推定(近似解)は最終的な最適解に影響を及ぼす。従って、精密な震源決定の前処理において、信頼ある初期推定を得ることが望ましい。そこで、ここでは震源の初期推定法について述べる。

今、P波速度 V_P からなる一様な半無限の地盤構造を考える。さらに、震源と観測点の位置は、次に述べる手順で、km換算の直交座標系で表されるとする。震源位置を (x_0, y_0, z_0) 、発震時を t_0 、観測点 i の位置を (x_i, y_i, z_i) とする。観測点 i において、P波到着時刻、S波到着時刻とSP時間は、観測データから、おのおの、 $t_{P,i}^0$ 、 $t_{S,i}^0$ 、 $t_{SP,i}^0 (= t_{S,i}^0 - t_{P,i}^0)$ として得られる。P波の走時は、発震時 t_0 が未知であるので、 $T_{P,i}^0 (= t_{P,i}^0 - t_0)$ として与えられる。すると、震源距離 R_i は、 $R_i = T_{P,i}^0 V_P$ となる。

P波とS波の到着時刻およびSP時間は、文献4)で述べた方法によって求める。それには、まず、リアルタイムに観測された加速度をARモデルで表し、カルマンフィルターによって、AR係数を逐次的に計算する。相の変化時点はAICの時系列変化から検出する。AR係数を用いて、P波とS波の初動時刻を推定する方法はこれまでも用いられている³⁾。しかし、逐次型同定手法によってオンライン処理することは、著者らの発案であることを強調しておきたい。

本研究では、震央距離(単位: km)を決定するために、Richter⁵⁾の方法を用いる。

今、震央と観測点 i の緯度と経度(単位: 度)は、おのおの、 (φ_0, λ_0) と (φ_i, λ_i) とする。震央から観測点 i に至る震央距離 Δ_i は、次式によって、近似的に表せる。

$$\Delta_i = \sqrt{\{60P_i(\lambda_i - \lambda_0)\}^2 + \{60Q(\varphi_i - \varphi_0)\}^2} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 Q は緯度に対する1分当たりの距離の、 P_i は $(\varphi_0 + \varphi_i)/2 (= \bar{\varphi}_i)$ の緯度における経度に対する1分当たりの距離の換算係数(km/分)である。Richterの成書⁵⁾によれば、 Q と $P_i/\cos\bar{\varphi}_i (= P)$ の値は緯度によって極端に変わらない。これらの値は、地震計が配置されている緯度と経度から決めればよい。なお、震央から観測点 i の方位角 θ_i は、

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{P_i(\lambda_i - \lambda_0)}{Q(\varphi_i - \varphi_0)} \quad \dots\dots(2)$$

によって求められる。

観測点と震央の位置は緯度と経度によって表される。しかし、数値計算上は、直交座標系によって、これらの位置を示しておいた方が都合よい。そのため、地震計ネットワーク内に(あるいはその付近に)、座標の原点を設ける。ただし、この原点は、緯度 φ_r および経度 λ_r に対応するものとする。すると、観測点 i の位置 (x_i, y_i) は、

$$\left. \begin{aligned} x_i &= 60P_N(\lambda_i - \lambda_r) \\ y_i &= 60Q(\varphi_i - \varphi_r) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(3)$$

によって求めることができる。ただし、 P_N は、P波の最早到着観測点 N の緯度 φ_N を用いると、 $P_N = P \cos \varphi_N$ によって評価される。

P波の最早到着観測点 N からの観測点 i ($i \neq N$)の方位角 θ_i' は、

$$\theta'_i = \tan^{-1} \left(\frac{x_i - x_N}{y_i - y_N} \right) \quad \dots\dots(4)$$

によって決定される。

以下、代表的な観測点に対し、半無限地盤内の波動伝播を仮定し、第1近似解としての震源の初期推定法について述べる。ただし、代表観測点としては、後述のアイデアにより、 n 観測点の中から、4つあるいは3つの観測点を選ぶ。なお、実際の応用を考えると、どのような観測網が使用に耐えるのかについては、6.の具体例において、述べる。

(1) 代表観測点数が4のとき

代表的観測点としては、 n 観測点の中から、まず、P波初動の最早到着時刻に対応した近距離観測点(①)と、逆に最遅到着時刻での最遠観測点(②)を選ぶ。次に、最近観測点(①)と最遠観測点(②)を結ぶ線分に対し、右半面と左半面に位置する観測点を、2つのグループに分ける。右半面の観測点グループからその線分への垂線の長い、すなわち線分から最遠の観測点(③)を求める。同様に、左半面において、線分からの最遠観測点(④)を選ぶ。ただし、右半面あるいは左半面にのみ観測点が位置しているときには、線分からの垂線上にある最遠観測点(③)と次遠観測点(④)を、代表的な観測点とする。

4観測点のP時刻を用いて震源を求める場合、次式が成り立つ。

$$(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2 = V_P^2(t_{P,i}^0 - t_0)^2 \quad (i = 1 \sim 4) \quad \dots\dots(5)$$

ただし、 $i = 1$ は上記代表的観測点①に、 $i = 2$ は観測点②に、 $i = 3$ は③に、 $i = 4$ は④に対応する。

定義により、 $t_0 = t_{P,1}^0 - T_{P,1}^c$ であるので、次式が成り立つ。

$$(t_{P,i}^0 - t_0)^2 - (t_{P,1}^0 - t_0)^2 = 2T_{P,1}^c(t_{P,i}^0 - t_{P,1}^0) + (t_{P,i}^0 - t_{P,1}^0)^2 \quad (i = 2 \sim 4) \quad \dots\dots(6)$$

式(5)と(6)から、

$$2(x_i - x_1)x_0 + 2(y_i - y_1)y_0 + 2(z_i - z_1)z_0 = r_i^2 - r_1^2 - V_P^2\{2T_{P,1}^c(t_{P,i}^0 - t_{P,1}^0) + (t_{P,i}^0 - t_{P,1}^0)^2\} \quad (i = 2 \sim 4) \quad \dots\dots(7)$$

が得られる。ただし、 $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ である。

一般に、観測点の高度は震源の深さに比べて小さく、かつ観測点間の高低差は無視できると考えてもよい。従って、 $z_i - z_j \cong 0$ ($i \neq j$)と仮定すると、式(7)において、震源深さ z_0 を含む項は無視できる。その結果、震央位置 (x_0, y_0) とP波の最早走時 $T_{P,1}^c$ は、次式の連立方程式を解くことにより、求められる。

$$AY = B \quad \dots\dots(8)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} Y &= \{x_0, y_0, T_{P,1}^c\}^T \\ B &= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ r_i^2 - r_1^2 - V_P^2(t_{P,i}^0 - t_{P,1}^0)^2 \\ \vdots \end{array} \right\} \\ A_{i-1,1} &= x_i - x_1 \\ A_{i-1,2} &= y_i - y_1 \\ A_{i-1,3} &= (t_{P,i}^0 - t_{P,1}^0)V_P^2 \quad (i = 2 \sim 4) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(9)$$

連立方程式の解は、行列 A に対し、Moore-Penroseの一般逆行列を特異値分解法⁶⁾によって求めることで得る。特異値分解は、ハウスホルダー法(行列の上2重対角行列への変換)とQR法(上2重対角行列の対角行列への変換)によって行う。このため、本研究では、科学用サブルーチンライブラリ⁷⁾を用いて、プログラムを作成した。

式(8)から、 (x_0, y_0) と $T_{P,1}^c$ を解くと、発震時 t_0 は、

$$t_0 = t_{P,1}^0 - T_{P,1}^c \quad \dots\dots(10)$$

となる。一方、震源深さ z_0 は、 $z_1 \cong 0$ と仮定すると、式(5)から

$$z_0 = \sqrt{V_P^2 T_{P,1}^c{}^2 - (x_1 - x_0)^2 - (y_1 - y_0)^2} \quad \dots\dots(11)$$

として求められる。

(2) 代表観測点数が3のとき

代表観測点としては、P波初動到着時刻の最も早い観測点①と最も遅い観測点②、および上述した③

と④の観測点のうち、観測点①と②を結ぶ線分の垂線上にあって、線分から最も遠い観測点を選ぶ。
 この場合、式(8)から、震源位置 (x_0, y_0) は、観測点①の走時 $T_{P,1}^c$ を用いると、次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= c_1 T_{P,1}^c + c_2 \\ y_0 &= c_3 T_{P,1}^c + c_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} |D| &= (y_3 - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) \\ c_1 &= \frac{(y_2 - y_1)(t_{P,3}^0 - t_{P,1}^0) - (y_3 - y_1)(t_{P,2}^0 - t_{P,1}^0)}{|D|} V_p^2 \\ c_2 &= \frac{(y_3 - y_1)B_2 - (y_2 - y_1)B_3}{|D|} \\ c_3 &= \frac{(x_3 - x_1)(t_{P,2}^0 - t_{P,1}^0) - (x_2 - x_1)(t_{P,3}^0 - t_{P,1}^0)}{|D|} V_p^2 \\ c_4 &= \frac{(x_2 - x_1)B_3 - (x_3 - x_1)B_2}{|D|} \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

SP 時間 $t_{SP,i}^0$ を利用すると、発震時 t_0 は次式によって推定できる。

$$t_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_{P,i}^0 - \alpha t_{SP,i}^0) \dots\dots(14)$$

ただし、 α は、半無限地盤の P 波速度 V_p と S 波速度 V_s から、 $\frac{V_s}{V_p - V_s}$ によって与えられる。

式(14)の推定発震時 t_0 から $T_{P,1}^c (= t_{P,1}^0 - t_0)$ を求めると、式(12)から (x_0, y_0) を、さらに式(11)から z_0 を計算することができる。

一方、SP 時間が利用できないときは、次のようにして、震源を決定すればよい。まず、震源深さ z_0 をある値 z_0 に固定する。すると、 $T_{P,1}^c$ は次式の 2 次方程式を満足しなければならない。

$$c_5 T_{P,1}^c{}^2 + c_6 T_{P,1}^c + c_7 = 0 \dots\dots(15)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} c_5 &= c_1^2 + c_3^2 - V_p^2 \\ c_6 &= -2\{c_1(x_1 - c_2) + c_3(y_1 - c_4)\} \\ c_7 &= (x_1 - c_2)^2 + (y_1 - c_4)^2 + z_0^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

式(15)より、 $T_{P,1}^c$ としては 2 つの根

$$\frac{-c_6 \pm \sqrt{c_6^2 - 4c_5c_7}}{2c_5} \dots\dots(17)$$

を得る。ここでは、物理的に意味のある適切な根を、 $T_{P,1}^c$ の解として採用する。

最終的に、発震時 t_0 は $t_{P,1}^0 - T_{P,1}^c$ から、さらに震源位置 (x_0, y_0) は式(12)から求められる。

3. Geiger 法による震源の反復的最小 2 乗推定

ここでは、数値解法による精密な震源計算を実施するために、Geiger 法と呼ばれる最小 2 乗法の観測方程式を誘導する。そのため、次のような変数を定義する。

震源位置(直交座標)は (x_0, y_0, z_0) 、発震時刻は t_0 、観測点 i の座標は (x_i, y_i, z_i) 、観測点 i での P 波到着時刻の観測値は $t_{P,i}^0$ 、P 波到着時刻の計算値は $t_{P,i}^c$ ($t_{P,i}^c = t_0 + T_{P,i}^c$)、P 波到着の理論走時は $T_{P,i}^c$ とする。その結果、観測点 i での走時の残差は F_i ($F_i = t_{P,i}^0 - t_{P,i}^c$) となる。

P 波到着時刻の計算値 $t_{P,i}^c$ は、震源位置 (x_0, y_0, z_0) と発震時 t_0 の複雑な関数である。これら震源要素の微小変化 (dx_0, dy_0, dz_0) と dt_0) による $t_{P,i}^c$ の変化量 $dt_{P,i}^c$ は、テーラー展開により、

$$dt_{P,i}^c = \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial z_0} dz_0 + \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial t_0} dt_0 \dots\dots(18)$$

として求められる。

ところで、震源の深さ z_0 は $z_0 \geq 0$ を満たさなければならない。そこで、嶺頼⁸⁾の指摘により、ここでは、 $z_0 = h_0^2$ に置換する変数変換法により、非負の震源深さの拘束を与えることにした。すなわち、独立変数を、 z_0 から h_0 に変更する。

今、観測点数が4であれば、各観測点*i*で、 $F_i + dF_i = 0$ (あるいは $F_i - dt_{P,i}^c = 0$) の式を得ると、全観測点で残差が0になるように、 (dx_0, dy_0, dh_0) と dt_0 を決定することができる。一方、観測点数が5以上であれば、そのような解を見出すことはできない。このような場合には、むしろ、いくつかの観測点での残差を減少させるように調整すればよい。調整後におけるP波走時の残差 E_i は、 $F_i + dF_i$ (あるいは $F_i - dt_{P,i}^c$) で表せる。すなわち、

$$E_i = F_i - \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial x_0} dx_0 - \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial y_0} dy_0 - 2h_0 \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial z_0} dh_0 - \frac{\partial t_{P,i}^c}{\partial t_0} dt_0 \quad \dots\dots(19)$$

である。ここで、 $t_{P,i}^c(x_0, y_0, z_0) = t_0 + T_{P,i}^c(x_0, y_0, z_0)$ であるから、

$$E_i = F_i - \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0} dx_0 - \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0} dy_0 - 2h_0 \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0} dh_0 - dt_0 \quad \dots\dots(20)$$

となる。

ここでは、走時残差の大きい検測値の影響を小さくするために、残差の大きさにより重みを変化させ、重み付き最小2乗法を反復して、震源を推定する。そのため、まず、絶対値残差 $|F_i|$ の平均的な大きさ s を、次式で見積もる。

$$s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |F_i| \quad \dots\dots(21)$$

ここで、 n は最小2乗推定に用いられる観測点数である。

次に、biweight法を基本としたロバストティック推定⁹⁾を行うために、残差に応じた重み w_i は、次式(c は定数、 s は式(21))で表す。なお、重みをかけて反復計算をするとき、重みが0.1よりも小さい観測点は、震源計算から、除外する。

$$w_i = \begin{cases} \left\{ 1 - \left(\frac{F_i}{cs} \right)^2 \right\}^2 & ; |F_i| < cs \text{ のとき} \\ 0 & ; |F_i| \geq cs \text{ のとき} \end{cases} \quad \dots\dots(22)$$

各観測点での重みを w_i とすれば、 (dx_0, dy_0, dh_0) と dt_0 は、 $\sum_{i=1}^n w_i E_i^2$ を最小にするように決定すればよい。これは、Geiger法に従った、いわゆる重み付き最小2乗法の適用である。そのためには、次式が成り立たなければならない。

$$\frac{\partial}{\partial y_j} \left(\sum_{i=1}^n w_i E_i^2 \right) = 0 \text{ あるいは } \sum_{i=1}^n w_i E_i \frac{\partial E_i}{\partial y_j} = 0 \quad (j = 1 \sim 4) \quad \dots\dots(23)$$

ただし、 y_j は、 dx_0, dy_0, dh_0 あるいは dt_0 を意味する。

上式より、

$$AY = B \quad \dots\dots(24)$$

の観測方程式を得ることができる。ただし、 A は4行4列の対称行列、 Y と B はベクトルである。 Y は $Y = (dx_0, dy_0, dh_0, dt_0)^T$ である。また、 A と B の要素は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \sum_{i=1}^n w_i \left(\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0} \right)^2, & A_{12} &= \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0} \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0} \\ A_{13} &= \sum_{i=1}^n 2w_i h_0 \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0} \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0}, & A_{14} &= \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0} \\ A_{22} &= \sum_{i=1}^n w_i \left(\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0} \right)^2, & A_{23} &= \sum_{i=1}^n 2w_i h_0 \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0} \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0} \\ A_{24} &= \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0}, & A_{33} &= \sum_{i=1}^n 4w_i \left(h_0 \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0} \right)^2 \\ A_{34} &= \sum_{i=1}^n 2w_i h_0 \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0}, & A_{44} &= \sum_{i=1}^n w_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(25)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \sum_{i=1}^n w_i F_i \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0}, & B_2 &= \sum_{i=1}^n w_i F_i \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0} \\ B_3 &= \sum_{i=1}^n 2w_i h_0 F_i \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0}, & B_4 &= \sum_{i=1}^n w_i \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(26)$$

式(24)から、 A の逆行列が存在すれば、 $Y = A^{-1}B$ として、 $\sum_{i=1}^n w_i E_i^2$ を最小にするような補正項、すなわち、 (dx_0, dy_0, dh_0) と dt_0 を得ることができる。このため、2.で述べたのと同様に、特異値分解法による一般逆行列を利用する。

上記の方法は、1)補正項が微小なとき、および2)走時の偏微分係数が震源推定の空間場で連続なときのみ、厳密に有効である。本研究では、水平方向に速度が一定で、深さ方向に速度が不連続に変化する成層の地盤構造を仮定している。従って、この場合には2)の条件を満たさない。そのため、次の手順によって、最適な解を得る必要がある。

震源の推定精度を高めるためには、式(27)に従い、上記の方法を反復的に適用する。ただし、震源探索の初期値としては、半無限地盤構造から得られた近似解(2.の解)を用いる。すなわち、 $(h_0)_0$ の初期値は、半無限地盤を仮定して求めた初期推定値 $(z_0)_0$ から、 $(h_0)_0 = \sqrt{(z_0)_0}$ として付与する。

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ h_0 \\ t_0 \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ h_0 \\ t_0 \end{Bmatrix}_{k-1} + \begin{Bmatrix} dx_0 \\ dy_0 \\ dh_0 \\ dt_0 \end{Bmatrix}_k \quad (k = 1, 2, \dots) \quad \dots\dots(27)$$

なお、震源深さは、 $(z_0)_k = (h_0)_k^2$ で計算できる。

震源の初期推定から探索を開始し、次の条件を満たすとき、 k 回目の反復計算における補正項 Y_k の計算を終える。すなわち、再調整は、全観測点での平均残差、残差の平均偏差および反復調整に伴う残差の平均偏差の変化量がある規定値よりも小さくなると、あるいは反復回数が規定回数を超過するとき、終了する。

ある条件下で、震源の補正項 Y_k を決定する観測方程式は線形独立でなくなる。そのような条件の一つは、全ての観測点で、 $\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial h_0}$ の偏微分係数が同一かあるいはほぼ等しい値となるときである。このとき、 dt_0 と dh_0 は線形従属となる。従って、このような場合、震源の反復調整において、 t_0 あるいは h_0 の値を一定とし、その変数が観測方程式に含まれないようにする。すなわち、 x_0, y_0 と t_0 (あるいは z_0)の3つの震源情報を反復計算するように、3変数の連立方程式を解くことにする。他の特殊な条件は、震源が地震動モニタリングシステムの領域よりも外側にあって、 $\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0}$ と $\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0}$ の比が全観測点で同一値に漸近するときである。この場合には、 z_0 の値を拘束し、 x_0, y_0 と t_0 に関する観測方程式を解く。

一般に、震源深さ z_0 は、他の震源要素(x_0, y_0 と t_0)に比べ、データによってあまり強く影響を受けない。従って、 z_0 の再調整は慎重に行い、それを拘束する必要があるかもしれない。そこで、ここでは、観測点による $\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial h_0}$ の最大値と最小値の差が規定値よりも小さい場合、 z_0 を再調整しないことにする。

震源位置を反復的に求めていくとき、震源から最も近い観測点への震央距離がある規定値よりも大きくなると、あるいは観測方程式が正則でなくなると、震源の計算を終える。この場合には、モニタリングシステムの空間的配置内において、平面波が伝播すると仮定し、観測初動の到着時間差から、平面波の見かけの速度と方位角を計算する。この計算法についてはここでは特に述べない。

4. 理論走時とその偏微分係数の算定

震央から観測点まで同一の水平成層構造の地盤を仮定することは、一般に、成立しない。しかし、3次元構造や傾斜層まで考えて、理論走時やその偏微分係数を計算するのは容易ではなく、CPU時間も要し、本論の目的とするシステム制御に適さない。

そのため、ここでは、半無限地盤上の成層地盤($N-1$ 層)よりなる地盤構造(j 層のP波速度 $V_{P,j}$ 、層厚 H_j 、地表面からの層上面までの深さ D_j 、 $j = 1 \sim N$ 、ただし、 $H_N = \infty$)を考える。そして、観測点 i の震央距離 Δ_i と震源深さ z_0 に対して、観測点 i のP波の走時 $T_{P,i}^c$ および Δ_i と z_0 に関するその走時の偏微分係数 $(\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial \Delta_i}, \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial z_0})$ を計算する。

震源位置 (x_0, y_0) に関する走時の偏微分係数 $(\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0}, \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0})$ は、 $\Delta_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}$ と $\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial \Delta_i}$ から、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial x_0} &= -\frac{x_i - x_0}{\Delta_i} \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial \Delta_i} \\ \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial y_0} &= -\frac{y_i - y_0}{\Delta_i} \frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial \Delta_i} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(28)$$

として換算される。そこで、ここでは、 $T_{P,i}^c$ と $\frac{\partial T_{P,i}^c}{\partial \Delta_i}$ の計算法について述べる。

(1) 理論走時の計算

まず、震源深さ z_0 を含む層 j ならび震央距離 Δ_i に最初に到着する波の種類（直達波あるいは j 層よりも深層の地盤 m からの屈折波など）を決定しなければならない。

震源を含む層 j から射出された P 波が層 m の上面に沿って屈折する場合を考える。このとき、震央距離 Δ_i における屈折波の走時 ${}_R T_{P,i}^c$ は、次式で求められる。

$${}_R T_{P,i}^c(j) = \frac{\Delta_i}{V_{P,m}} + {}_N T_{P,i}^c(j, m) \quad \dots\dots(29)$$

$${}_N T_{P,i}^c(j, m) = {}_I T_{P,i}^c(j, m) - (z_0 - D_j) \frac{\sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,j}^2}}{V_{P,m} V_{P,j}} \quad \dots\dots(30)$$

$${}_I T_{P,i}^c(j, m) = \sum_{l=1}^{m-1} \frac{H_l \sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,l}^2}}{V_{P,m} V_{P,l}} + \sum_{l=j}^{m-1} \frac{H_l \sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,l}^2}}{V_{P,m} V_{P,l}} \quad \dots\dots(31)$$

式 (31) の ${}_I T_{P,i}^c(j, m)$ は、震源を j 層の上面（すなわち、 $z_0 = D_j$ ）に設定したときの m 層の上面に沿う屈折波の原点走時である。

地表付近の第 1 層に震源を含む直達波の走時は次のようになる。

$${}_D T_{P,i}^c(1) = \frac{\sqrt{z_0^2 + \Delta_i^2}}{V_{P,1}} \quad \dots\dots(32)$$

震源が第 2 層以深にあるときの直達波の走時 ${}_D T_{P,i}^c(j) (j \neq 1)$ は、震央距離 Δ_i の複雑な関数である。しかし、 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ と Δ_i は、震源 (j 層) での波線の射出角を θ_j とすれば、 $\sin \theta_j$ の単純な関数となる。以下には、 $\sin \theta_j$ を用いた走時 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ の数値解法を示す。

j 層 ($j \geq 2$) 内の震源から射出された直達波の走時を計算する。そのために、 j 層内の震源の真上の層境界面の位置から、この面と震源から射出された波線の交差位置までの距離 X の上下限値を、次のように求めておく。

$$\left. \begin{aligned} X_{max} &= \Delta_i \\ X_{min} &= \Delta_i \frac{z_0 - D_j}{z_0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(33)$$

このとき、 X_{max} と X_{min} に対応する θ_j の上下限値は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_{j,max} = \sin \theta_{j,max} &= \frac{X_{max}}{\sqrt{X_{max}^2 + (z_0 - D_j)^2}} \\ u_{j,min} = \sin \theta_{j,min} &= \frac{X_{min}}{\sqrt{X_{min}^2 + (z_0 - D_j)^2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(34)$$

従って、直達波が記録される震央距離の上下限値は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{i,max} &= \frac{(z_0 - D_j) u_{j,max}}{\sqrt{1 - u_{j,max}^2}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l u_{j,max}}{\sqrt{\left(\frac{V_{P,l}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_{j,max}^2}} \\ \Delta_{i,min} &= \frac{(z_0 - D_j) u_{j,min}}{\sqrt{1 - u_{j,min}^2}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l u_{j,min}}{\sqrt{\left(\frac{V_{P,l}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_{j,min}^2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(35)$$

$|\Delta_{i,max} - \Delta_{i,min}| > \epsilon_1$ (ϵ_1 ; 収束判定基準) のときは、

$$\left. \begin{aligned} X' &= X_{min} + (X_{max} - X_{min}) \frac{\Delta_i - \Delta_{i,min}}{\Delta_{i,max} - \Delta_{i,min}} \\ u'_j &= \frac{X'}{\sqrt{X'^2 + (z_0 - D_j)^2}} \\ \Delta'_i &= \frac{(z_0 - D_j) u'_j}{\sqrt{1 - u_j'^2}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l u'_j}{\sqrt{\left(\frac{V_{P,l}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_j'^2}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(36)$$

を計算する。さらに、 $|\Delta_i - \Delta'_i| > \epsilon_2$ (ϵ_2 : 収束判定基準) のとき、 $\Delta_i > \Delta'_i$ に対しては $X_{i,min} = X'_i$ 、 $\Delta_i \leq \Delta'_i$ に対しては $X_{i,max} = X'_i$ として、 $|\Delta_i - \Delta'_i| \leq \epsilon_2$ を満たすまで、上記の手順を反復的に繰り返す。

一方、 $|\Delta_{i,max} - \Delta_{i,min}| \leq \epsilon_1$ のときは、

$$\left. \begin{aligned} X' &= \frac{X_{max} + X_{min}}{2} \\ u'_j &= \frac{X'}{\sqrt{X'^2 + (z_0 - D_j)^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(37)$$

として、 u'_j の解を得る。

上記のようにして求めた u'_j に対し、 $u'_j \cong 1$ の値 (すなわち、 $V_{P,m} = V_{P,j}$) となれば、直達波の走時は次のようになる。

$${}_D T_{P,i}^c(j) = \frac{\Delta_i}{V_{P,j}} + I T_{P,i}^c(j, j) \dots\dots(38)$$

一方、 $u'_j \neq 1$ のときの走時は次式で計算可能である。

$${}_D T_{P,i}^c(j) = \frac{z_0 - D_j}{V_{P,j} \sqrt{1 - u_j'^2}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l V_{P,j}}{V_{P,l}^2 \sqrt{\left(\frac{V_{P,l}}{V_{P,i}}\right)^2 - u_j'^2}} \dots\dots(39)$$

以下に述べるように、直達波の走時は、屈折波の走時に比べて、容易に求められない。計算に当たっては、震央距離 Δ_i の観測点に最初に到着する波が直達波であるかどうかを検討しておかなければならない。すなわち、 Δ_i と直達波の初動到着距離の比較が必要となる。

今、震源は j 層 (深さ z_0) にあるとする。震央距離 Δ_i が遠いと、直達波の走時 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ は、 j 層の上面に震源を想定したときの屈折波の走時に漸近する。しかし、 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ は常に屈折波の走時よりも大きい。 j 層の上面に震源を想定したとき、その面に沿う屈折波の走時は ${}_I T_{P,i}^c(j, j)$ である。 j 層内の震源深さ z_0 から隣接下層 ($j+1$ 層) の上面に沿う屈折波の走時は、 ${}_N T_{P,i}^c(j, j+1)$ となる。両屈折波の走時が一致する震央距離 Δ は交差距離と呼ばれ、

$$\Delta_x = \frac{V_{P,j+1} V_{P,j} \{ {}_N T_{P,i}^c(j, j+1) - {}_D T_{P,i}^c(j, j) \}}{V_{P,j+1} - V_{P,j}} \dots\dots(40)$$

で表せる。ただし、 $j+1$ 層からの直達波と屈折波の走時 (おのおの、 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ と ${}_N T_{P,i}^c(j, j+1)$) が一致する震央距離は、 Δ_x よりも短い。

深さ z_0 の j 層から射出された波が m 層 ($m > j$) の上面に沿って屈折するとき、その臨界距離 (臨界反射の距離) $\Delta_c(j, m)$ は、次式で求められる。

$$\Delta_c(j, m) = {}_C T_{P,i}^c(j, m) - (z_0 - D_j) \frac{V_{P,j}}{\sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,j}^2}} \dots\dots(41)$$

ただし、

$${}_C T_{P,i}^c(j, m) = \sum_{l=1}^{m-1} \frac{H_l V_{P,l}}{\sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,l}^2}} + \sum_{l=j}^{m-1} \frac{H_l V_{P,l}}{\sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,l}^2}} \dots\dots(42)$$

式 (42) の ${}_C T_{P,i}^c(j, m)$ は、 j 層の上面に震源を想定したとき、 m 層 ($m > j$) の上面から反射する波の臨界距離である。 m 層の上面に沿って屈折する、あるいは臨界反射する波の m 層内における入射角は、 $\frac{\pi}{2}$ となる。

$k+1$ 層からの屈折波の臨界距離は、 $k+1$ 層の上面からの臨界反射と一致する。さらに、 k 層の下面からの反射波は、直達波 ($k=j$) あるいは k 層の上面からの屈折波よりも遅く到着する。従って、 $k+1$ 層に対する屈折波の走時曲線の臨界距離は、 k 層に対する屈折波の走時曲線 (あるいは、 $k=j$ の直達波の走時曲線) のものよりも大きくなければならない。従って、 Δ_x よりも遠い震央距離 Δ_i に最初に到着する波は、臨界距離 Δ_c よりも遠方で記録される屈折波 (${}_R T_{P,i}^c(j, j+1)$) の走時、 $j < N$) である。

Δ_i が Δ_x よりも小さいとき、最初に到着する波は直達波である可能性がある。そのため、直達波の走時を計算し、屈折波の可能な相の走時と比較して、最早到着波を決定しなければならない。また、震央距離 Δ_i が屈折波の臨界距離 Δ_c よりも大きいかどうかを判定する必要がある。

(2) 震央距離と震源深さに関する走時の偏微分係数の計算

震央距離 Δ_i において最初に到着する波の性質が決まると、その走時 $T_{P,i}^c$ が計算できる。次に、震央距離

Δ_i と震源深さ z_0 に関する $T_{P,i}^c(j)$ の偏微分係数は、最早到着波のタイプに応じて求められる。
 まず、屈折波の走時 $T_{P,i}^c(j)$ に関する偏微分係数は、式 (29) から、次のようになる。

$$\frac{\partial_R T_{P,i}^c(j)}{\partial \Delta_i} = \frac{1}{V_{P,m}} \quad \dots\dots(43)$$

$$\frac{\partial_R T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0} = -\frac{\sqrt{V_{P,m}^2 - V_{P,j}^2}}{V_{P,m} V_{P,j}} \quad \dots\dots(44)$$

直達波の走時の偏微分係数は、震源が第 1 層にあるかどうかによって、計算される。第 1 層から射出された直達波の走時の偏微分係数は、式 (32) から、

$$\frac{\partial_D T_{P,i}^c(1)}{\partial \Delta_i} = \frac{\Delta_i}{V_{P,1} \sqrt{z_0^2 + \Delta_i^2}} \quad \dots\dots(45)$$

$$\frac{\partial_D T_{P,i}^c(1)}{\partial z_0} = \frac{z_0}{V_{P,1} \sqrt{z_0^2 + \Delta_i^2}} \quad \dots\dots(46)$$

となる。

次に、 $j \geq 2$ のときの直達波の走時の偏微分係数を求める。そのために、 $u_j = \sin \theta_j$ (震源を含む j 層からの射出角 θ_j) をパラメーターとして、走時 $T_{P,i}^c(j)$ と震央距離 Δ_i を次式で表す。

$$D T_{P,i}^c(j) = \frac{z_0 - D_j}{V_{P,j} \sqrt{1 - u_j^2}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l V_{P,j}}{V_{P,l}^2 \sqrt{\left(\frac{V_{P,i}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_j^2}} \quad \dots\dots(47)$$

$$\Delta_i = \frac{(z_0 - D_j) u_j}{\sqrt{1 - u_j^2}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l u_j}{\sqrt{\left(\frac{V_{P,i}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_j^2}} \quad \dots\dots(48)$$

このとき、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial \Delta_i} \right|_{z_0=const} &= \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial u_j} \bigg/ \frac{\partial \Delta_i}{\partial u_j} \\ &= \frac{\frac{(z_0 - D_j) u_j}{V_{P,j} (1 - u_j^2)^{\frac{3}{2}}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l V_{P,j} u_j}{V_{P,l}^2 \left\{ \left(\frac{V_{P,i}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_j^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}}{\frac{z_0 - D_j}{(1 - u_j^2)^{\frac{3}{2}}} + \sum_{l=1}^{j-1} \frac{H_l V_{P,j}^2}{V_{P,l}^2 \left\{ \left(\frac{V_{P,i}}{V_{P,l}}\right)^2 - u_j^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}} \quad \dots\dots(49) \end{aligned}$$

一方、 $\frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}$ は次の手順によって求められる。

まず、 $u_j = const$ とし、震源深さ z_0 が δz_0 だけ深くなるとすると、 $D T_{P,i}^c(j)$ と Δ_i の変化量は次のようになる。

$$\delta_D \bar{T}_{P,i}^c(j) = \left. \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0} \right|_{u_j=const} \delta z_0 \quad \dots\dots(50)$$

$$\delta \bar{\Delta}_i = \left. \frac{\partial \Delta_i}{\partial z_0} \right|_{u_j=const} \delta z_0 \quad \dots\dots(51)$$

一方、 $z_0 = const$ とし、 u_j が δu_j だけ変化したときの Δ_i の変化量 $\delta \bar{\Delta}_i$ は、

$$\begin{aligned} \delta \bar{\Delta}_i &= \left. \frac{\partial \Delta_i}{\partial u_j} \right|_{z_0=const} \delta u_j \\ &= - \left. \frac{\partial \Delta_i}{\partial z_0} \right|_{u_j=const} \delta z_0 \end{aligned}$$

$$= -\delta\bar{\Delta}_i \quad \dots\dots(52)$$

となる。従って、 δu_j の値は次式で求められる。

$$\delta u_j = -\frac{\frac{\partial\Delta_i}{\partial z_0}\Big|_{u_j=const}}{\frac{\partial\Delta_i}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const}}\delta z_0 \quad \dots\dots(53)$$

このとき、走時 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ の変化量 $\delta_D \bar{T}_{P,i}^c(j)$ は、

$$\begin{aligned} \delta_D \bar{T}_{P,i}^c(j) &= \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const} \delta u_j \\ &= -\frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const} \frac{\frac{\partial\Delta_i}{\partial z_0}\Big|_{u_j=const}}{\frac{\partial\Delta_i}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const}} \cdot \delta z_0 \quad \dots\dots(54) \end{aligned}$$

となる。

Δ_i の全変化量は0(すなわち、 $\delta\bar{\Delta}_i + \delta\bar{\Delta}_i = 0$) となるので、走時 ${}_D T_{P,i}^c(j)$ の全変化量は次式で表せる。

$$\begin{aligned} \delta_D T_{P,i}^c(j) &= \delta_D \bar{T}_{P,i}^c(j) + \delta_D \bar{T}_{P,i}^c(j) \\ &= \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}\Big|_{\Delta_i=const} \delta z_0 \quad \dots\dots(55) \end{aligned}$$

式(50)と式(54)から、

$$\frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}\Big|_{\Delta_i=const} = \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}\Big|_{u_j=const} - \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const} \frac{\frac{\partial\Delta_i}{\partial z_0}\Big|_{u_j=const}}{\frac{\partial\Delta_i}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const}} \quad \dots\dots(56)$$

となるが、

$$\frac{\frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const}}{\frac{\partial\Delta_i}{\partial u_j}\Big|_{z_0=const}} = \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial\Delta_i}\Big|_{z_0=const} \quad \dots\dots(57)$$

であるので、次式が成り立つ。

$$\frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}\Big|_{\Delta_i=const} = \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}\Big|_{u_j=const} - \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial\Delta_i}\Big|_{z_0=const} \frac{\partial\Delta_i}{\partial z_0}\Big|_{u_j=const} \quad \dots\dots(58)$$

最終的に、震源深さ z_0 に関する走時の偏微分係数は、式(47)~(49)と(58)から、

$$\frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial z_0}\Big|_{\Delta_i=const} = \frac{1 - V_{P,j} u_j \frac{\partial_D T_{P,i}^c(j)}{\partial\Delta_i}\Big|_{z_0=const}}{V_{P,j} \sqrt{1 - u_j^2}} \quad \dots\dots(59)$$

となる。

なお、式(38)に対する直達波の走時の震源深さに関する偏微分係数は0である。

5. マグニチュードの決定

ここでは、いわゆる気象庁マグニチュード M_J の算定式に準じて、地震のマグニチュードを決める。JMA マグニチュード M_J は、もともと、Gutenberg and Richter の成書¹⁰⁾に出ている日本付近の地震のマグニチュードに合うようにして、作られたものである。従って、 M_J は、経験的には表面波マグニチュード M_S とおおむね一致する。

M_J は、変位強震計いわゆる1倍強震計(水平成分の固有周期=6秒、減衰定数=0.55、最大片振幅=3cm)による記録から決められる。すなわち、 M_J は、振り切れない観測点での周期5, 6秒以下の最大振幅 $A_H(\mu$

単位、水平2成分の最大振幅合成値)に震央距離 Δ (km)による補正を加え、各観測点の M_J の平均値をとって決定する。

ここでは、距離補正として、深さ60km以浅の地震に対しては坪井公式¹¹⁾

$$M_J = \log A_H + 1.73 \log \Delta - 0.83 \quad \dots\dots(60)$$

を、60km以深の地震(震源深さ z_0 km)に対しては勝又の式¹²⁾

$$M_J = \log A_H + K(\Delta, z_0) \quad \dots\dots(61)$$

を用いる。

式(60)は、坪井により、札幌、仙台、東京、名古屋、神戸と福岡の6ヶ所のウィーヘルト式地震計または変位強震計による最大振幅(周期5秒以下という条件を付けていない)から求められたものである。しかし、59型地震計(倍率100倍、固有周期5~6秒)とウィーヘルト式地震計の特性がほとんど同一であることから、式(60)は現在でも使われている。

式(61)の $K(\Delta, z_0)$ は、深さ25kmで式(60)と一致するように作られている。深さ60kmより深い地震に対する M_J の算定式としては勝又の式しかない。そのため、マグニチュード5以下において、 M_J を求められないことが多い。

6.1992年2月2日の東京湾南部地震への適用

1992年2月2日午前4時4分ごろ、関東を中心に強い地震があった。東京で震度V(強震)、千葉、館山、大島と河口湖で震度IV(中震)を記録し、東海から東北地方まで広い範囲で揺れた。気象庁の震源速報によれば、震源地は東京湾南部の浦賀水道(緯度 $35^{\circ}14'N$ 、経度 $139^{\circ}48'E$)で、震源の深さは93kmである。また、発震時は4時4分5.7秒、マグニチュード M_J は5.9と推定されている。東京の震度Vは、1985年10月4日の千葉県北部を震源地とする $M_J=6.1$ の地震以来、6年4ヶ月ぶりであった。現在、気象庁(JMA)から発表されている震源情報は、第1近似震源要素計算用サブプログラムによって得られたものである。従って、現データは、Geiger法と呼ばれる最小2乗法に基づく数値解法で求められた精密震源要素ではない。

東京ガス(株)では、通信回線網を利用した地震動モニタリングシステムを稼働させている。ここでは、震源決定のために、東京ガス(株)の4観測点を選んだ。すなわち、鹿放ヶ丘、小平、藤沢と袖ヶ浦である。鹿放ヶ丘は($35^{\circ}40.3'N$ 、 $140^{\circ}8.7'E$)、小平は($35^{\circ}44.1'N$ 、 $139^{\circ}30.2'E$)、藤沢は($35^{\circ}21.5'N$ 、 $139^{\circ}27.8'E$)、袖ヶ浦は($35^{\circ}27.8'N$ 、 $139^{\circ}58.8'E$)に位置する。

地震動モニタリングシステムにおいて、加速度計は地表面下1mと地中の数箇所に設置されている。検討の対象とした地中加速度計の深度は、鹿放ヶ丘と袖ヶ浦で-42m、小平で-47m、藤沢で-22mである。地中の加速度の一部を示すと、図2(a)と図3(a)のようになる。加速度の継続時間は、主に、40~60秒である。小平や藤沢の水平加速度におけるS波の強震部においては、鋭いスパイク状の波が見られた。このようなスパイク的な波は、1971年San Fernando地震時に記録されたPacoima Damの加速度にも生じていた。このようなスパイク波がライフライン構造物(例えば、管路施設など)の被害に直接結びつかないことは、これまでの研究により、理論的にもまた実験的にも明らかである。最大加速度よりも実効加速度が、さらに言うならば、速度の大小が破壊と直接関係していることは衆知の事実である。

図2(a)から、視覚的方法によって、P波の初動時刻を正確に求めることはできそうである。しかし、人間の判断でS波の初動時刻を推定することは難しい。このことは、S波の立ち上がりの複雑さを考えれば、明らかである。そこで、地中の加速度計記録に基づき、文献4)に示した逐次型同定手法により、P波とS波の初動時刻を推定することを試みた。そのため、ホワイトノイズを仮定して、加速度をARモデルで表す。AR係数は、加速度の観測情報を取り入れるたびに、カルマンフィルターにより逐次的に同定した。これより、AICを求め、AICの時系列変化の最小値を与える時点から、位相を検出した。なお、AR係数の初期値として、平均値は0、分散は1に仮定した。ホワイトノイズの平均値は0gal、分散は10galとした。P時点は上下動から、S時点は各水平成分について求め、その平均値から得た。地中の加速度記録を用いたのは、地表付近の記録に比べて、ノイズの影響を受けにくいと考えたからである。

藤沢を例にとると、P時点の推定結果は図2、S時点の推定結果は図3のようになる。ただし、図3にはNS成分の結果のみを示した。両図中、(a)は原加速度、(b)はカルマンフィルターで同定したAR係数(次数5)を用いて推定した加速度である。図(c)はAICの時系列変化である。これより、AICの最小値を与える時間は、トリガー20秒前の時間からの位相到着時間となる。トリガー時刻は既知なので、P波とS波の初動到着時刻は、AICの時系列変化から、定量的に求められることになる。なお、ここで用いた加速度記録には長周期のノイズが含まれていた。そのため、P時点までのAR係数は0とならない。同定したAR係数に長周期のghost waveが含まれているからである。それでも、ARモデルによって求めた推定加速度(図(b))は原加速度(図(a))とよく一致しており、本方法の有効性が明らかになった。

表1には、4観測点における推定P時刻とS時刻の結果を示す。同表より、SP時間が求められる。

震源決定のために、次のようなデータを用いた。直交座標系の原点は($35.5^{\circ}N$ 、 $140.0^{\circ}E$)、観測点の座標と震央距離の計算に必要な換算係数のPは1.8575、Qは1.8492とした。PとQの値は、地震計の配置位置を考慮して、文献5)から求めたものである。震源の初期推定における発震時の計算に必要なパラメー

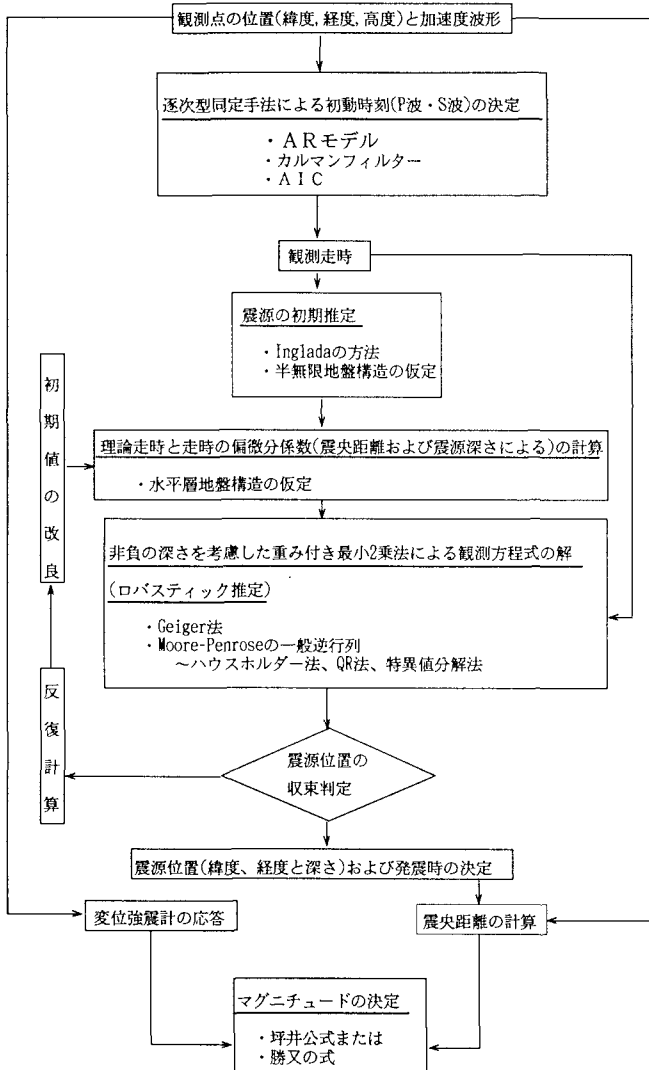


図1 震源推定システムのフローチャート

表1 P波およびS波到着時刻

観測点	P波初動到着時刻	S波初動到着時刻
鹿放ヶ丘	4時4分21.67秒	4時4分34.29秒
小平	4時4分21.76秒	4時4分34.15秒
藤沢	4時4分19.52秒	4時4分30.43秒
袖ヶ浦	4時4分20.27秒	4時4分31.63秒

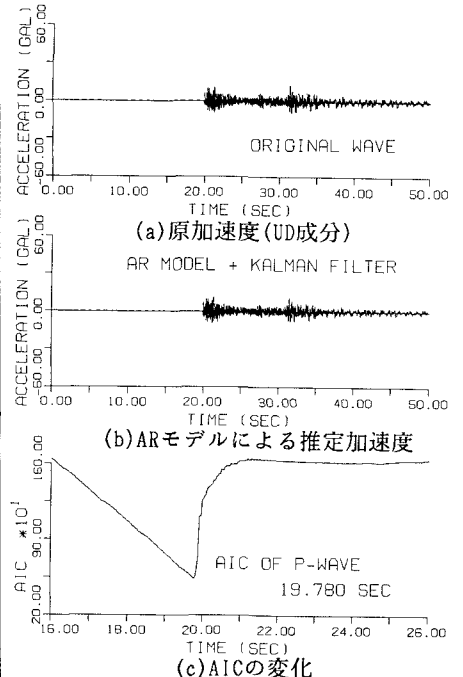


図2 藤沢でのP波到達時点の決定

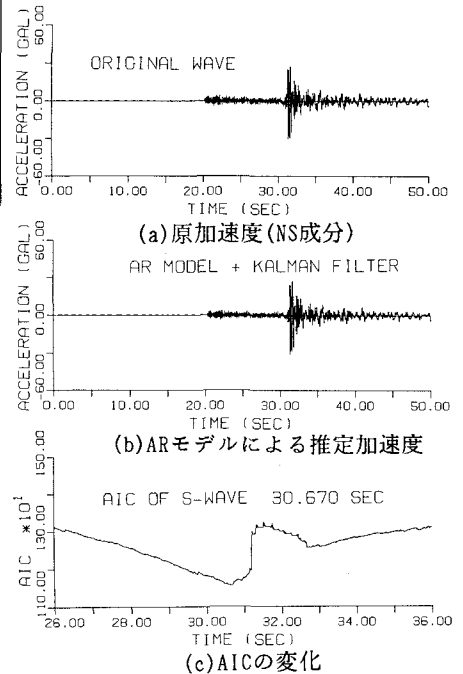


図3 藤沢でのS波到達時点の決定

ター α は1.38とした。半無限地盤のP波速度 V_P は7km/secと仮定した。残差の重みの計算に必要な定数 c は7とした。ここでは、首都圏での基盤構造調査の結果¹³⁾を参考にして、表2の水平成層構造を仮定した。これより、精密震源計算に必要な走時とその偏微分係数を算定することができる。

2.(2)で示した方法により、震源の初期推定を行った。これは、観測P時刻とSP時間から発震時を求め、

表2 水平地盤構造

層厚 (km)	P 波速度 V_P (km/sec)
1.3	1.8
1.2	2.7
2.0	5.5
10.5	6.2
17.0	6.8
∞	8.0

表3 4観測記録から求めた震源要素

	発震時	震源位置			M_J
		緯度	経度	深さ(km)	
JMA(速報)	4時4分5.7秒	35°14' N	139°48' E	93	5.9
ERI	4時4分4.46秒	35°10.218' N	139°40.482' E	107.71	5.8
本研究	初期値(O)	35°8.7' N	139°45.38' E	98.97	
	Case①(A)	35°9.72' N	139°42.79' E	103.31	5.82
	Case②(B)	35°9.46' N	139°43.03' E	98.97	5.82

表4 3観測記録から得られた震源要素

観測点	発震時	震源位置			M_J
		緯度	経度	深さ(km)	
小平 藤沢 袖ヶ浦	4時4分4.57秒	35°6.97' N	139°40.03' E	100	5.85
鹿放ヶ丘 藤沢 袖ヶ浦	4時4分4.21秒	35°24.58' N	139°33.7' E	108.23	5.47
鹿放ヶ丘 小平 袖ヶ浦	4時4分4.5秒	35°13.68' N	139°45.98' E	106.86	5.81
鹿放ヶ丘 小平 藤沢	4時4分4.46秒	35°6.86' N	139°45.17' E	99.2	5.84

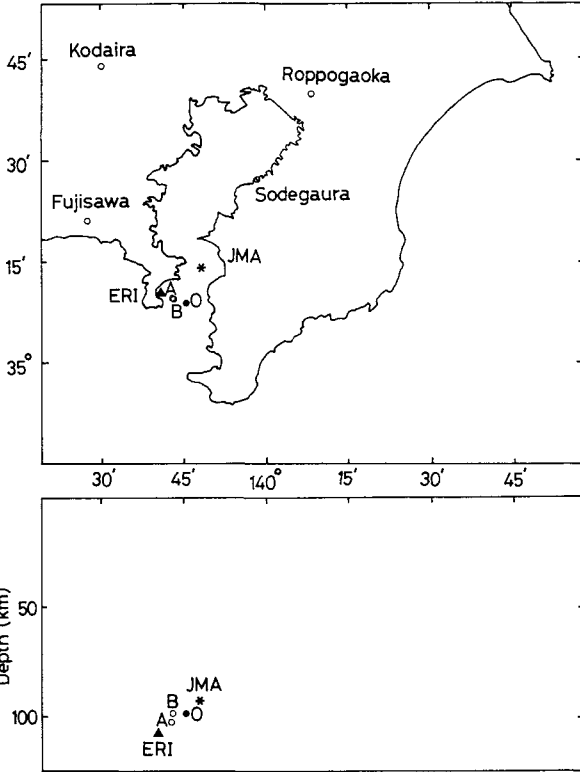


図4 観測点配置と震源位置

この発震時を固定して、3観測点のP時刻から震源位置を決める方法である。これによれば、図4のOのように、震源位置は(35°8.7'N、139°45.38'E)、震源深さは98.97kmと求められる。発震時は4時4分4.49秒となる。次に、このデータを初期値として、走時の重み付き残差2乗和を小さくするように、震源位置を反復計算により求めた。

まず、観測点ごとに震源深さによる走時の偏微分係数を算定し、その最大値と最小値の差 $R_Z (= \left. \frac{\partial T_{Pi}^C}{\partial z_0} \right|_{max,i} - \left. \frac{\partial T_{Pk}^C}{\partial z_0} \right|_{min,k})$ を求める。ここでは、この R_Z の大きさを考慮して、2つの数値計算を実施した。1つは、4

変数 (x_0, y_0, z_0 と t_0) を未知量とするケース①である。他は、初期推定で得た震源深さ z_0 を固定し、3変数 (x_0, y_0 と t_0) のみを反復推定するケース②である。後者は、 R_Z の絶対値がその規定値よりも小さいときに有効である。

前述したように、4観測点の加速度は長周期成分を含むため、チェビシェフ型の等リップル漸化フィルタ¹⁴⁾のうち、特にバンドパス・フィルタ(0.1~20秒の範囲)を通した。通過帯域でのパワー振幅の振幅は0.1dB以下に、遮断帯でのパワー振幅は-60dB以下にした。高振動数側のロールオフ振動数は20Hzとした。数値フィルタを用いる際、因果律をできるだけ満たすように、フィルタのパラメーターを決めた。かつ、位相変化がないように、加速度をバンドパス・フィルタに通した結果に、さらに時間の負(逆)方向に同じフィルタを作用させた。このようにして求めたフィルタ加速度を用いて、変位強震計の計器特性をconvoluteして、変位記録を計算した。応答計算は線形加速度法によった。これより、マグニチュードの計算に必要な最大振幅(水平2成分合成値)が得られる。

ケース①の震源結果によれば、発震時は4時4分4.39秒、震源位置は(35°9.72'N、139°42.79'E)、震源深さは103.31km、マグニチュードは5.82である。一方、ケース②の震源要素は、発震時4時4分4.84秒、震源位置(35°9.46'N、139°43.03'E)、震源深さ98.97kmとマグニチュード5.82となった。図4において、ケース①とケース②の位置は、AとBに対応する。震源要素のうち、特に震源位置は気象庁の震源速報の結果(図中の*)と異なっている。発震時は0.86~1.31秒早く、震源深さは5.97~10.31km深く求まっている。気象庁と本研究の震央位置間距離は約11.5kmである。気象庁の震源速報は、精密震源計算(いわゆる

Geiger 法と呼ばれる最小 2 乗法に基づく反復改良法) によるものではない。この結果は、第 1 近似震源要素計算用プログラムから求められたものである。このことを考慮しておかなければならない。なお、一連の計算は、EWS を用いれば、システム制御に必要な時間内 (例えば、約 5 分) で処理できる。

本結果の有効性を調べるために、東京大学地震研究所地震予知観測情報センター (ERI, EPDC) による結果と比較する。EPDC によれば、震源要素は、発震時 4 時 4 分 4.46 秒、震源位置 ($35^{\circ}10.218'N$ 、 $139^{\circ}40.482'E$)、震源深さ 107.71km およびマグニチュード 5.8 となっている。図 4 および表 3 には、本結果と JMA および EPDC (図中の▲) で推定された震源要素をまとめて示す。本結果は、EPDC の結果と良く対応している。このことは、半無限地盤構造および水平成層構造を地域的にかつ緻密に与えて、走時とその偏微分係数を計算することで、さらに震源情報の改良の余地のあることを意味する。

4 点観測されている地震データから、3 観測点の組み合わせを考えて、震源要素の再決定を行い、推定精度について検討したのが表 4 である。これより、4 観測点のときの解と少し異なる場合が見られる。鹿放ヶ丘・藤沢・袖ヶ浦の 3 観測点 (配置 1) の例がそれである。これは、それらの配置形状が正 3 角形に比べて偏平なため、観測点による走時の偏微分係数の相違が明瞭に見られないためである。小平・藤沢・袖ヶ浦と鹿放ヶ丘・小平・藤沢の 3 観測点 (配置 2) は正 3 角形に近い配置形態をしているため、それらの震源要素は 4 観測点の解 (表 3) に近い。一方、鹿放ヶ丘・小平・袖ヶ浦の配置 (配置 3) は、上記 2 つの配置 (配置 1 と 2) および震源解の中間の傾向を示している。以上のように、3 観測点のときの解と 4 観測点の解はほぼ同じであり、少ない観測点に対しても、本システムは現実性 (可能性) の高いことがわかる。

東京ガスでは 5 観測点に地震計を既に配置している。そのため、実際には上記のような配置形状の問題は解消され、推定精度がさらに改善されることが期待される。

7. あとがき

ここでは、地震計ネットワークの加速度記録をオンライン自動処理することで、気象庁の震源速報よりも早くかつ的確に震源を決定する方法を提案した。本方法は、1) 位相初動時刻の決定、2) 震源計算と 3) マグニチュードの決定の 3 段階よりなる。本研究では、標準走時表を利用せず、地域ごとに地下構造モデルを仮定し、走時および震央距離と震源深さに関する走時の偏微分係数を直接計算することを試みた。本アルゴリズムは、震源決定に計算時間を要さず、柔軟性に富んでいると言える。

本研究で提案した震源の自動処理法を 1992 年 2 月 2 日の東京湾南部地震に適用したところ、東京大学地震研究所地震観測情報センターの結果とよく一致した解を得た。観測点数 (3 あるいは 4) が少なくとも、高い推定精度が得られており、本アルゴリズムの有用性が実証された。本研究と気象庁の震央間距離は約 11.5km であった。気象庁の震源速報は概算値である。そのため、精密計算による震源情報が地震月報に公表されるまで、厳密な意味での比較は時期尚早である。しかし、本方法は、気象庁の震源速報よりも早く、しかもある程度正確に震源を決定できるため、有効なアルゴリズムと言えるであろう。

以上のように、本方法は、合理的な地震時緊急遮断システムを構築するために必要な、しかもリアルタイムで収集される加速度記録に基づいた震源推定システムであり、1. でも述べたように、応用の価値が高いと考えられる。

参考文献

- 1) 東京ガス (株): 限りなきベストへむけて - 地震・防災対策のご案内、pp.1 ~ 19、1992 年 8 月。
- 2) 宇津徳治: 地震学、第 2 版、共立全書、昭和 59 年 10 月。
- 3) 宇津徳治 (総編集)・嶋悦三・吉井敏克・山科健一郎 (編集): 地震の辞典、朝倉書店、1987 年 2 月。
- 4) 野田茂: 逐次型同定手法を用いた地震波初動の自動検出、第 2 回システム最適化に関するシンポジウム講演論文集、pp.85 ~ 97、1991 年 11 月。
- 5) Richter, C.F.: Elementary Seismology, W.H. Freeman and Company, 1958.
- 6) 岡本良夫: 逆問題とその解き方、オーム社、平成 4 年 3 月。
- 7) 富士通: FACOM FORTRAN SSL II 使用手引書 (科学用サブライブラリ)、1) 実行列の特異値分解 (ハウスホルダー法、QR 法)、2) 実行列の一般逆行列 (特異値分解法)、昭和 55 年 12 月。
- 8) 額額一起: 深さが負にならない震源決定、地震、第 42 輯、第 42 巻、pp.325 ~ 331、1989.
- 9) 中川徹・小柳義夫: 最小 2 乗法による実験データの解析、東京大学出版会、1982 年 5 月。
- 10) Gutenberg, B. and Richter, C.F.: Seismicity of the Earth and Associated Phenomena, Princeton Univ. Press, 1954.
- 11) 坪井忠二: 地震動の最大振幅から地震の規模 M を定めることについて、地震、第 2 輯、第 7 巻、pp.185 ~ 193、1954.
- 12) 勝又護: 深い地震の Magnitude を決める一方法、地震、第 2 輯、第 17 巻、pp.158 ~ 165、1964.
- 13) 首都圏基盤構造研究グループ: 夢の島人工地震実験資料集、平成元年 7 月。
- 14) 斎藤正徳: 漸化式デジタル・フィルターの自動設計 (技術報告)、物理探鉱、第 31 巻、第 4 号、pp.112 ~ 135、昭和 53 年 8 月。

(1992 年 9 月 21 日受付)