

自己回帰-移動平均手法による仙台地域の模擬地震動

SIMULATION OF EARTHQUAKE GROUND MOTION FOR SENDAI AREA
BY THE AR-MA PROCESS吉川正昭*, 秦 雅史**, 荒野政信**, 清野純史***
Masaaki YOSHIKAWA, Masafumi SHIN, Masanobu ARANO and Junji KIYONO

Earthquake ground motions for Sendai area have been studied. The earthquake motion is modeled as a non-stationary second-order auto-regressive moving average (AR-MA) process. The accelerograms are simulated by considering the ground motion as an output of single degree-of-freedom system excited by non-stationary white noise.

The results obtained in this study are summarized as follows:

- 1) AR-MA parameters are estimated from a sequence of data by solving the Yule-Walker equation and by using the concept of maximum entropy method proposed by Burg.
- 2) The filtering characteristics such as the natural frequency and damping ratio of single degree-of-freedom system, of which physical meaning is clear, can be derived from AR-MA parameters.
- 3) Earthquake motions for Sendai area are simulated after conducting regression analysis for the nonstationary characteristics. The procedure can be applied to the simulation of a future large earthquake by specifying and providing magnitude and epicentral distance for Sendai area.

1. はじめに

長大橋梁や原子力施設などの大型重要構造物の耐震設計では、建設地点などの着目地点周辺で観測された地震動波形がある場合、これを用いて、耐震安全性を検討することが多い。構造物が建設される地点の地盤条件を考慮した地震動が要求されているが、構造物の耐震設計に用いられる入力地震動を、合理的かつ一般性のある波形として求める方法が得られるに至っていないためである。強震時の観測記録が少ない1つの理由として、地震の発生が時間的、空間的にランダムであり、将来の発生位置、時期、規模などを正確に予想することは困難であることが考えられる。さらに、スケールを越える記録やたまたま地震直前の繰返しの停電などのため、バッテリーがなくなり、観測記録を求めることができないことなども、当所で実施している3次元アレー地震観測では経験している。

建築研究振興協会の高密度強震観測事業運営委員会^{1), 2)}では仙台地域でアレー観測を行い、「表層地盤

* 工博 (株)奥村組筑波研究所 技術課 (〒300-33 茨城県つくば市大字大砂 387)

** 主任研究員 (株)奥村組筑波研究所 耐震研究室 (〒300-33 茨城県つくば市大字大砂 387)

*** 工博 京都大学助手 防災研究所 耐震基礎部門 (〒611 宇治市五ヶ庄)

の特性除去と結果の活用」, 「表面波の伝播」などを検討し, やや長周期波の特性が地盤か, それとも震源の特性によるものかなどについても, 議論がなされている. 仙台地域の考察に加えて, 国内の主要強震記録を参考にして, 設計用入力地震動の特性に及ぼす影響要因(地震活動度, 震源特性, 距離減衰特性, 深い地盤特性, 表層地形, 地盤特性)などを考慮した設計用入力地震動作成手法技術指針(案)³⁾が, 日本建築センターの設計用入力地震動研究委員会で作成され, 設計用応答スペクトルを提示している. このように観測された地震記録でなく, 地震動の持つ種々の特性を表すように人工的に作成される地震動を模擬地震動と呼ぶ. 模擬地震動を作成する方法には, 上述のように平均応答スペクトルから求める方法, すなわち1自由度系の振動数領域で行う方法の他にも, いろいろな手法が提案されているが, 1自由度系の時間領域で, 観測波形を用いて行う自己相関-移動平均(AR-MA)による手法⁴⁾もある. AR-MA過程では, 地震波のある時点の値がそれ以前の時点の値の線形結合で表わされると考えており, 不規則現象の数字モデルとして特に工学の分野での応用範囲は広い^{7), 8)}. この考え方は, 観測値の時系列と入力となるホワイトノイズの時系列から, 次の時刻の地震波を予測できるとした数学モデルであるが, 2次の場合にはその係数に物理的な意味を持たせることができる. 本研究の特色は AR-MA 手法と回帰分析の手法を結びつけ, その動特性について考察を加え, 仙台地域の強震時の模擬地震動を作成することである. ここでは観測された地震動がAR-MA過程で表現できるとし, 仙台地域で観測された数多くの地震波を用いて同定したAR-MA係数をマグニチュードMと震央距離 Δ で回帰分析することにより, 当該地点で発表する地震動予測モデルの模擬を行うとともに, 従来から提案されている設計スペクトルとの比較を行っている.

2. 時系列理論の概念と時系列パラメータの推定

2.1 AR-MA (Auto-regressive-Moving average)法

震源モデルに基づく厳密な方法には, 地震が発生する機構を断層のくい違い運動で表わし, 伝播経路の地盤構造を仮定した上で, 波動論に基づいて模擬地震動を作成する方法がある. しかしながら, 断層の広がりによるグローバルな断層運動と, その局所的な複雑な動きを適確に表現するモデル化が複雑なため, 観測波形の, 特に高振動数成分をうまく説明できないのが現状である. そこで本研究では, 自動制御の分野で用いられる定常時系列の理論の中で, 現象の数学的記述が簡単なAR-MA手法を用いてパラメータを決定し, 統計的な手法によって波形を模擬する. このため観測された波形のみに注目すれば良いことになる. AR-MA過程は通常対象とする系の物理モデルが複雑な場合にそれに変わる数学モデルとして用いられる. ここでは2次のAR-MA過程を用いるが, これは1自由度系の動特性と1対1の関係が成立する⁹⁾ので, このAR-MA係数を求め, これから系の動特性を間接的に推定することにする.

まず, 震源から, 観測点までの伝播経路を一種の線形フィルターとみなし, このフィルターをAR-MA過程で表現する. 時刻 t における入力のホワイトノイズを ε_t , 地震記録の観測値を y_t とし, このフィルターを1自由度線形系と仮定すると式(1)で単純化される.

$$y_t = -\alpha_1(t)y_{t-1} - \alpha_2(t)y_{t-2} + \varepsilon_t + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \beta_2\varepsilon_{t-2} \cdots \cdots (1)$$

パラメータ α は時刻 t の関数で, β はホワイトノイズに包絡線を掛けた重み係数である. α の項は出力が巡回して次の出力を作るため, 自己回帰(AR)モデル, ホワイトノイズとの項は重み β を掛け, 時間軸上を移動していくことから移動平均(MA)モデルと呼び, 式(1)全体をAR-MAモデルと称する. すなわち, 地震観測波はホワイトノイズで記述された1自由度系の出力であると考え. また, 地震動の非定常性を考慮するため, 各タイムステップごとに1秒の長方形ウィンドウを考え, そのウィンドウ内で, 定常時系列理論を適用した. そして, フィルター特性を系の動特性(固有振動数 $f(t)$ と減衰定数 $h(t)$)の形で同定し, 標準地震波を作成することになる.

2.2 Yule-Walker 法とMEM 法

AR過程の $\alpha_i(t)$ ($i=1,2$)の推定値はYule-Walker法⁴⁾とMEM法⁵⁾で求められる. Yule-Walkerの方程式を

解く Yule-Walker 法は、推定値を観測データにあてはめ、誤差が極小になるように、最小 2 乗法で $\alpha_i(t)$ ($i=1,2$) を求める。 y_{t-k} を式 (1) に乗じ、期待値をとると自己相関係数で式 (1) が書きあらわされる。自己相関係数のフーリエ変換はパワースペクトルになり、どの振動数が卓越しているかという問題に対応できる。一方、 $\alpha_i(t)$ ($i=1,2$) を Yule-Walker 法のように自己相関係数を推定せず、情報エントロピーを増加させないように、未知の部分の自己相関定数を推定する方法が Burg により提案され、MEM (Burg) 法と称している。係数 $\alpha_i(t)$ ($i=1,2$) を予測フィルターとみなし、記号を正および逆方向に通したときの出力の 2 乗誤差を最小にする。構造物の動特性を推定するには、AR-MA 過程の係数を観測値より決定しなくてはならない。本論では Gersh が提案した 2 段階最小 2 乗法を用いて推定する。これを用いると $\alpha_i(t)$, $\beta_i(t)$ ($i=1,2$) は観測値だけから求められる。

2.3 ホワイトノイズを入力する 1 自由度系の同定

ホワイトノイズを外力として受ける運動方程式を、1 次の微分方程式に変換する。この微分方程式を積分して標準系に変換すると、1 自由度系の線形構造物系の応答は前述のように、(2,2) 次の AR-MA 過程で表現できることになる⁹⁾。非定常なモデル係数 $\alpha_i(t)$ ($i=1,2$) は 1 自由度系の固有振動数ならびに減衰定数 h で表現できる。この関係は式 (2) で与えられる。

$$\lambda^2 + \alpha_1 \lambda + \alpha_2 = 0, \quad \lambda \text{ or } \lambda^* = \exp(-2\pi f \cdot h \cdot T_m \pm i2\pi f \cdot T_m \sqrt{1-h^2}) \cdots \cdots (2)$$

ここに、 $i = \sqrt{-1}$, λ^* は λ の共役複素数、 T_m (0.02 秒) はデータサンプリング間隔である。

すなわち、 α_i が求められれば、式 (2) により、それと等価な線形 1 自由度系の固有振動数 f , 減衰定数 h が推定できるわけである。フィルター特性としては、 α_1, α_2 でみるよりも、 f, h でとらえた方が、物理的意味が明確であるので、 α_i ($i=1,2$) ではなく、 f, h を用いて非定常性を表現することにする。

2.4 時系列パラメータと強震動予測モデル

入力強度 $\sigma(t)$ の非定常性を表す関数形としては、これまでに地震動の振動特性に包絡線関数として、Table 1 に示す関数形が提案されている。 σ_{max} は入力の継続時間中における最大強度、 t_p は最大強度の出現する時刻を表している。 σ の非定常性はこの 2 つのパラメータによって表現される。固有振動数 $f(t)$, 減衰定数 $h(t)$ の非定常性を表す関数形も、同表に示す。

Table 1 Modelling of Nonstationarity

$\sigma(t) = \sigma_{max}(t/t_p) \exp(1-t/t_p)$
$f(t) = f_A \exp(-f_B t)$
$h(t) = h_A \exp(h_B t)$
$\beta_1(t) = \bar{\beta}_1, \beta_2(t) = \bar{\beta}_2$

f_A, h_A はそれぞれ地震動開始時刻における固有振動数、減衰定数を表し、 f_B, h_B はそれぞれ時間の経過とともに減少する卓越振動数の割合、時間の経過とともに増加する減衰定数の割合を表す。これらのパラメータは、最小 2 乗法より決定する。すなわち、1 つの地震記録から、 f_A, f_B, h_A, h_B が一組決定される。 β_1, β_2 はホワイトノイズ ε に包絡線を掛けたもので、時間に無関係な定数として扱う。次に、これらの時系列パラメータを震央距離 (Δ) とマグニチュード (M) を用いて回帰する。最大地震動予測には、地震記録に基づく最大地震動を統計的に扱い、 M と Δ を用いた種々の回帰式が提案されているが、ここでは震央距離を $\Delta + 30$ として、震源の拡がりの意味あいをもたせた次式を用いる。 σ_{max}, f_A, h_A については次式 (3) で表される回帰式を用い、 $t_p, f_B, h_B, \beta_1, \beta_2, T$ (継続時間) については式 (4) を用いた。

$$\log P = B_1 + B_2 * M + B_3 * \log(\Delta + 30) \cdots (3), \quad P = B_1 + B_2 * M + B_3 * \log(\Delta + 30) \cdots (4)$$

B_1, B_2, B_3 は回帰係数を表している。以上まとめて、プログラムの Flow chart⁹⁾ を Fig.1 に示す。

3. 観測波のシュミレーションと考察

3.1 Yule-Walker 法と MEM 法

仙台的観測点²⁾ は 11 点である。解析の代表測点として、緯度がほぼ等しい 3 点すなわち MIYA (宮城野小学校), 粘土混り砂礫の 2 種地盤 ($V_s \approx 210\text{m/s}$). NAKA (中野小学校), 細砂の 3 種地盤 ($V_s \approx 94\text{m/s}$), ORID

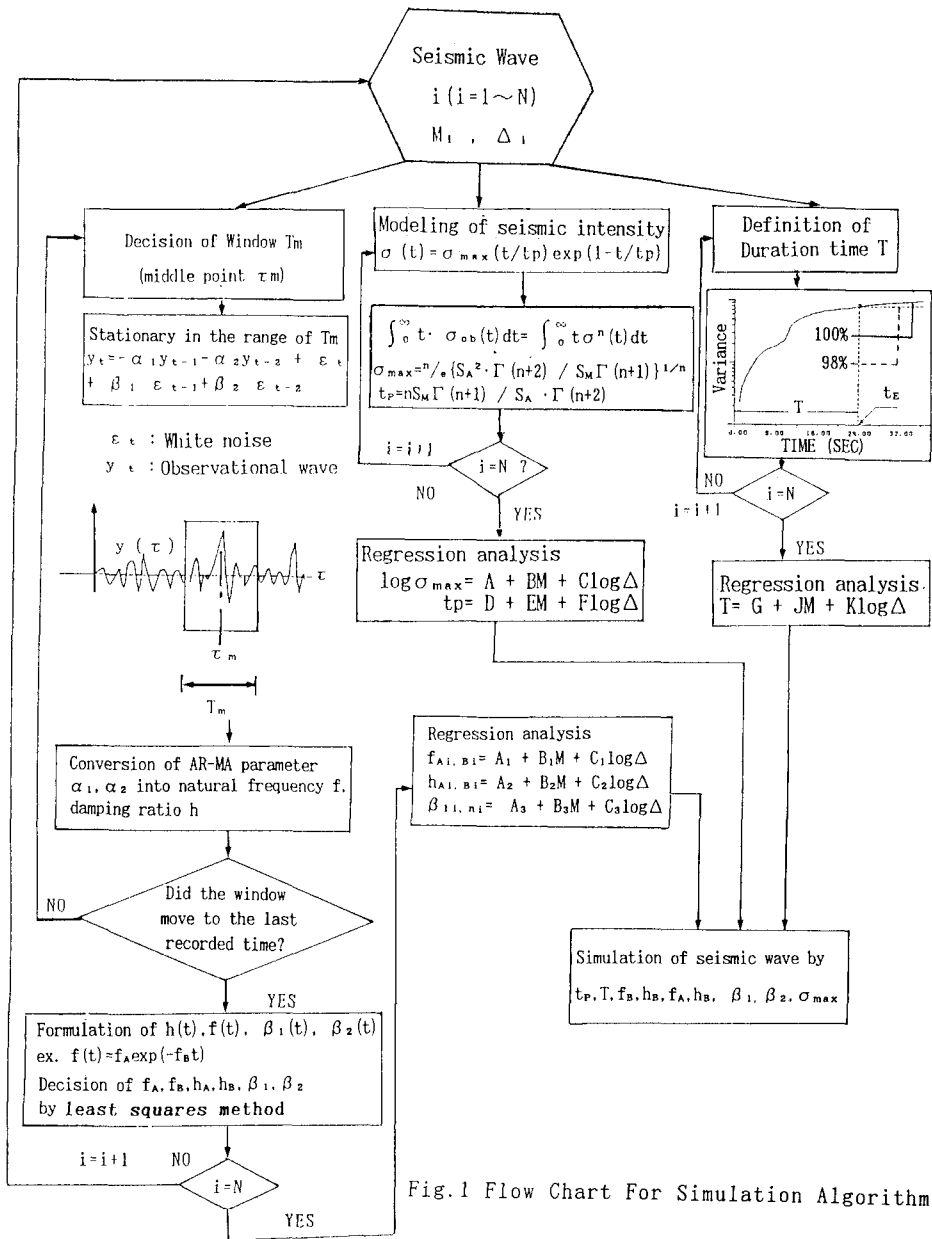


Fig.1 Flow Chart For Simulation Algorithm

(折立小学校), 泥岩の1種地盤 ($V_s \approx 330\text{m/s}$) を選ぶ。MIYA, NAKA が標高 1~10m と低いのに対して, ORIDは標高100mの露頭岩盤である。宮城県周辺の最近5年間の地震活動度は低く, 震源位置は大半を福島県沖地震が占める。

Yule-Walker 法とMEM 法によるAR-MA 手法を用いた模擬地震動を観測波(1987.4.7, MIYA, M=6.6, 福島県沖地震, $\text{Acc.}_{\text{max}} = 36.8\text{gal}$)より求めたものが, Fig.2 である。上二つの図は観測波の時刻歴とそのフーリエスペクトル, その下左側は Yule-Walker法, 右側はMEM 法を用いた結果である。上から, 再現された模擬地震動, そのフーリエスペクトル, 包絡線関数, 卓越振動数, 減衰定数であり, 包絡線関数, 卓越振動数, 減衰定数の図中の実線は関数近似した曲線である。両者による模擬地震動のフーリエスペクトル, 包絡関数, 1自由度系の卓越振動数, 減衰定数はほぼ一致している。AR-MA 過程によるYule-Walker とMEM のいずれを

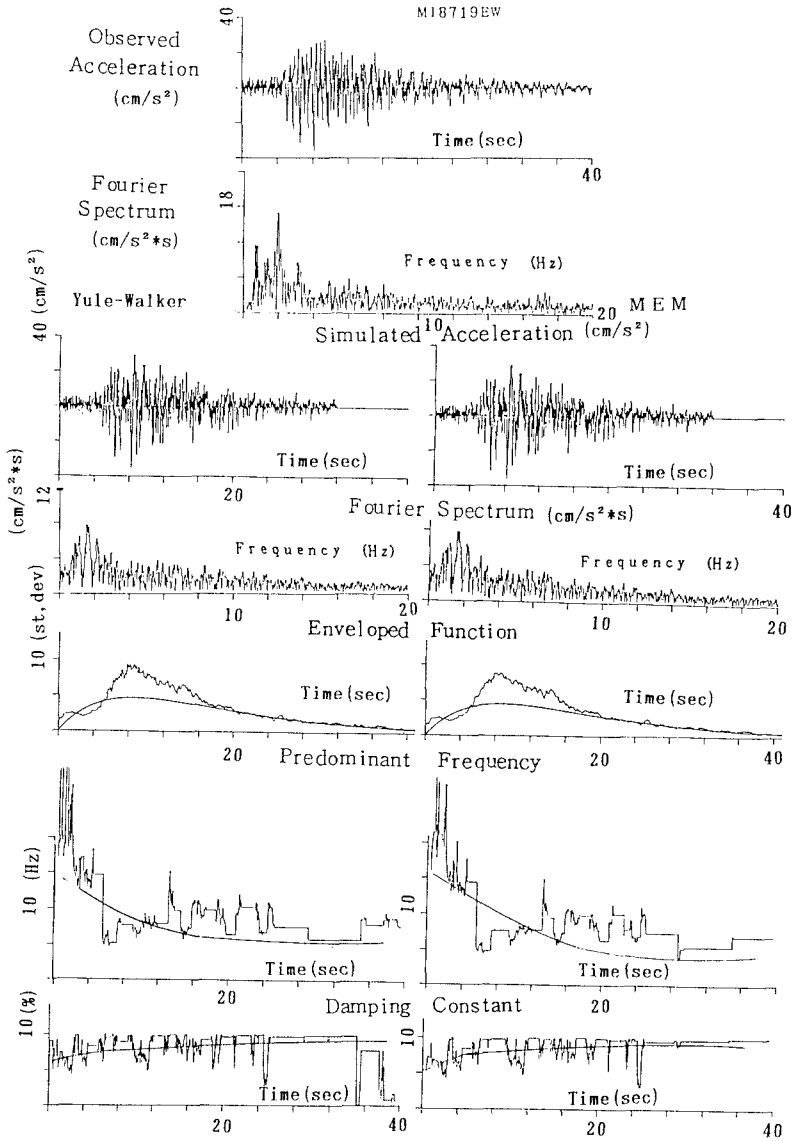


Fig.2 Yule-Walker and MEM (Burg)

用いても、観測波の特徴をうまく再現した模擬地震動を作成できることがわかる。なお、 $N \cdot f_0 \cdot T_s$ (N : データ数, f_0 : 固有振動数, T_s : サンプル間隔) として、Yule-Walkerでは 200程度が必要であるのに比べて、MEM による最大エントロピー規範を用いると、観測データが少ない場合でも計算が可能である。

3.2 同定による固有周期と減衰定数

宮城県中部地震 (1989.6.24, $M=4.1$, $Acc_{max} = 37.9gal$) におけるMIYA, NAKA, DRIDの記録を用いて $f(t) = f_A \exp(-f_B t)$, $h(t) = h_A \exp(-h_B t)$ の形に最小2乗近似して求めた $f(t)$, $h(t)$ を Fig.3 に示す。 $f(t)$ が時間の経過とともに低下していくのは、主要動をすぎた波動の後半あたりからで、長周期成分が卓越してくるためである。 $t=0$ における減衰定数は、MIYA, NAKA, ORID でそれぞれ $h_A = 53, 20, 24\%$ を示す。この減衰定数が時間の経過とともに大きくなるのは、主要動をすぎて地震動の振幅が小さくなるためである。ただし、減衰定数は震源から観測点までの経路を線形1自由度系とおいたため、一般に設計などに用いられる地盤の減衰定数 (5~10%) との直接の比較はできない。伝播経路の様々な減衰 (地盤の履歴減衰や内部減衰) を考

えた場合、20%前後は大きな値とはいえないと考えている。卓越振動は地震の規模自体が小さいため、高振動数成分が卓越した形となっている。3種類の地盤条件に対応する観測点のうち、第1種地盤のORID (Δ)の卓越振動数が高くなることを予想したが、第2種地盤のMIYA (□)の卓越振動数の方が高くなっている。これは ORID の岩盤の風化が予想以上に進んでいるためであり、第1種地盤というよりは、第2種地盤に近いと考えられる。

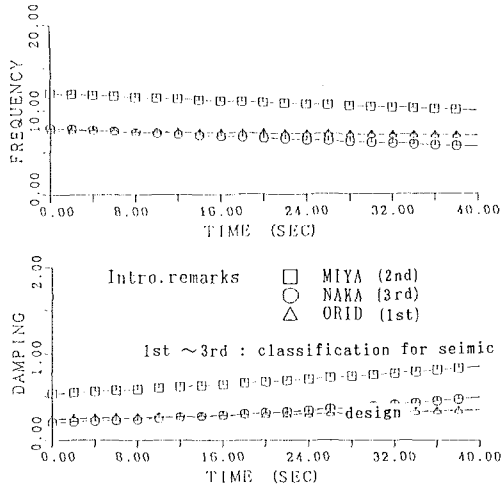


Fig.3 Predominant Frequency and Damping Constant in the $f=f_A \exp(-f_B t)$, $h=h_A \exp(h_B t)$

3.3 強震動予測モデルの作製

AR-MA 手法のFlow chart 1のうち、AR-MA 係数によるパラメータが求められたあと、M、Δで回帰分析を行い、これを用いて強震動予測波形を求める Flow chart をFig.4 に示す。代表例として、5種類の観測地震（1987年 4月から10月にMIYAのEWで観測したM=5.8~6.6の地震）の非定常パラメータを Table 2 に、回帰分析結果をTable 3 に示す。同表の回帰係数を用い、Mを6とし、Δを4種類（60km, 70km, 90km, 110km）に変えて求めた強震動予測波形をFig.5 に示す。同図より、予測波形はΔの増加に伴い地震動の継続時間が長くなり、加速度振幅が小さくなる地震動の一般的性質を再現している。

次に、強震動予測波形の応答スペクトル(h=5%)を Fig.6 に示し、道路橋示方書 N 耐震設計編（日本道路協会、平成2年2月 PP.142~147）の設計用スペクトル（第2種地盤）と比較する。同図から、今回試算した予測波形の応答スペクトルは設計に用いられる値より小さいことがわかる。この予測波形は MIYA で実際に観測された波形を基に作成されたものであるから、本観測点に限って言えば設計スペクトルはかなり安全側に設定されていることが分かる。

Table 2 Nonstationary Parameters (Observational Seismic Wave)

② \ ①	8719	8721	8724	8739	8740
tp	8.64	7.28	10.6	10.5	5.64
σ max	4.44	1.49	4.97	1.08	3.48
f _A	10.67	10.48	9.82	8.66	11.60
f _B	0.017	0.009	0.016	0.019	0.020
h _A	0.757	0.676	0.500	0.768	0.475
h _B	0.008	-0.018	0.009	-0.017	0.029
β ₁	0.018	0.002	0.015	-0.019	-0.038
β ₂	0.037	-0.003	-0.027	-0.001	-0.164
T	40.0	40.0	28.0	30.0	30.0

① : Record Number of Seismic Wave (MIYA,EW)
② : Nonstationary Parameters

Table 3 Regression Coefficients

② \ ①	B ₁	B ₂ *M	B ₃ *log(R+30)
log σ max	5.21	0.441	-3.333
log f _A	3.31	-0.020	-0.921
log h _A	-3.76	0.059	1.28
t _p	-71.5	3.41	26.2
f _B	0.039	-0.002	-0.003
h _B	0.723	-0.002	-0.306
β ₁	-0.659	0.060	0.128
β ₂	-0.064	0.031	0.105
T	-151.2	37.1	-13.9

① : Regression Coefficients
② : Nonstationary Parameters

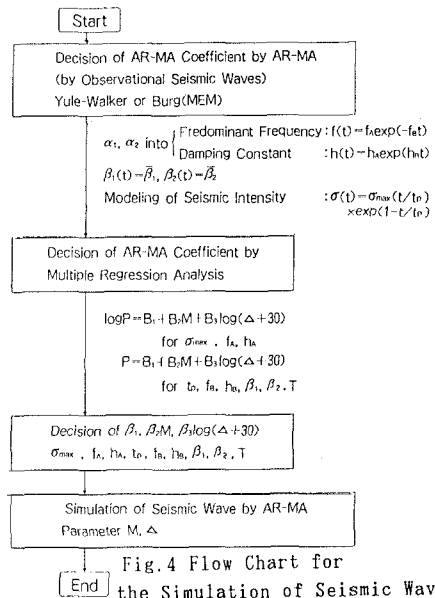


Fig.4 Flow Chart for the Simulation of Seismic Wave

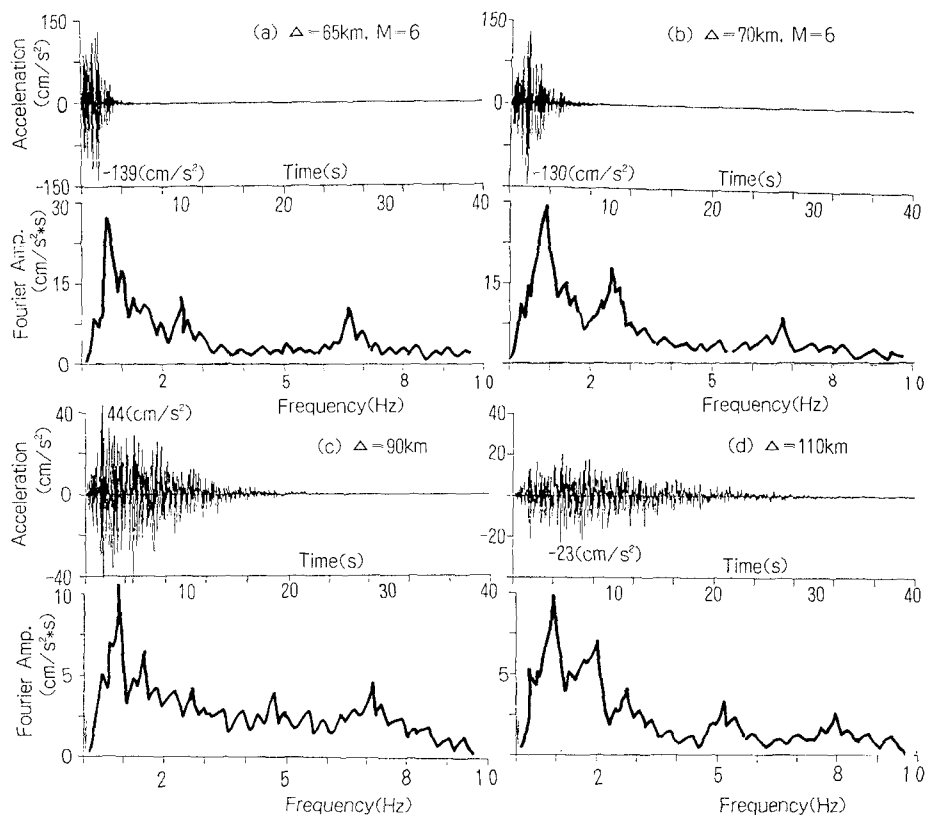


Fig.5 Simulated Acceleration Fourier Spectrum(M=6)

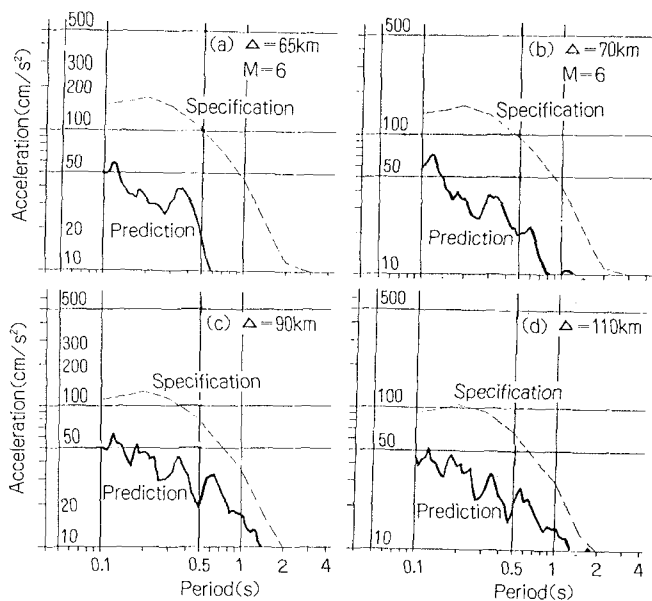


Fig.6 Comparison of Response Spectrum, M=6
(Predicted Accelerogram and Spec. of J.R.A.)

4. 結論

本報では仙台地域の地震動実観測波形にAR-MA 過程を適用し、模擬地震動を作成した。本解析による結果を要約すると以下ようになる。

- (1) MEM 法は観測データが少ない場合も計算が可能であるため、Yule-Walker 法よりも有効である。
- (2) AR-MA 係数から間接的に求めた卓越振動数と減衰定数の時刻歴は地震波の一般の性質と対応している。すなわち、主要動をすぎた波動の後半あたりから、長周期成分が卓越してくるため、卓越振動数が時間の経過とともに低下し、主要動をすぎて振幅が小さくなるため、減衰定数は時間の経過とともに大きくなる。
- (3) ここで行った一連の手順により、マグニチュードMと震央距離 Δ さえ与えれば、観測地点（仙台）の強震動時刻歴波形が求められる。この結果、将来起こるであろう震源の位置とその規模を想定すれば、仙台市で得られる波形のサンプルが合成できる。
- (4) 道路協会の設計用スペクトルは、今回求めた強震動予測波形の応答スペクトルと比較すると、安全側を与えている。しかし、最近3年間に得られた主要地震記録（約20波）でも、1978年6月に起きた宮城県沖地震時の振幅レベルの記録は得られておらず、設計用応答スペクトルとして、耐震設計に使用するには、今後も強震観測を続けることが必要である。

耐震設計に不可欠な応答スペクトル法は、振動数領域で1自由度系を扱ったものである。複雑な振動系にモード解析を行うことで1自由度の応答に帰着したものであることはいうまでもない。本手法も模擬地震動の作成にAR-MA 手法を利用し、これを線形1自由度系の動特性と結びつけたものであるが、用いたフィルターは地震動の伝播経路の特性を巨視的にモデル化したものである。そのため、フィルターへの入力ホワイトノイズと仮定している。しかし、本来入力には震源の破壊過程に基づく位相情報が含まれなければならない。そのため、地震記録からフィルター特性のみでなく、入力の振動数特性を同定できるアルゴリズムを構築する必要がある。なお、本論文で使用した地震観測記録は、建設省建築研究所と（社）建築振興協会の共同研究として実施されている高密度強震観測事業により得られたものである。本事業の運営にあたっては同協会内に、「高密度強震観測運営委員会」（1987～1991年度）が設置されている。

参 考 文 献

- 1) 吉川正昭：AR-MA 手法を用いた模擬地震動の作成，建築研究振興協会（1990年仙台フォーラム），（1990.11），PP.1~12.
- 2) 建築研究振興協会：高密度強震観測事業に関する調査報告書（昭和62,63,平成元年，平成2年度）。
- 3) （財）日本建築センター：設計用入力地震動研究委員会 平成3年度成果報告書，（平成3年3月）。
- 4) 土岐憲三，佐藤忠信，生木泰秀：自己回帰・移動平均法による構造物の動的パラメータの推定，京都大学防災研究所年報第21号 B-2（昭和53年4月），PP.1~22.
- 5) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店（1986.3），P210.
- 6) 土岐憲三，佐藤忠信，清野純史：阪神地域における地震活動度の調査とその応用に関する研究，阪神高速道路公団委託，（財）防災研究協会，（1984.3）。
- 7) 星谷勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，（昭和49年8月）。
- 8) 星谷勝：確率論手法による構造解析，鹿島出版会，（昭和59年6月）。

（1992年9月21日受付）