

## P C タンクの地震時応力の近似計算法

STRESS APPROXIMATION OF PRESTRESSED CONCRETE CYLINDRICAL TANK  
LOADED WITH EARTHQUAKE FORCE

吉岡 民夫\* 大谷 悟司\* 高西 照彦\*\*

by Tamio YOSHIOKA, Satoshi OHTANI, Teruhiko TAKANISHI

Earthquake induces hydrodynamic pressure and inertia force which act unsymmetrically with respect to axis to prestressed concrete cylindrical tank wall. Cylindrical tank loaded unsymmetrically with respect to axis can not easily be analyzed theoretically. This paper presents an approximate equation (ordinary differential equation of the fourth order for radial displacement) which is derived under some assumptions that may be technologically accepted. The equation is almost the same as that for cylindrical tank loaded symmetrically with respect to axis. Numerical results show this approximation adequately agrees with exact solution with finite element analysis.

## 1. はじめに

1958年にわが国で最初のプレストレストコンクリート(P C)タンクが横浜市で建設されて以来<sup>1)</sup>、特に1960年代後半から急速にその建設実績が増加した<sup>2), 3)</sup>。当時わが国にはP Cタンクの設計・施工に関する指針類が無く、わずかにA C I 344<sup>4)</sup>などが参考にされていた程度であった。1978年に仙台市を中心に大きな被害をもたらした宮城県沖地震では、小型のP Cタンクが完全に崩壊する被害を受けた<sup>5)</sup>。このタンクは側壁外側表面に沿って円周方向にP C鋼材を配置し、ピラスターと呼ばれる定着用壁柱で緊張・定着した後に、防食のためにその上から吹付けモルタルを施すという特殊な工法で建設されており、吹付けモルタルの施工不良や中性化の進行により、既にかかなりの数の円周方向P C鋼材が腐食・破断しており、このような悪条件が重なったこともあって、崩壊にまで至った模様である。この被害を契機に、P Cタンクの指針整備の機運が高まり、1979年に制定された「水道施設耐震工法指針・解説」(日本水道協会、以下「耐震工法指針」)を受けて、1980年に「水道用P Cタンク標準仕様書」(日本水道協会)が制定された。その後1984年には「容器構造設計指針・同解説」(日本建築学会)が出版され、急速にP Cタンクの耐震設計に関連する指針が整備されていった。

これらの指針には、P Cタンクの躯体慣性力、内容水にもとづく動液圧(Housner理論<sup>6), 7)</sup>や速度ポテンシャル理論<sup>8), 9)</sup>を用いて計算する)などの地震時にタンク側壁に作用する諸荷重が規定されている。これら

\* オリエンタル建設(株)技術部 (〒102 千代田区五番町5)

\*\*工博 九州工業大学 工学部 設計生産工学科 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)

の荷重は、静液圧などとは異なり、タンク側壁に対して逆対称荷重として作用する。「耐震工法指針」には、一般に地震時にタンク側壁に非軸対称荷重が作用する場合には、荷重と共に壁面の応力、ひずみ、変位を円周方向にフーリエ級数に展開した後、有限要素法（FEM）を用いて解析する方法が示されている。ところが「耐震工法指針」の計算例において、タンクの地震時転倒モーメントに対しては、側壁の鉛直方向軸力にもとづくモーメントのみが抵抗すると考えて、両者の釣合式から側壁の断面力を算出するという簡略法が示されていることもあって、実際のPCタンクの設計に際しては、特に大容量タンクを除いては、上述の簡略法を用いた計算や極く簡単な安定計算を実行した上で、その結果に対して良いか悪いかの判断を行っているのが現状であると云ってもよいであろう。このようなことが行われている理由としては、（１）PCタンクの設計実務者の多くにとっては、FEMに対する馴染みが薄いこと、（２）設計実務者の経験によれば、例えば地震力を考慮した厳密な応力計算を行ったとしても、現行の指針に従った場合、地震力によって断面や鋼材が決定されることが極めて希であること、が挙げられよう。

常時作用している静液圧が主たる荷重であるPCタンクにとって、最も不測の荷重と考えられるのは地震力である。この地震力に対し、ライフラインとしてのPCタンクは、その経済性を損なうこと無く、十分な保有耐力を有すると同時に、液体容器としての貯液機能を保持しなくてはならない。コンクリート液体容器の貯液機能は、ひび割れ発生もしくはひび割れ幅で検証されると考えられる。特に壁厚の薄いPCタンクでは、軸引張力や斜引張応力によるひび割れが、断面を貫通して液密性を阻害する危険性が高い。よって、コンクリートに発生するひび割れやその幅を予測するためには、地震時に生ずる詳細な応力を求めることが必要である。これらの応力を精度良く求めるには（A）タンクの3次元FEM解析を用いる方法、（B）荷重、変位などを円周方向にフーリエ級数展開した後、2次元FEM解析を用いる方法、（C）荷重、変位などを円周方向にフーリエ級数展開した後、解析的に解を求める方法、等が考えられる。上記の（A）および（B）の方法は、（１）前述したように、それは未だ大多数の設計実務者にとっては馴染み深い方法とは云い難いこと、（２）現在のところ、この方法にもとづくパーソナルコンピュータ用のプログラムが開発されていないこと、また（C）の方法は、一般にその解析解を求めるのが困難であること、等の理由で、多くの設計実務者にとってはいずれも実用的な方法であるとは云えないように思われる。そこで、いま、地震力を受けるPC円筒タンクの応力問題が、軸対称荷重を受ける円筒シェルにそれと近似的に置換することができれば、後者に対しては既にパーソナルコンピュータ用のプログラムや計算図表が整備されていることもあって、それは設計実務上極めて有用であると云える。

Priestley<sup>10)</sup>やNZS 3106:1986<sup>11)</sup>は、地震時にタンク側壁に対して逆対称に作用する動液圧については、その最大値を軸対称荷重として載荷したとき、精度良く側壁の最大応力（円周および軸方向応力）を求めることができると述べている。また、側壁下端での地震時最大面内せん断力算定のための近似式を与えている。しかるに、これらの近似式の導出に対する理論的な根拠については、必ずしもそれは明確に示されているとは云い難く、その上、得られた近似値に対する精度についても言及されていないようである。

本論では、まず、円筒形PCタンクが地震時に躯体慣性力と動液圧を受けたときの側壁断面力を求めるのに、側壁の鉛直および円周方向変位についてはその円周方向の変化率はいずれも微小であるとの仮定を導入することによって、側壁の法線方向の変位 $w$ に関する微分方程式（これはタンク解析の基礎方程式として用いられる）を導いた。つぎに、通常のタンクでは半径 $a$ に比べて壁厚 $t$ が十分小さいことから $(t/a)^2 = 0$ と仮定し、さらに、 $w$ に関する2回微分を含む項は微小であるとしてこれを無視することによって、上記の微分方程式が、円筒タンクの軸対称荷重を受けたときのそれと同型になる、すなわち、円筒タンクに対する非軸対称荷重問題を近似的に軸対称荷重問題に置換できることを示した。さらに、実規模PCタンクについて、前述の（B）による方法を用いて精度良く求めた結果を厳密解とみなし、それを本論で提案した近似解の結果と比較することによって、近似解の精度に対する検討を行った。

## 2. 円筒タンクの近似解析理論

### (1) 円筒シェルの釣合方程式<sup>12)</sup>

図-1に示すように、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 軸をそれぞれ軸（鉛直）方向、円周方向およびシェル面の法線（半径）方向にとり、 $a$ を半径、 $p$ を面垂直荷重として断面力を図-2のように定義すると、力の釣合方程式は次式で表される。

$$a \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} = 0 \quad (1-a)$$

$$a \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} + \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} - Q_\phi = 0 \quad (1-b)$$

$$a \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} + N_\phi + a \cdot p = 0 \quad (1-c)$$

$$a \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} - \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} + a \cdot Q_\phi = 0 \quad (1-d)$$

$$-\frac{\partial M_{x\phi}}{\partial \phi} + a \frac{\partial M_x}{\partial x} - a \cdot Q_x = 0 \quad (1-e)$$

ここに  $N_x, N_\phi$  = 鉛直および円周方向軸力  
 $N_{x\phi}$  = 面内せん断力  
 $M_x, M_\phi$  = 鉛直および円周方向曲げモーメント  
 $M_{x\phi}$  = ねじりモーメント  
 $Q_x, Q_\phi$  = 面外せん断力

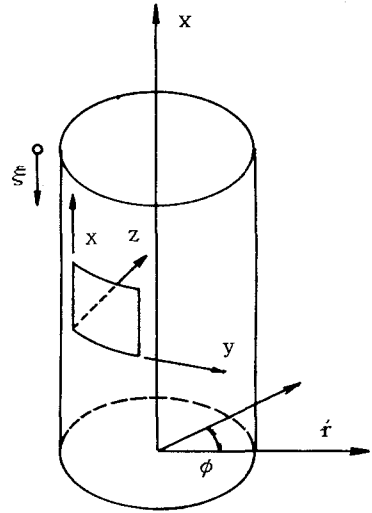


図-1 直立円筒シェルの座標系

式(1)より $Q_x$ および $Q_\phi$ を消去すると

$$a \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} = 0 \quad (2-a)$$

$$a \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} + \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial M_{x\phi}}{\partial x} - \frac{1}{a} \frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} = 0 \quad (2-b)$$

$$a \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{x\phi}}{\partial x \partial \phi} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_\phi}{\partial \phi^2} + N_\phi + a \cdot p = 0 \quad (2-c)$$

### (2) ひずみと変位の関係式

$u$ 、 $v$ 、 $w$ をそれぞれ鉛直、円周および半径方向の変位とし、 $u$ および $v$ の円周方向変位の変化率は小さいと仮定して、

$$\frac{\partial u}{\partial \phi} = \frac{\partial v}{\partial \phi} = 0 \quad (3)$$

とおくと、ひずみと変位の関係式は次式ようになる。

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4-a)$$

$$\epsilon_\phi = \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{w}{a} = -\frac{w}{a} \quad (4-b)$$

$$\epsilon_{x\phi} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \phi} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4-c)$$

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4-d)$$

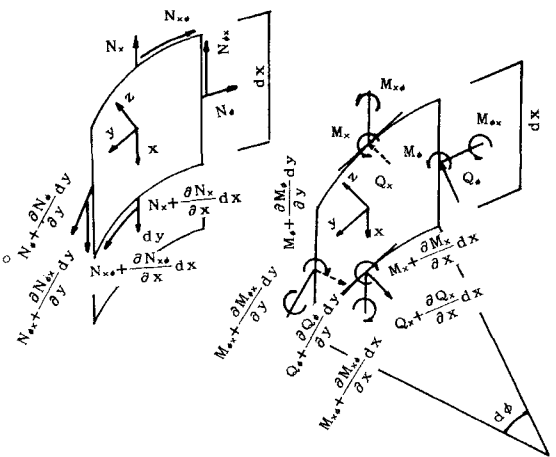


図-2 直立円筒シェルの断面力の定義

$$\kappa_{\phi} = \frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \quad (4-e)$$

$$\kappa_{x\phi} = \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \phi} \right) \quad (4-f)$$

ここに  $\epsilon_x, \epsilon_{\phi}$  = 鉛直および円周方向ひずみ

$\epsilon_{x\phi}$  = せん断ひずみ

$\kappa_x, \kappa_{\phi}$  = 鉛直および円周方向曲率

$\kappa_{x\phi}$  = ねじり率

### (3) 応力と変位の関係式

応力とひずみの関係式は以下に示す通りであるが、これに式(4)を代入してひずみ成分を消去すると、応力と変位の関係式が以下のごとく得られる。

$$N_x = K(\epsilon_x + \nu \cdot \epsilon_{\phi}) = K \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \nu \frac{w}{a} \right) \quad (5-a)$$

$$N_{\phi} = K(\epsilon_{\phi} + \nu \cdot \epsilon_x) = K \left( -\frac{w}{a} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5-b)$$

$$N_{x\phi} = \frac{1-\nu}{2} K \cdot \epsilon_{x\phi} = \frac{1-\nu}{2} K \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5-c)$$

$$M_x = -D(\kappa_x + \nu \cdot \kappa_{\phi}) = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\nu}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} \right) \quad (5-d)$$

$$M_{\phi} = -D(\kappa_{\phi} + \nu \cdot \kappa_x) = -D \left( \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (5-e)$$

$$M_{x\phi} = -M_{\phi x} = D(1-\nu)\kappa_{x\phi} = D(1-\nu) \frac{1}{a} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \phi} \right) \quad (5-f)$$

ここに KおよびDはそれぞれ軸剛性および曲げ剛性で、弾性係数をE、ポアソン比を $\nu$ 、壁厚をtとすると、それぞれ次式で表される。

$$K = \frac{E \cdot t}{1-\nu^2} \quad (6-a)$$

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6-b)$$

### (4) 円周方向変数 $\phi$ の分離

円筒形PCタンク側壁は、地震時には躯体慣性力と動液圧とを外荷重として受けることになるが、これらの荷重は側壁に対して逆対称形に作用する。したがって、いま、地震の作用方向を基準にとった円周方向の角度を $\phi$ とすれば、y-z平面に平行な面上にある側壁断面における変位、断面力、外荷重は、その最大値(添字0)に対して、次式のように表される。

$$\{N_x \ N_{\phi} \ N_{x\phi} \ M_x \ M_{\phi} \ M_{x\phi}\} \quad (7-a)$$

$$= \{N_{x0} \cos \phi \ N_{\phi 0} \cos \phi \ N_{x\phi 0} \sin \phi \ M_{x0} \cos \phi \ M_{\phi 0} \cos \phi \ M_{x\phi 0} \sin \phi\}$$

$$\{u \ v \ w\} = \{u_0 \cos \phi \ v_0 \sin \phi \ w_0 \cos \phi\} \quad (7-b)$$

$$p = p_0 \cos \phi \quad (7-c)$$

さて、式(7-a)および(7-c)を式(2)に代入すると

$$a \frac{dN_{x0}}{dx} + N_{x\phi 0} = 0 \quad (8-a)$$

$$a \frac{dN_{x\phi 0}}{dx} - N_{\phi 0} + \frac{dM_{x\phi 0}}{dx} + \frac{1}{a}M_{\phi 0} = 0 \quad (8-b)$$

$$a \frac{d^2M_{x0}}{dx^2} - 2 \frac{dM_{x\phi 0}}{dx} - \frac{1}{a}M_{\phi 0} + N_{\phi 0} + a \cdot p_0 = 0 \quad (8-c)$$

また、式(7-a)および(7-b)を式(5)に代入すると

$$N_{x0} = K \left( \frac{du_0}{dx} - \nu \frac{w_0}{a} \right) \quad (9-a)$$

$$N_{\phi 0} = K \left( -\frac{w_0}{a} + \nu \frac{du_0}{dx} \right) \quad (9-b)$$

$$N_{x\phi 0} = \frac{1-\nu}{2} K \frac{dv_0}{dx} \quad (9-c)$$

$$M_{x0} = -D \left( \frac{d^2w_0}{dx^2} - \nu \frac{w_0}{a^2} \right) \quad (9-d)$$

$$M_{\phi 0} = -D \left( -\frac{w_0}{a^2} + \nu \frac{d^2w_0}{dx^2} \right) \quad (9-e)$$

$$M_{x\phi 0} = D(1-\nu) \frac{1}{a} \left( \frac{dv_0}{dx} - \frac{dw_0}{dx} \right) \quad (9-f)$$

となつていずれも変数 $\phi$ を含まぬ方程式を得ることができる。

#### (5) 基礎方程式の誘導

いま、ここで、鉛直方向軸力の最大値 $N_{x0}$ が既知であるとして、この $N_{x0}$ と側壁の法線方向の最大変位 $w_0$ とを用いて、側壁の変位および断面力を表すことを考える。

式(9-a)より

$$\frac{du_0}{dx} = \frac{N_{x0}}{K} + \nu \frac{w_0}{a} \quad (10-a)$$

これを式(9-b)に代入して

$$N_{\phi 0} = \nu \cdot N_{x0} - K(1-\nu^2) \frac{w_0}{a} \quad (10-b)$$

式(9-d)を2回、(9-f)を1回、 $x$ で微分すると

$$\frac{d^2M_{x0}}{dx^2} = -D \left( \frac{d^4w_0}{dx^4} - \frac{\nu}{a^2} \frac{d^2w_0}{dx^2} \right) \quad (11-a)$$

$$\frac{dM_{x\phi 0}}{dx} = D(1-\nu) \frac{1}{a} \left( \frac{d^2v_0}{dx^2} - \frac{d^2w_0}{dx^2} \right) \quad (11-b)$$

式(11)、式(9-e)、式(10-b)を式(8-c)に代入すると

$$\begin{aligned} D \frac{d^4w_0}{dx^4} - 2 \frac{D}{a^2} \frac{d^2w_0}{dx^2} + 2 \cdot D(1-\nu) \frac{1}{a^2} \frac{d^2v_0}{dx^2} + \frac{w_0}{a^2} \left\{ \frac{D}{a^2} + K(1-\nu^2) \right\} \\ = \frac{\nu}{a} N_{x0} + p_0 \end{aligned} \quad (12)$$

次に、式(9-c)を1回 $x$ で微分した結果と、式(10-b)、式(11-b)および式(9-e)を式(8-b)に代入して、 $d^2v_0/dx^2$ を求めれば

$$\frac{d^2v_0}{dx^2} = \frac{1}{a(1-\nu) \left( \frac{K}{2} + \frac{D}{a^2} \right)} \left[ \frac{D}{a} \frac{d^2w_0}{dx^2} - \frac{1}{a} \left\{ (1-\nu^2)K + \frac{D}{a^2} \right\} w_0 + \nu \cdot N_{x0} \right] \quad (13)$$

式(13)を式(12)に代入すると

$$D \frac{d^4 w_0}{dx^4} - 2 \frac{D}{a^2} \frac{6a^2}{6a^2 + t^2} \frac{d^2 w_0}{dx^2} + \frac{1}{a^2} \left\{ (1-\nu^2)K + \frac{D}{a^2} \right\} \frac{6a^2 - t^2}{6a^2 + t^2} w_0$$

$$= \frac{\nu}{a} \frac{6a^2 - t^2}{6a^2 + t^2} N_{x0} + p_0 \quad (14)$$

が得られる。上式は、 $w_0$  に関する4回の常微分方程式であって、 $N_{x0}$  が既知の場合には、外荷重  $p_0$  が与えられればこれを解くことができる。

#### (6) $N_{x0}$ の算定

$y-z$  平面に平行な面上の側壁断面において、外荷重と断面力とによって生ずるモーメントの釣合式を求めれば、次式のように表される。

断面力にもとづくモーメントは

$$\int_{-\pi}^{\pi} a^2 \cdot N_{x0} \cdot \cos^2 \phi \cdot d\phi - \int_{-\pi}^{\pi} a \cdot M_{x0} \cdot \cos^2 \phi \cdot d\phi \quad (15-a)$$

また、外荷重によるモーメントは

$$\int_0^{H_0-x} \int_{-\pi}^{\pi} a (H_0 - x - \xi) p_0 \cdot \cos^2 \phi \cdot d\phi \cdot d\xi \quad (15-b)$$

であるから、両者を等置することによって

$$a \cdot N_{x0} - M_{x0} = \int_0^{H_0-x} (H_0 - x - \xi) p_0 \cdot d\xi \quad (16)$$

ここに、 $H_0$  は水深である。

式(9-d)を式(16)に用いれば、 $N_{x0}$  は

$$N_{x0} = -\frac{D}{a} \left( \frac{d^2 w_0}{dx^2} - \nu \frac{w_0}{a^2} \right) + \frac{1}{a} \int_0^{H_0-x} (H_0 - x - \xi) p_0 \cdot d\xi \quad (17)$$

と表される。上式を式(14)に代入すれば

$$D \frac{d^4 w_0}{dx^4} - \frac{D}{a^2} \frac{6a^2(2-\nu) + \nu \cdot t^2}{6a^2 + t^2} \frac{d^2 w_0}{dx^2} + \frac{1}{a^2} \frac{6a^2 - t^2}{6a^2 + t^2} E \cdot t \frac{12a^2 + t^2}{12a^2} w_0$$

$$= \frac{\nu}{a} \frac{6a^2 - t^2}{6a^2 + t^2} \frac{1}{a} \int_0^{H_0-x} (H_0 - x - \xi) p_0 d\xi + p_0 \quad (18)$$

結局、外荷重  $p_0$  が与えられれば、上式から  $w_0$  を求めることができる。

式(18)において、半径  $a$  に比べて壁厚  $t$  が十分小さいとして  $(t/a)^2 = 0$  とおき、さらに、 $w$  に関する2回微分を含む項は微小であるとしてこれを無視すれば、式(18)は次式ようになる。

$$D \frac{d^4 w_0}{dx^4} + \frac{E \cdot t}{a^2} w_0 = \frac{\nu}{a^2} \int_0^{H_0-x} (H_0 - x - \xi) p_0 \cdot d\xi + p_0 \quad (19)$$

式(19)の両辺を  $D$  で除して整理すると

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} + 4\beta^4 w_0 = \frac{p_0'}{D} \quad (20-a)$$

$$\text{ここに } \beta^4 = \frac{3(1-\nu^2)}{(a \cdot t)^2} \quad (20-b)$$

$$p_0' = \frac{\nu}{a^2} \int_0^{H_0-x} (H_0 - x - \xi) p_0 \cdot d\xi + p_0 \quad (20-c)$$

式(20-a)は、軸対称荷重が作用する場合の円筒シェルの解析に際して用いられる基礎微分方程式と同型の方程式である。このことは、本論で採用した仮定のもとでは、円筒タンクに地震時動液圧などの非軸対称荷重が加わった場合の解析を行うのに、これを軸対称荷重問題に置換して取り扱うことができることを示している。式(20-c)の右辺第1項は、

$$\frac{\nu}{a} \frac{1}{a} \int_0^{H_e-x} (H_e - x - \xi) p_0 \cdot d\xi = \frac{\nu}{a} M_{OT}$$

と書くことができるが、 $M_{OT}$  は式(16)において $M_{x0}/a$ が小さいとしてこれを無視した時の $N_{x0}$ に等しい。「耐震工法指針」巻末の計算例においては、地震時のタンクの転倒モーメントに対しては、側壁の鉛直方向軸力にもとづくモーメントのみがこれに抵抗するとして、すべての計算がなされているが、上記のことから、「耐震工法指針」においては、 $M_{x0}/a$ にもとづく抵抗モーメントは小さいとして、この項は無視されていることがわかる。一方、側壁の鉛直方向軸力の最大値 $N_{x0}$ にポアソン比 $\nu$ を乗じた値は、円周方向軸力の最大値 $N_{\phi 0}$ の主要項となっているが、式(20-c)の右辺第1項はそれをさらにタンクの半径 $a$ で除したものの $\nu \cdot N_{x0}/a$ であると考えてもよい。このことは、PCタンクの鉛直方向プレストレス力 $P$ によって生ずる断面力を求める時に、等価等分布圧力として $\nu \cdot P/a$ をタンクに載荷してよいとする考え方の正当性を裏付けるものである<sup>13)</sup>。

### (7) $N_{x\phi 0}$ および $M_{x\phi 0}$ の算定

式(20-a)を解いて $w_0$ が求められると、 $N_{x0}$ は式(17)から、 $N_{\phi 0}$ は式(10-b)から、 $M_x$ は式(9-d)から、 $M_{\phi 0}$ は式(9-e)からそれぞれ算出することができる。 $N_{x\phi 0}$ と $M_{x\phi 0}$ については、以下のようにしてこれを求めることができる。

まず、 $N_{x\phi 0}$ については式(13)を $x$ について1回積分した後、これを式(9-c)に代入して、側壁上端が自由であるという境界条件

$$x = H_e \text{ において } N_{x\phi 0} = 0$$

を与えることによって

$$N_{x\phi 0} = \frac{1-\nu}{2} K \int_0^x \frac{d^2 v_0}{dx^2} dx \quad (22)$$

のように求められる。

つぎに、 $M_{x\phi 0}$ については、式(9-d)と(9-e)から $w_0/a^2$ を消去することによって $d^2 w_0/dx^2$ を求め、

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{1}{D(1-\nu)} (M_{x0} - \nu \cdot M_{\phi 0}) \quad (23)$$

上式と式(13)とを式(11-b)に代入した後、これを $x$ について1回積分する。

$$M_{x\phi 0} = D \frac{1-\nu}{a} \int_0^x \frac{d^2 v_0}{dx^2} dx + \frac{1}{a} \int_0^x (M_{x0} - \nu \cdot M_{\phi 0}) dx \quad (24)$$

積分定数は、 $N_{x\phi 0}$ の場合と同様に、側壁上端が自由であるという境界条件

$$x = H_e \text{ において } M_{x\phi 0} = 0 \quad (25)$$

から定める。

### 3. 数値解析結果と考察

前章で述べた近似計算法の精度を検証するために、一例として内径 $D=2.0$  m、水深 $H_e=1.0$  m、壁厚 $t=0.25$  m(等厚)、上端自由、下端固定の実規模PCタンクを対象として、それぞれ(i)本論で提案した近似計算法と(ii)1章で述べた(B)の方法(フーリエ級数展開を用いた2次元FEM解析)とを用いて、タンク側壁の断面力を計算し、両者の結果を比較した。(ii)の方法では、側壁を図-3に示すように分割した。分割数をさらに多くした場合に対して得られたタンク側壁断面力を、図-3の分割

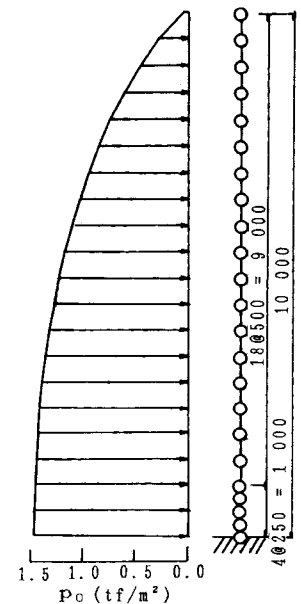


図-3 FEMモデルと動液圧

によって得られたそれと比較した結果、両者には高々0.1%の差しか認められなかったので、本論では後者の結果を厳密解として採用することにして、(i)の方法によって求めた近似解の精度を検証するのに用いた。

円筒タンクに対する外荷重としては、地震時に作用する動液圧のみを考えることにした。動液圧は速度ポテンシャル理論によって求めた衝撃圧を採用することにして、図-3の分割における各節点位置での衝撃圧を算出し、節点間では直線的に変化すると取り扱った。液体の単位体積重量は $\gamma=1.0 \text{ t f/m}^3$ 、水平震度は $k_H=0.2$ とした。また、コンクリートのヤング率は $E=2.8 \times 10^6 \text{ t f/m}^2$ とし、ポアソン比は、それがタンクの断面力に及ぼす影響を知るためと、従来の近似計算ではそれを0として結果を求める場合が多い

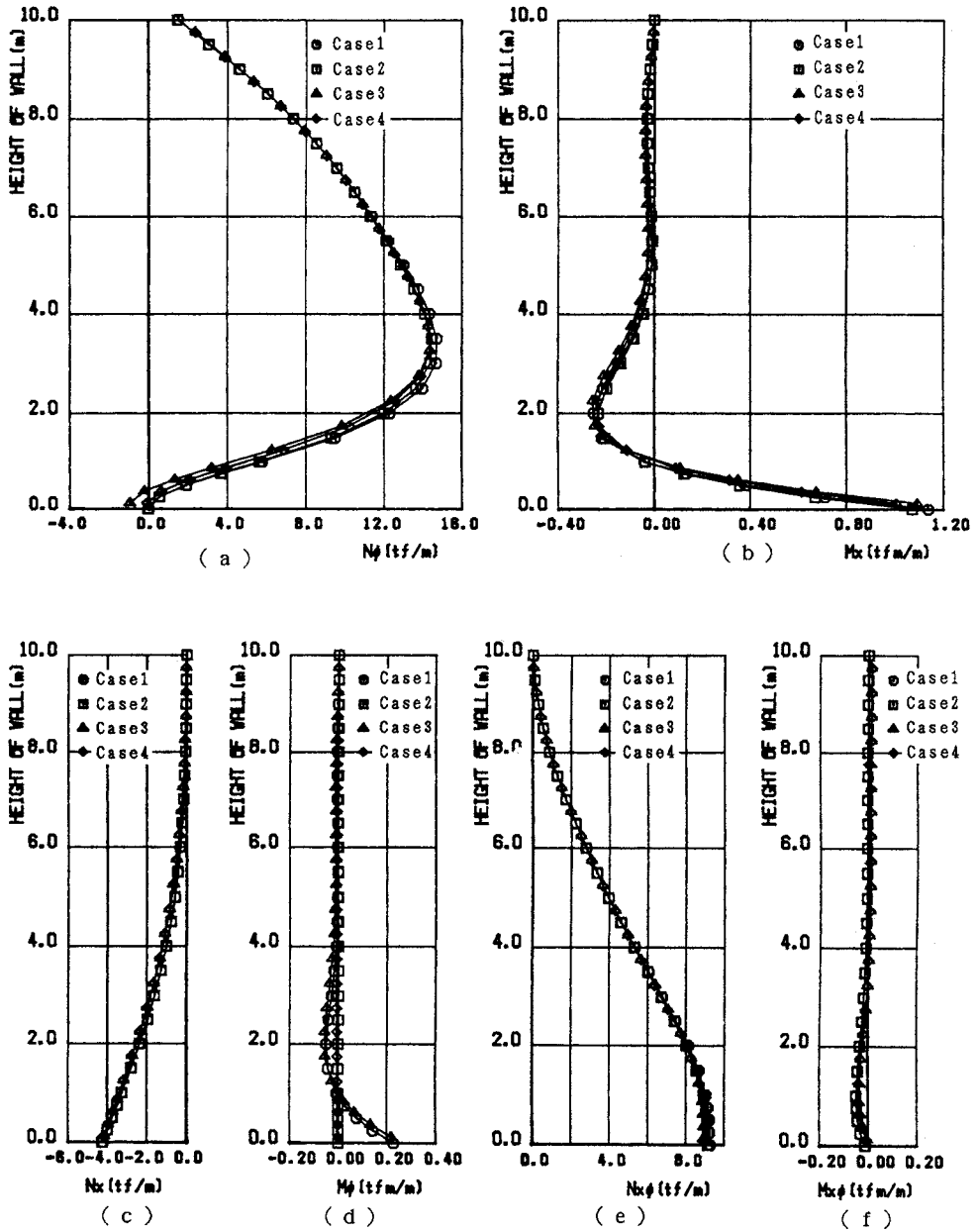


図-4 タンク側壁の断面力



ことを考慮して、 $\nu=0.2$ および $0.0$ の2通りの場合を採用することにして、全部で以下の4ケースについて計算を行った。

Case 1 (i)の方法を用いて、 $\nu=0.2$ とした場合。

Case 2 (i)の方法を用いて、 $\nu=0.0$ とした場合。

Case 3 (ii)の方法を用いて、 $\nu=0.2$ とした場合。

Case 4 (ii)の方法を用いて、 $\nu=0.0$ とした場合。

上記の4ケースの場合についてそれぞれ数値計算を行って、タンク側壁の断面力を求めた。得られた結果を図-4に示した。同図においては、(ii)の方法による結果(厳密解)については要素の中心点における値を、(i)の方法による結果(近似解)については(ii)の方法の節点位置における値をプロットしている。これは単に、断面力をグラフ化したときに、プロットした点が重なるのを避けるためである。図-4から、各種断面力はどれもそれぞれ対応する厳密解によく一致していることが判る。また、Case 1と2の結果およびCase 3

表-1 断面力の比較

(tf, m)

	$x$ (m)	(i)近似解		(ii)FEM	
		$\nu=0.2$	$\nu=0.0$	$\nu=0.2$	$\nu=0.0$
$N_{x0}$	0.125	4.284(1.032)	4.279(1.031)	4.153	4.152
$N_{\phi 0}$	2.750	14.42(1.045)	14.11(1.016)	13.79	13.886
$M_{x0}$	0.125	0.9141(0.836)	0.8600(0.856)	1.093	1.005
$N_{x\phi 0}$	0.125	9.275(1.041)	9.159(1.013)	8.912	9.037

注)  $x$  = 壁下端からの距離

( )内は(ii)の結果に対する比

表-2  $M_{x0}$ に対する誤差および補正係数

(tfm/m)

	n	a	He	a/He	(i)	(ii)	$\delta$ (%)
Case 1		5.0		1.0	0.1954	0.2397	22.67
2		7.5		1.5	0.3358	0.3734	11.20
3	4@0.25	10.0	5.0	2.0	0.4612	0.4929	6.87
4	+8@0.50	15.0		3.0	0.6746	0.6988	3.59
5		20.0		4.0	0.8613	0.8797	2.14
6		30.0		6.0	1.2185	1.2329	1.18
Case 7		7.5		1.0	0.4669	0.5559	19.06
8	6@0.25	10.0		1.33	0.6919	0.7728	11.69
9	+2@0.50	15.0	7.5	2.0	1.1004	1.1656	5.93
10	+5@1.00	20.0		2.67	1.4697	1.5223	3.58
11		30.0		4.0	2.1417	2.1814	1.85
Case 12	4@0.25	10.0		1.0	0.8598	1.0038	16.75
13	+2@0.50	15.0	10.0	1.5	1.4658	1.5909	8.53
14	+8@1.00	20.0		2.0	2.0158	2.1230	5.32
15		30.0		3.0	3.0236	3.1044	2.67

n = (ii)の方法での要素分割

a = 半径(m)

He = 水深(m)

(i) = (i)の方法で求めたの鉛直方向モーメント

(ii) = (ii) "

$\delta$  = ((ii)-(i))/(i)

と4の結果をそれぞれ比較することによって、ポアソン比が側壁の断面力に与える影響はそれほど顕著ではないことが判る。

絶対値の小さな $M_{\theta 0}$  および $M_{x\theta 0}$  を除いて、他の断面力についてその精度の定量的な検討を行うために、厳密解と近似解とをその最大値において互いに比較した。結果を表-1に示す。同表より、鉛直方向モーメント $M_{x0}$  を除いては、近似解と厳密解との差は高々5%であって、いずれの場合も、前者の方が後者よりも大きくなっている(安全側)ことが判る。これに反して、 $M_{x0}$  については近似解は厳密解よりも小さくなっており、両者の間に15%程度の差が生じている。 $M_{x0}$  の誤差を検討するために、PCタンクの主要な構造要素である半径と水深を変化させ、表-2に示す15ケースについて、上記と同様に、(i)の方法(近似解)と(ii)の方法

(FEM解)で計算を行った。この場合、(ii)の方法での側壁の分割方法は、表-2に示す通りである。また、ポアソン比は $\nu=0.0$ とし、その他の計算条件は、前述の計算例と同じとした。

$M_{x0}$  の最大値に関する誤差 $\delta$  ((ii)の方法による結果から(i)の方法による結果を差し引き、それを(i)の方法による結果で除した値の百分率)を、表-2および図-5に示す。図-5では、横軸に半径 $a$ を水深 $H_0$ で除して無次元化した $a/H_0$ をとり、縦軸には誤差 $\delta$ をとった。同図より、 $\delta$ は $a/H_0$ が小さくなるほど大きくなり、特に $a/H_0$ が2.0より小さくなると、誤差 $\delta$ は急激に大きくなっている。また、誤差 $\delta$ は、近似的には水深 $H_0$ には依らず、 $a/H_0$ のみによって決まると云っても良いようである。実際の一般的なPCタンクの大多数は、 $a/H_0 > 1.5$ であると考えられるから、 $a/H_0$ が1.5程度より大きければ、近似解による $M_{x0}$ の誤差は高々10%以下と考えてよい。

#### 4. 結論

本論において、筆者らは2、3の仮定の下に、円筒形PCタンクが非軸対称な地震力を受けたときに、側壁に生ずる各種断面力を精度よく容易に算定することができる近似式(側壁の法線方向変位に関する4回の常微分方程式)を導いた。そして、この方程式は円筒シェルが軸対称荷重を受けたときのシェルの法線方向変位を求めるそれに同型であることを示した。さらに、側壁の断面力に関して数値計算を行って、高い精度で行ったFEM解析によって得られた値と本論で導いた近似式を用いて求めた値とは、よく一致することを示した。

#### 参考文献

- 1) 井深 功、渡辺和夫：わが国最初のプレストレストコンクリート水槽工事、土木学会誌、44-9, pp15-20, 1959年9月
- 2) 鈴木素彦、吉岡民夫：上水用PCタンクの現状と問題点、プレストレストコンクリート、Vol. 20, No. 5, pp5-13, 1978年10月
- 3) 池田尚治：PC円形構造物の現況、最近のプレストレストコンクリートと30年の歩み、プレストレスト

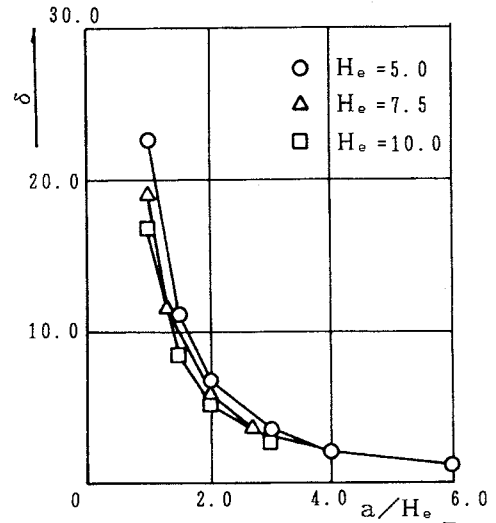


図-5  $\delta$  と  $a/H_0$  との関係

- コンクリート技術協会, pp31-40, 1986年6月
- 4)ACI 344:Design and Construction of Circular Prestressed Concrete Structures
  - 5)日本コンクリート工学協会：1976年6月12日宮城県沖地震の被害調査速報、コンクリート工学, Vol. 16, No. 8, Aug. 1978, pp125-130
  - 6)Housner G. H. :Dynamic Pressure on Accelerated Fluid Container, Bulletin of the Seismological Society of America, 1957
  - 7)U. S. Atomic Energy Comission:Nuclear Reactors and Earthquakes, TID Report, August 1963
  - 8)曾我部ほか：液体貯槽の耐震設計に関する基礎的研究、東京大学生産技術研究所報告, Vol. 26, No. 7
  - 9)清水：円筒タンクの耐震設計（1）～（3）、配管技術, 7-9月, 1974年
  - 10)Pliestley M. J. N. :Analysis and Design of Circular Prestressed Concrete Storage Tanks, PCI JOURNAL, July-August, 1985
  - 11)NZS 3106:1986:Code of practice for CONCRETE STRUCTURES FOR THE STORAGE OF LIQUIDS
  - 12)チモシェンコほか：板とシェル理論、ブレイン図書出版（株）
  - 13)吉岡、久松、出光：ハンチを有する壁下端固定PCタンクの断面力簡易計算法、土木学会論文集, No. 433 /v-5, pp. 81-90, 1991. 8

（1991年9月30日受付）