

## 3次元表示による地震動の多点入力応答スペクトル

## THREE-DIMENSIONAL RESPONSE SPECTRA FOR MULTI-SUPPORT INPUT MOTIONS

伊津野和行\* 山田善一\*\* 家村浩和\*\*\*

By Kazuyuki IZUNO, Yoshikazu YAMADA and Hirokazu IEMURA

New response spectra for multi-support input motions are presented to study seismic response of long-span bridges. Three-dimensional response spectra are defined using response of simple beams with various natural periods. These spectra clearly verify the dominant vibration mode and the critical location of maximum response. Numerical examples using the earthquake records observed by a newly-installed array at the Akashi Kaikyo bridge construction site show that the different input motions to each support produce different predominant vibration modes in the absolute acceleration response compared with the case of the same input motion to each support. It is also been observed that relative velocity and relative displacement responses decrease when the multi-support input motions with phase lags are considered. Ordinary response spectra method also examined and it has been found that the approximated values using RMS method overestimated the maximum response.

## 1. はじめに

近年橋梁の長大化はますます進み、明石海峡大橋をはじめとして長大橋梁の建設が数多く進められている。長大橋梁の地震応答に関しては、各橋脚に同じ地震波が入力されるとは考えられず、位相差などを考慮した入力を行う必要がある。このような構造物の多点入力の問題では、入力地震動が応答に与える影響がきわめて大きく、その影響を具体的に表現することは重要なことだと考えられる。

また、地震動のアレー観測データも年々数多く集録されるようになってきたが<sup>1)</sup>、そのデータの利用法の1つとしても多点入力問題が考えられる。アレー観測によって1つの地震を多地点で同時に得られるため、多点入力を考慮した耐震設計を行なう際に重要な情報を提供することが可能である。その場合にも、データの一次処理情報として平易な表現法をとることは、工学的に有意義なことだと考えられる。

さて、構造物の多点入力の問題は、従来FEM等によって詳細な時刻歴解析を行なうのが普通であり、文献2)等多くのテキストに手法がまとめられている。しかし時刻歴解析では解析結果には構造物特性の影響が大きく、地震動が構造物応答に与える影響の一般的な表現が困難である。そこで応答スペクトルの利用が考えられ、桜井・栗原・増子・矢島らは応答スペクトル法の考え方を多点入力問題に拡張してその妥当性を検討している<sup>3)</sup>。この手法はどのような構造物にも適用が可能であるが、構造モデルをそ

\* 工修 京都大学助手 工学部土木工学科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

\*\* 工博 京都大学教授 工学部土木工学科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

\*\*\* 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

れぞれの場合で特定する必要がある。また、入力地震動によっては精度が問題になる場合もあり<sup>3)</sup>、位相差など入力地震動の影響を定量的に評価する目的には適さない。

そこで本研究では、最も基本的な多点入力問題である2点入力問題を取り上げ、位相差入力が入力構造物の応答に与える影響を一般的に論じることを試みた。具体的には、通常の応答スペクトルにおける1自由度系構造モデルのかわりに、橋梁モデルとして一般性の高い単純梁を考え、その多点入力応答を応答スペクトルとして表現した。また、それを3次元的に図示することによって可読性を高め、入力地震動の影響を視覚的に把握することができるよう工夫した。以下の章では、多点入力応答スペクトルの定義と数値解析例を示し、本手法の有効性について検討を行なった。数値解析例としては、地震動のアレー観測データから得られた2地点同時記録に対する多点入力応答スペクトルを示し、また、従来の近似解法との比較も行った。

## 2. 定式化

本章では単純梁を用いた多点入力応答スペクトルの定義を行なう。

Fig. 1に示す単純梁の両支点到異なる地震動が上下に入力される場合を考える。この梁の運動方程式は、曲げ変形のみを考えるBernoulli-Euler梁を仮定すると、時刻 $t$ と位置 $x$ を用いて次の式(1)で表わされる。

$$m \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = -m \frac{L-x}{L} \ddot{z}_1(t) - m \frac{x}{L} \ddot{z}_2(t) \quad (1)$$

但し、 $m$ は梁の単位長さあたりの質量、 $E$ はヤング率、 $I$ は断面2次モーメント、 $L$ は梁の長さ、 $\ddot{z}_1(t)$ と $\ddot{z}_2(t)$ はそれぞれの支点に入力される地震加速度、 $w(x,t)$ は時刻 $t$ 、位置 $x$ における梁の鉛直方向のたわみである。

ここでモード解析の考え方をを用いて、たわみ $w(x,t)$ を次式で表わす。

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) q_n(t) \quad (2)$$

但し、 $\phi_n(x)$ は $n$ 次の振動モード形状を表わし、 $q_n(t)$ が $n$ 次モードに対する時間変化を表わす。

次に、 $n$ 次の固有円振動数

$$\omega_n = (n\pi)^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3)$$

を用い、また減衰項を付加すると、式(1)は $\phi_n(x)$ と $q_n(t)$ を用いて、次の2式に分けることができる。

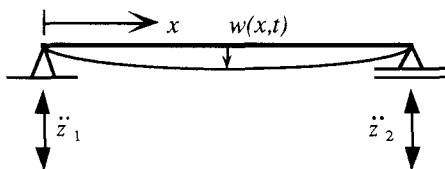


Fig. 1 Simple beam model with multi-support input excitations.

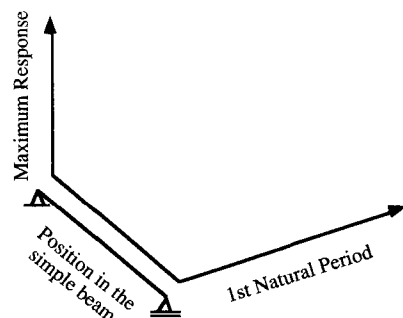


Fig. 2 Definition of each axis for multi-input response spectrum.

$$\ddot{q}_n(t) + 2h\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = -\frac{2}{n\pi} \left\{ \ddot{z}_1(t) + (-1)^{n-1}\ddot{z}_2(t) \right\} \quad (4)$$

$$\phi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (5)$$

但し、減衰定数 $h$ はモードによらず一定値と仮定した。式(4)より奇数次モードには各入力波の和が、偶数次モードには各入力波の差が影響することがわかる。よって同一波形が両支点に入力された場合には、奇数次モードしか励起されないことになる。

そして、単純梁の各部分の位置を $x$ 軸(Fig. 1で定義した位置とスパン長の比で表示し、0から1までの値をとる)、単純梁の1次の固有周期を $y$ 軸、最大応答値を $z$ 軸として結果を3次元的にプロットしたものを、多点入力応答スペクトルと定義した。Fig. 2に各軸の説明図を示す。従来の応答スペクトルと同様に、絶対加速度応答スペクトル、相対速度応答スペクトル、相対変位応答スペクトルを定義することができる。なお、相対速度応答スペクトルおよび相対変位応答スペクトルは、両支点を結ぶ直線からの相対値とし、固有周期が0秒の構造(剛体)に対する絶対加速度応答スペクトルは式(1)の右辺の最大値を単位長さあたりの質量 $m$ で除したものとした。また本研究では、刺激係数が1次モードの1/10となる10次モードまで考慮して計算を行なった。

本手法は、地震動の上下動成分に対して有効であるとともに、橋軸直角水平成分についても適用可能である。しかし、橋軸方向の入力に対しては、梁の振動特性が異なることもあって、式(1)を用いることはできない。本研究では従来の応答スペクトルと比較を行なう上で、各成分を独立に取り扱える式(1)の定式化を用い、橋軸方向成分に関する検討は行わないことにした。

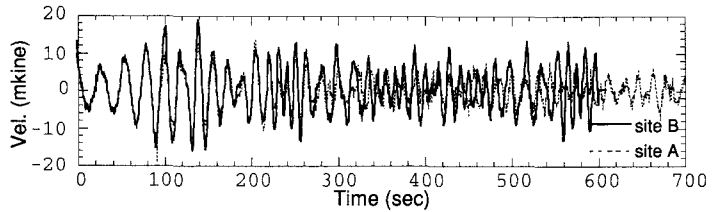


Fig. 3 Velocity time histories for Akashi and Kobe records of the 1991 Myanmar earthquake (NS components).

### 3. 数値計算例

#### 3.1 ミャンマー地震記録

数値解析例として、まず、単純梁の両支点に同じ入力がある場合と、異なる入力がある場合についてアレー観測で得られた記録を用いて比較し、その差を多点入力応答スペクトルによって検討した。地震波形としては、1991年1月6日にミャンマーで発生したマグニチュード7.2の地震の兵庫県明石市(site A)と同県神戸市(site B)における記録(どちらもNS成分)を用いた。

この記録は、著者らが明石海峡大橋架設地点近傍で実施しているアレー観測システム<sup>4)</sup>によって得られた記録である。

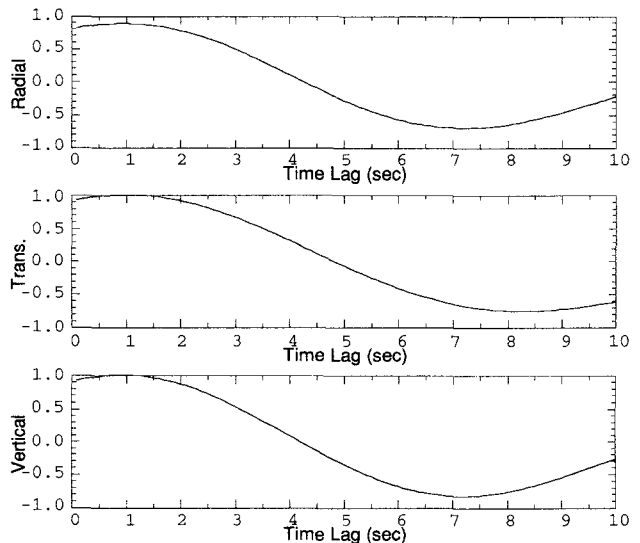
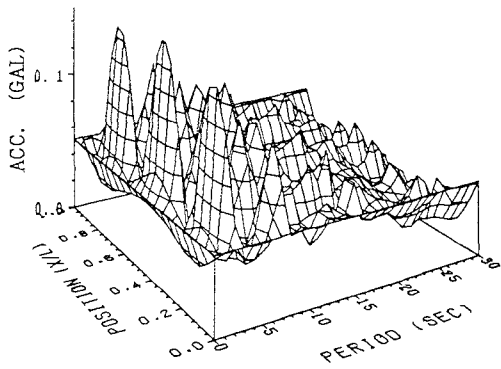
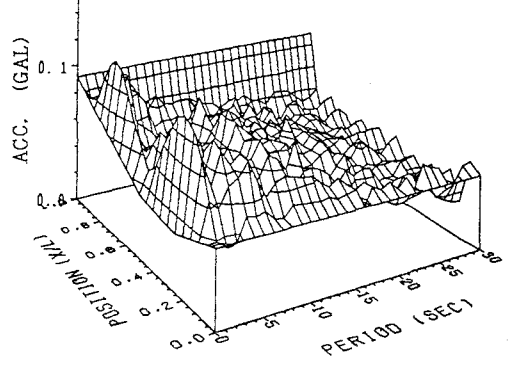


Fig. 4 Normalized cross correlation function between Akashi and Kobe records of the 1991 Myanmar earthquake. (Radial, transverse and vertical direction, respectively.)

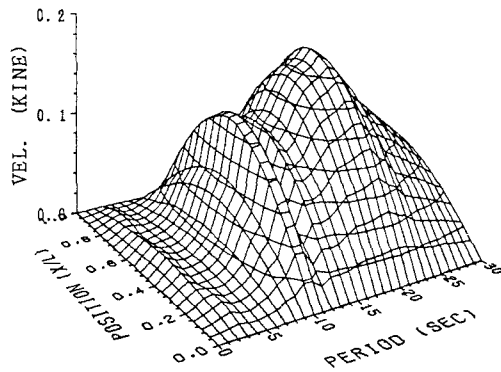
明石海峡大橋におけるたわみ振動の1次の固有周期は約20秒とされている。本観測は長周期まで測定可能なピックアップ(東京測振製、公称測定範囲1/70~40秒)と、1時間ごとに時計の自動修正を行なうことによって日差±0.001秒を実現する時刻信号発生器(東京測振製)とを組み合わせたシステムを用いて実施されており、2地点における地震動の位相差を直接観測することが可能である。両観測地点はそ



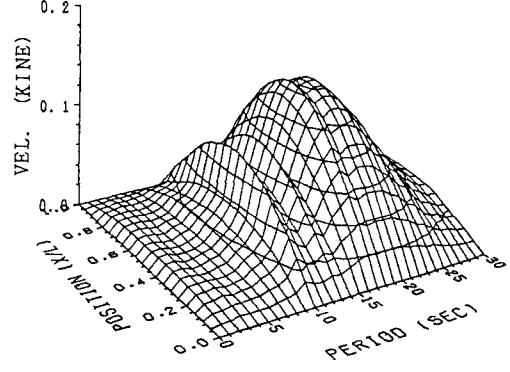
(a) Absolute acceleration response



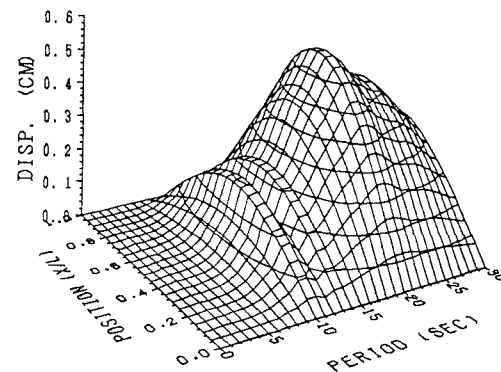
(a) Absolute acceleration response



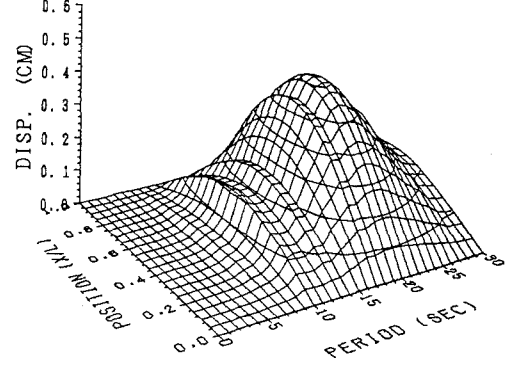
(b) Relative velocity response



(b) Relative velocity response



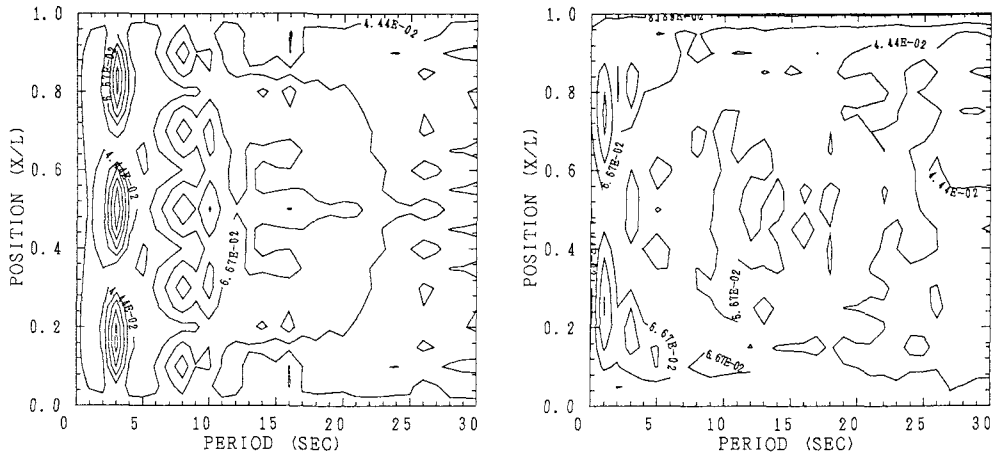
(c) Relative displacement response



(c) Relative displacement response

Fig. 5 Multi-input response spectra using Kobe record of the 1991 Myanmar earthquake as both input motions (NS component).

Fig. 6 Multi-input response spectra using Akashi and Kobe records of the 1991 Myanmar earthquake as each input motion (NS components).



(a) for the case of the same input motions using Kobe record of the 1991 Myanmar earthquake (NS component). (b) for the case of the different input motions using Kobe and Akashi records of the 1991 Myanmar earthquake (NS components).

Fig. 7 Contour map of multi-input response spectra for absolute acceleration.

それぞれ4.8km離れており、観測地点と本地震の震央は約4000km離れている。

この地震の観測された速度波形をFig. 3に示す。最大値は40m/s程度の小さなものであるが、約10分間にわたって記録が得られている。また本記録の卓越周期は10秒から30秒である。Fig. 3は2地点の記録を重ねて描いたものであるが、両者はほぼ一致していることがわかる。両波形の位相差を検討するため相互相関関数を計算するとFig. 4のようになる。この図は上図からそれぞれ震央方向、震央直角方向、上下方向成分であり、最大値が1になるよう正規化してある。Fig. 4は正弦波的な形状を示しており、相関はかなり高いことがわかる。なお、相互相関関数が最大となるのは、Fig. 4より時間差が1.0秒の時である。

単純梁の両支点到神戸(site B)記録を入力した場合の多点入力応答スペクトルをFig. 5に、それぞれの支点到明石(site A)記録と神戸(site B)記録を入力した場合の多点入力応答スペクトルをFig. 6に示す。いずれも減衰定数 $h=2\%$ に対する値である。なお、構造物の1次の固有周期を示すy軸に関しては、明石海峡大橋のたわみ1次振動の固有周期である20秒前後における値も読み取れるよう0~30秒に設定した。

Fig. 5とFig. 6を比較すると、相対速度と相対変位は異なる入力を行なったFig. 6の方が小さな値となっていることがわかる。この傾向は、特に周期25~30秒の長周期構造物に対して強く現われている。形状も1次モードが卓越し、梁中央部で最大値となる。

絶対加速度に関しては、同じ周期の梁でもFig. 5とFig. 6で卓越するモードが異なることがわかる。このように卓越モードが明らかになることが、3次元的にスペクトルを表すことの利点の一つである。絶対加速度に関して別の角度から検討するため、Fig. 5(a)とFig. 6(a)の等高線を描いたのがFig. 7である。Fig. 5(a)及びFig. 7(a)の同一波形入力の場合、周期4秒の構造物に対して3次モードが卓越し、他の周期の梁と比較しても最大値を示している。それに対してFig. 6(a)及びFig. 7(b)の異なる入力の場合では、周期4秒の構造物の応答値は小さく、かわって周期1秒の構造物で逆対称モードである2次モードが卓越し、大きな値を示している。(図で対称形になっているのは応答スペクトルが絶対値をとっているためである。)異なる波形を入力した場合(Fig. 6-a及びFig. 7-b)、明確な卓越モードが観察されるのは5秒以下の構造物であり、それ以上の長周期構造物では明確な卓越モードがみられない。

このように異なる波形を各支点に入力した場合、同一波形を入力したときと比較して、卓越モードや最大応答値およびその位置が変化する場合がある。最大値をとる場所を把握することができるのも、本

手法の利点である。必ずしも梁中央部で最大値を示すわけではないことがFig. 6(a)からわかる。また本計算例の場合、位相差入力の影響は絶対加速度応答にもっとも大きな影響を与えた。

### 3.2 奈良県南部地震

前節では遠くて大きな地震の記録を取り扱った。残念ながら近くで大きな地震の記録は、前述のアレー観測システムで得られていないため、ここでは近くで小さい地震の記録に対する数値計算例を示す。

用いたのは1991年6月16日に奈良県南部で発生したマグニチュード4.3の地震の記録で、前述した明石海峡大橋架設地点におけるアレー観測システムの3地点すべてにおいて観測された。よって観測機器は前節のものと同一である。震央距離は約80kmと近いところで発生した地震であり、波形特性は後述するように前節のミャンマー地震とかなり異なる。

このうち、明石(site A)と淡路島(site C)における速度記録のEW成分をFig. 8に示す。最大値は10~20 m/kine程度である。両地点は約4.8 km離れているが、1秒以下の短周期成分が卓越していることもあって、ミャンマー地震の場合と違って相関はさほど高くない。

この地震の明石(site A)における記録が単純梁の両支点に入力された場合の同一波形入力の応答スペクトルをFig. 9に、明石(site A)と淡路島(site C)における記録がそれぞれの支点に入力された場合の多点入力応答スペクトルをFig. 10に示す。本計算例では、前節より短周期側に着目し、0.2秒刻みで0秒から10秒までの1次固有周期に対する値をプロットした。いずれも減衰定数 $h=2\%$ に対する値である。

各図の(a)絶対加速度、(b)相対速度、(c)相対変位のいずれの場合も、Fig. 9の同一波形入力では大きな値を示す0.6秒付近の1次モードの山と6秒付近の3次モードの山が異波形入力のFig. 10では小さくなり、かわって3秒付近の2次モードの山が卓越する様子がわかる。また、同じくの場合にもFig. 9の同一波形入力の場合の方が全般的に大きな値を示している。しかし、同一周期の梁に対する値をFig. 9とFig. 10で比較すると、その逆のケースもある。例えば1次固有周期が3秒の梁では、異なる波形が入力される(Fig. 10)と、同一波形入力(Fig. 9)に対して最大応答値が2倍程度大きくなるのがわかる。またその場合、最大応答を示す場所もFig. 9とFig. 10で異なっていることにも注意を要する。さらに、異なる波形に対する絶対加速度応答のFig. 10(a)において、5秒以上の長周期構造物では明確な卓越モードが見られない。これは前節のミャンマー地震の場合(Fig. 6-a)と同様な傾向である。

以上本計算例においては、前節の場合と異なり、位相差入力の影響が絶対加速度応答のみならず、相対速度応答や相対変位応答にも大きく現れる結果となった。

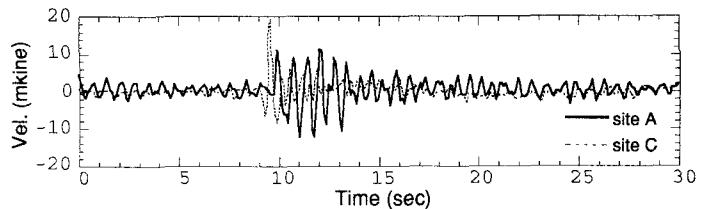


Fig. 8 Velocity time histories for Akashi and Awaji-shima records of the 1991 Nara-ken Nanbu earthquake (EW components).

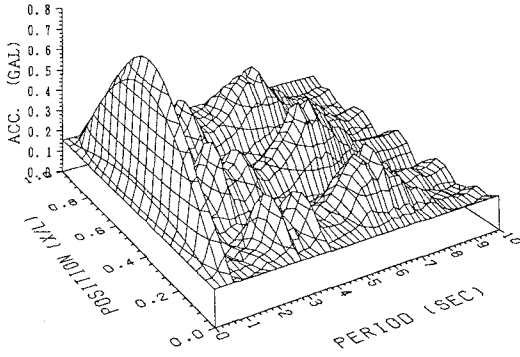
### 4. 近似解との比較

ここでは、各次モードの2乗和の平方根を考える従来の多点入力応答スペクトル法<sup>3)</sup>との比較を行なう。地震波としては、3.1節で用いた1991年ミャンマー地震の明石(site A)及び神戸(site B)におけるNS成分記録を用いた。

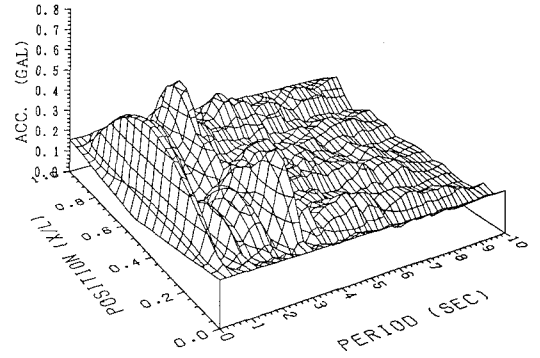
まず、Fig. 11の各地震波形の応答スペクトルをもとに、梁の各モードに対する応答スペクトル値の2乗和の平方根を求めた。そして、それぞれの地震波形に対する値の算術和をとり、最大値の近似値を求めた。それに対して、Fig. 6より各周期の梁の最大応答値を求めて一緒にプロットしたのがFig. 12である。Fig. 12の実線が多点入力応答スペクトルによる単純梁の最大応答値であり、点線が従来の手法によ

る近似解である。

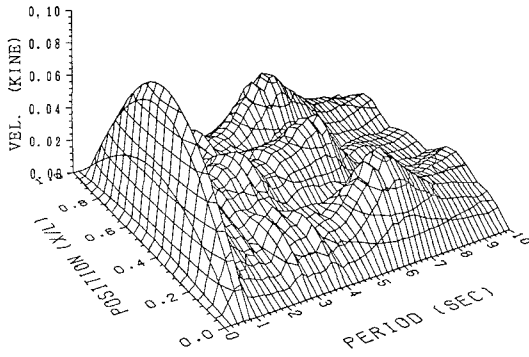
Fig. 12(b)の相対速度とFig. 12(c)の相対変位に関しては、周期25秒以下の構造物に対して非常によい近似を与えている。しかし周期25秒以上の長周期構造物に対しては、安全側ではあるが応答を50%程度過大評価している。Fig. 11の応答スペクトルをみると、入力した両波形の応答スペクトル値が大きく異



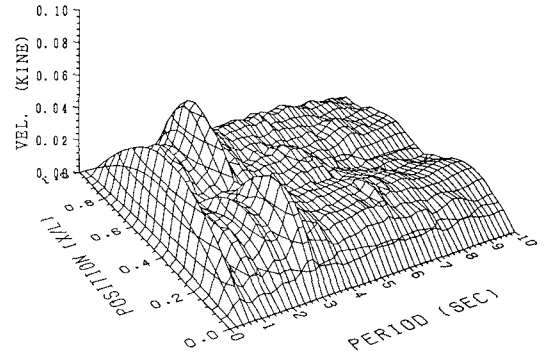
(a) Absolute acceleration response



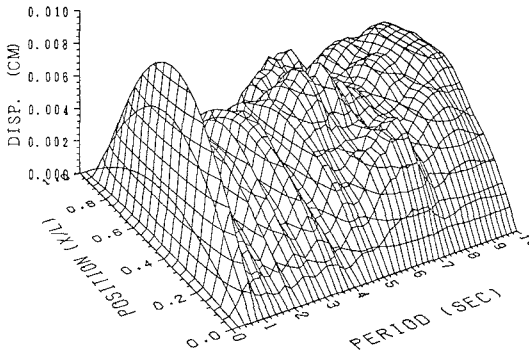
(a) Absolute acceleration response



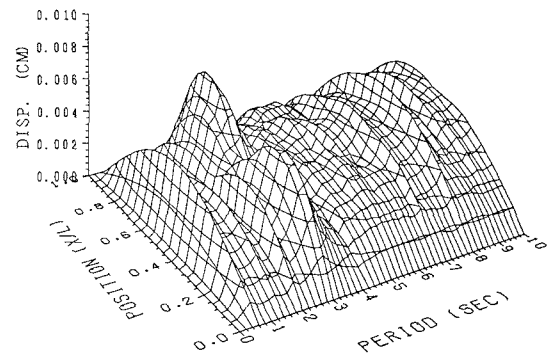
(b) Relative velocity response



(b) Relative velocity response



(c) Relative displacement response



(c) Relative displacement response

Fig. 9 Multi-input response spectra using Akashi record of the 1991 Nara-ken Nanbu earthquake as both input motions (EW component).

Fig. 10 Multi-input response spectra using Akashi and Awaji-shima records of the 1991 Nara-ken Nanbu earthquake as each input motion (EW components).

なる領域において近似解との差が大きいことがわかる。文献3)では、各入力に相関がない場合には近似解が過大評価をすると述べられているが、これは固有周期が0.5秒以下の短周期構造物の場合に対する見解である。本研究で対象としている構造物の固有周期が長いから、用いた地震波形(Fig. 3)の相関が高いとはいえ、相対的に相関性が低くなる。よって、短周期構造物に対する無相関波形入力の場合と同様に過大評価となったものと考えられる。ここで用いた両波形は、位相特性は全継続時間中で酷似しているが、値はsite Bの波形の方が記録後半部分において大きくなっており、このことが応答スペクトル

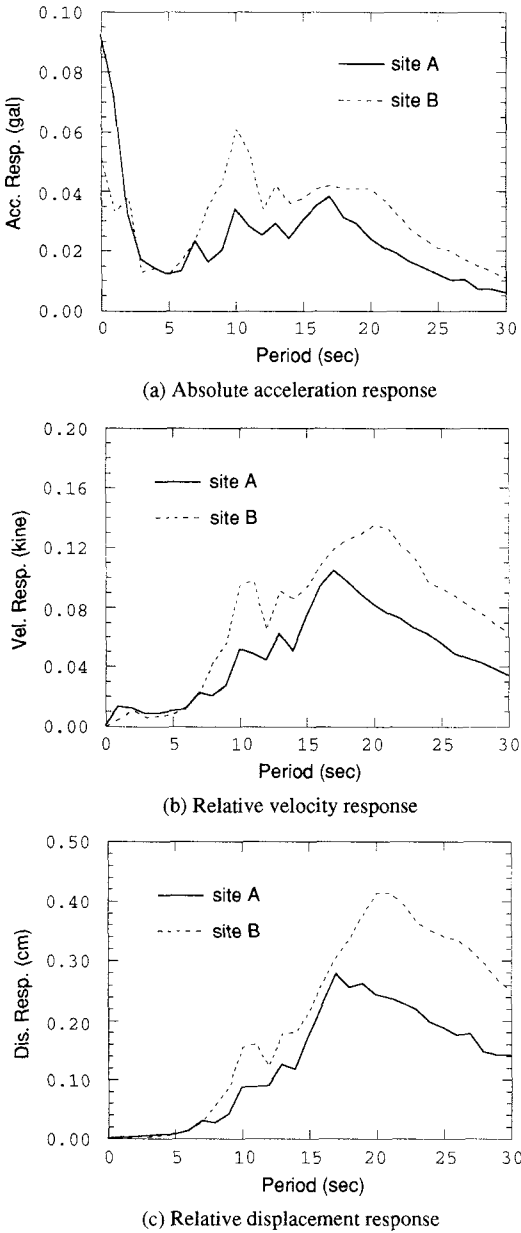


Fig. 11 Response spectra for Akashi (site A) and Kobe (site B) records of the 1991 Myanmar earthquake (NS components).

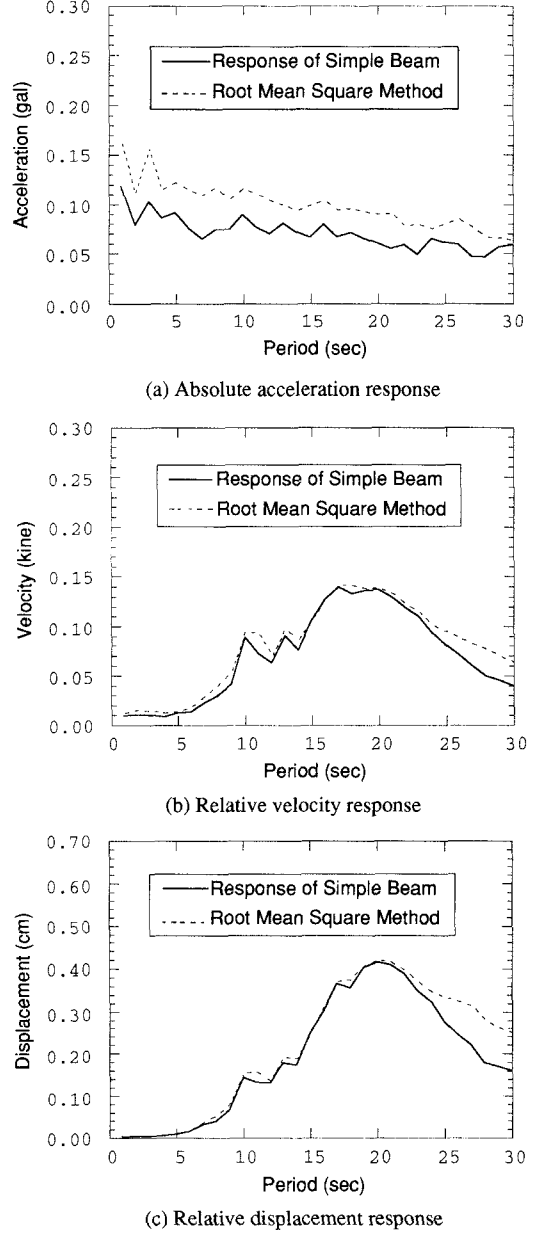


Fig. 12 Comparison of the maximum response between simulation and RMS method for NS components of the 1991 Myanmar earthquake.



の長周期側において両波形の差がでる一因となっている。

Fig. 12(a)の絶対加速度応答に関しては、近似解は安全側にはなっているが、どの領域でも50%程度過大評価することになる。これも長周期領域における相対速度や相対変位の場合と同じく、入力地震波の相関性が相対的に低いという理由によるものと考えられる。本近似解法を適用した場合、長周期構造物に対しては、実際よりかなり大きな断面力を必要とすることが推測される。

## 5. 結論

本研究では単純梁を用いた多点入力応答スペクトルを提案し、その適用例を示した。得られた主な結論は以下の通りである。

- (1) 両支点にそれぞれ入力を受けた場合の単純梁の応答をもとに、多点入力応答スペクトルを計算し、それを3次的に表示した。数値計算例より、多点入力応答スペクトルを用いることによって梁の応答の卓越モードや最大応答を示す位置を視覚的に把握できることを示した。
- (2) 実地震の2地点における観測波形をもとに多点入力応答スペクトルを計算した。地震記録としては明石海峡大橋架設地点におけるアレー観測記録を用い、遠距離地震と近距離地震というタイプの異なる2つの地震に対して数値計算を行なった。同一波形を入力したときと比較して、卓越モードや最大応答値およびその位置が変化する場合があることを示した。
- (3) 多点入力問題に拡張した従来の応答スペクトル法によって近似解を求め、本手法で得られた最大応答値と比較した。絶対加速度応答では、すべての領域で近似解が50%ほど大きな値となった。相対速度と相対変位では、周期25秒以上の長周期構造物で50%ほど近似解が大きくなったが、周期25秒以下の構造物ではほぼ同じでしかも安全側の評価となった。

なお、本手法の問題点としては計算時間の長さが挙げられる。データ数6000個のミャンマー地震を用いた例を示すと、1つの減衰定数及び30個の固有周期に対する本応答スペクトルの計算には、京都大学大型計算機センターのスーパーコンピュータFACOM VP-2600を用いた場合でCPU時間が約60秒必要であった。ただし、ベクトル化率は83%である。今後、計算アルゴリズムの見直しも含めて、より効率的なプログラムの開発が必要である。また、ここではアレー観測データをそのまま用いたため、単純梁のスパン長が限定されてしまうという問題点も指摘された。この点に関しては、単純梁の1次固有周期の代わりにスパン長をy軸とし、そのスパンに対応する2地点での地震動を何らかの手法により計算して入力するなどの工夫を要するものと考えられる。

## 参考文献

- 1) 土木学会：強震動アレー観測記録データベース開発に関する研究調査報告，耐震工学委員会強震動アレー小委員会報告，1988年。
- 2) 土木学会編：土木工学ハンドブック，第四版，技報堂出版，pp. 446～447，1989年。
- 3) 桜井彰雄・栗原千鶴子・増子芳夫・矢島浩：多入力系の応答スペクトル解析，第5回日本地震工学シンポジウム講演集，pp.1001～1008，1978年。
- 4) 伊津野和行・山田善一・家村浩和・中西伸二：明石海峡大橋架設地点における3点アレー観測システム，第21回地震工学研究発表会講演概要，pp.169～172，1991年。

(1991年9月30日受付)