

非線形履歴構造物の制震の検討事例

An Application of Seismic Control Theory to Nonlinear Structure

野田 茂¹⁾ 嶋田 三朗²⁾ 藤波 健剛³⁾ 中野渡 悟³⁾ 上代 悟史⁴⁾

By Shigeru NODA, Saburo SHIMADA, Takeyoshi FUJINAMI,
Satoru NAKANOWATARI and Satoshi JODAI

The most suitable system of vibration control for the old structure during the strong earthquake ground motions is investigated. The maximum input acceleration is 511 gal(50kine), and the structure behaves over the elastic limit even by the vibration control. Therefore, the active control rules considering the nonlinearity of structure are introduced. The passive, the semi-active and the active control system are compared, and the active system on the top floor and the oil dampers installed in the lower two stories are concluded to be suitable.

1. まえがき

最近の建物はインテリジェント化されてきており、建物内部には各種の情報機器が含まれている。従って、ひとたび大地震や強風のような不規則な外乱を受けると、建物は大きく揺れるので、情報機器の機能が停止し、大混乱を引き起こすことになりかねない。従来の耐震構造の概念は、地震に対してパッシブに機能し、不確定な地震をひたすら待ち続けるという宿命を持っている。

こうした構造物が巨大地震に襲われたとき、大振幅の振動が発生し、その機能が失われるにとどまらず、崩壊の危険すら存在することもある。1985年のメキシコ地震においては、約 390km離れたメキシコ市で、調和波的な地盤震動が繰り返され、共振現象による建物の崩壊が数多く見られた。こうした状況から、近代技術を駆使して、構造物の大振幅に及ぶ振動を積極的に制御しようとする機運が生まれつつある。

最適制御は、電気や機械工学の分野において精力的に研究されてきた。土木・建築の構造物は長大化・大型化が進行し、柔軟性が増す傾向にある。従って、強震や強風に対する安全性の確保が要求されている。

制振技術は、各方面で研究開発が進められ、多くの実施例の出現をみている。土木・建築分野の構造物で言うと、橋梁、高架橋、歩道橋、建物やタワーなどが挙げられる。制振の対象となる振動外乱には、風、地

1) 工博 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム工学科 (☎680 鳥取市湖山町南 4-101)

2) 工博 前田建設工業(株) 技術研究所 (☎179 東京都練馬区旭町 1-39-16)

3) 工修 前田建設工業(株) 技術研究所 (☎179 東京都練馬区旭町 1-39-16)

4) 前田建設工業(株) 技術研究所 (☎179 東京都練馬区旭町 1-39-16)

震や交通振動の他に、人体には感じられない各種の微振動が含まれる。また、制振の目的としては、耐震・耐風性能の向上、居住性の向上、作業性の向上や機能性の向上などがある。耐震性能の向上には、旧規準によって造られた橋梁下部工への上部工からの地震荷重を軽減するためや、歴史的建造物の保存を目的に免震構法を取り入れた例（外国）もある。

制振技術としては、積層ゴムとダンパーを組み合わせたいわゆる免震構法、粘弾性ダンパーなどを単独に用いる減衰付加型制振、構造物の固有周期に付加振動系の周期を合わせるパッシブ同調質量ダンパー、構造物に外部から制御用エネルギーを供給するアクティブマスダンパー、およびパッシブ制振とアクティブ制振をミックスしたようなハイブリッド（セミアクティブ）制振などがその主なものとして考えられている。

以上のように、制振技術は多種多様な発展をみせており、今後もその傾向は当分続くものと考えられる。しかし、制振構法の採用に当たっては、それぞれの目的、条件に合った方法を適切に選択していくことが肝要であろう。

地震動という入力、機械・電気などの他分野での外乱には見られないくらい不規則かつ強烈であり、しかも非定常である。このような地震入力を受ける構造物は、弾塑性の非線形復元力を持つ複雑な系としてモデル化しなければならない。特に、重要なことは、地震を受けた時点で、地震動波形の性状や構造特性を把握し、制御力を決定しなければならないことである。しかし、制御工学でよく用いられるトラッキング制御方式では、地震の揺れが治まり、振動応答が零になるまでの時間において、2次形式の積分値で与えられる評価関数を採用しているため、地震外力が構造物の振動応答、あるいは両方の全記録が予じめ明確に分かっていなければならない。この際、外乱としての地震動の扱い方としては、考慮しないLQ制御手法、定常確率過程としたLQG 制御手法などが用いられてきた。このような手法は、地震のような未知ではあるが、地盤特性を含むような現象を扱う際には、実際的ではない。

最近、上記の問題点を解決するための研究がいくつか試みられるようになってきた。

Yangら¹⁾は、時間依存型の評価関数を用いることにより、逐次観測される地震入力動と振動応答を基にして、最適制御力を時々刻々決定する方法を考案した。そして、変分法に基づく最適制御理論から、最適な制御力が計算されている。この文献では、Riccati 方程式を解かないようなアルゴリズムが考え出され、開ループ、閉ループと開閉ループ制御による結果の比較検討が実施された。

Satoら²⁾は、構造物への地震入力エネルギーを考慮した時間依存型の評価関数を用いることにより、入力地震動の性質を直接制御力に反映させた開閉ループ制御力を求める方法を提案した。このアルゴリズムによれば、系の特性が変化するような非線形構造物でも制御が可能である。文献 2) では、免震基礎を有する構造物の最適制震や計算時間に起因する制御力の作用時間遅れについても、分析している。

Yangらの時間依存型の評価関数を用いることにより、地震動の特性をそのまま考慮できる上に、構造物の非線形挙動も含めた制御が行えることから、本報文は強震時の耐震性能の向上を目的とし、制約された条件のもとで、ある既存の構造物に対する制震可能性の検討を解析的に行ったものである。ここでは、対象構造物に制震を施した場合でも、応答は強震時に非線形領域に入ることを考慮する。まず、2. では、構造物の非線形特性を考慮したアクティブ制震システムの構築を行い、そのアルゴリズムについて説明する。次に、3. では、このシステムを用いて、対象構造物に対する各種の制震方法の比較を行った事例について述べる。そして、このケースでの最適制震方法を検討するとともに、振動制御を行った場合の非線形構造物の応答性状について考察を加える。なお、本研究は、制震装置のハード面での具現化を検討するのが目的ではなく、非線形履歴系を考慮した構造物の振動応答の制御効果について分析を行うものである。

2. 非線形系のアクティブ制震システムの構築

(1) 非線形履歴復元力を有する多自由度系構造物

構造物が強震を受けた場合、机上の線形計算によると完全破壊しているにも関わらず、現実には修復可能

な範囲の破損内にとどまっていることが多い。すなわち、現実には、その復元力特性において、応答が降伏点を越えても剛性の低下は生じるが、直ちに破壊に至らない例が多く存在する。そして、さらには、復元力特性が履歴を描くことによって、外力エネルギーを消散する効果もある。これは、応答が弾性限を越えてもその反転挙動のために直ちには破壊に至らず、かえって復元力特性において履歴ループを描き、地震動の入力エネルギーの一部を吸収する能力を有することを示している。

本研究では、非線形多自由度系構造物として、図-1のように、質点間がバイリニア履歴型復元力特性を有する非線形ばねで模擬できる構造物を対象とした。地動変位は $z_g(t)$ 、地面に対する i 層 (質点) の変位は $y_i(t)$ 、 i 層 (質点) と $(i-1)$ 層 (質点) の層間変位は $x_i(t)$ 、 i 層の質量は m_i とする。初期剛性は、弾性ばねの剛性 k_{ei} とクーロンスライダ付きばねの剛性 k_{si} の和で表され、降伏後剛性は、弾性ばねの剛性 k_{ei} で表わされる。降伏変位は Y_i とする。

相異なる 2 質点間の力学モデル化を行えば、各質点間の相対変位 $x_i(t)$ は、クーロンスライダが付加されたばねの伸び $w_i(t)$ と、クーロンスライダの滑り $v_i(t)$ で表わせる。すなわち、

$$x_i(t) = w_i(t) + v_i(t) \quad \dots (1)$$

である。このとき、復元力は次式で示される。

$$\Phi_i(x_i(t)) = k_{ei}x_i(t) + k_{si}w_i(t) \quad \dots (2)$$

ただし、 $|w_i(t)| \leq Y_i$

履歴モデルは完全弾塑性の特性を有しており、次式の微分方程式を満たさなければならない。

$$\begin{aligned} \dot{w}_i(t) &= \dot{x}_i(t) \{ 1 - H(\dot{x}_i(t)) H(w_i(t) - Y_i) \\ &\quad - H(-\dot{x}_i(t)) H(-w_i(t) - Y_i) \} \\ &\equiv g_{wi}(\dot{x}_i(t), w_i(t)) \quad \dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 $H(\cdot)$ は Heaviside の単位ステップ関数を示す。

式(3) から、バイリニア履歴系の運動は、物理的に次のように表わせる。まず、 $|w_i(t)| < Y_i$ のときには、クーロンスライダは静止しているので、 $\dot{v}_i(t) = 0$ 、剛性は $k_{ei} + k_{si}$ となる。 $|w_i(t)| = Y_i$ では、 $\dot{w}_i(t) = 0$ 、すなわち、 $\dot{x}_i(t) = \dot{v}_i(t)$ となる。このとき、剛性は k_{ei} である。また、クーロンスライダの滑り方向は、 w_i の伸び方向と一致しているので、 $w_i(t)v_i(t) > 0$ 、そして両者はこの状態ではそれぞれ独立したものと見てよい。

非線形履歴系 (n 質点系) の運動方程式は、状態方程式で示すと次のようになる。

$$\dot{Z}(t) = A Z(t) + F_0(t) + W_1 \ddot{z}_g(t) \quad \dots (4)$$

ここで、各変数は、次のように表わされる。状態変数 $Z(t)$ は、式(5)のように、各層の層間変位 $X(t)$ 、層間速度 $\dot{X}(t)$ と履歴変位 $\Omega(t)$ を考え、係数マトリックス A は、式(6)のように、集中質量系としての質量マトリックス M 、粘性減衰マトリックス C と剛性マトリックス K_e 、 K_s から求められる。また、 W_1 は、式(7)のように、慣性力を構造系に作用する外力に変換するマトリックス m を用いて表現され、 $\ddot{z}_g(t)$ は地動の入力加速度である。一方、 $F_0(t)$ は、式(8)に示すように、履歴特性を示すベクトルである。

$$\left. \begin{aligned} Z(t) &= \left\{ \begin{array}{c} X(t) \\ \dot{X}(t) \\ \Omega(t) \end{array} \right\} \quad \dots (5) \\ X(t) &= \{ \dots x_i(t) \dots \}^T \\ \dot{X}(t) &= \{ \dots \dot{x}_i(t) \dots \}^T \\ \Omega(t) &= \{ \dots w_i(t) \dots \}^T \end{aligned} \right\}$$

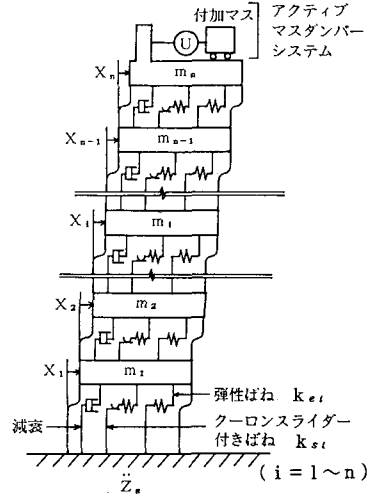


図-1 制震時の多自由度履歴モデル

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -M^{-1}Ke & -M^{-1}C & -M^{-1}Ks \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (6)$$

$$W_1 = - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ M^{-1}m \\ 0 \end{array} \right\} \quad \dots (7)$$

$$m = \{ \dots m_1 \dots \}^T$$

$$F_o(t) = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ G_w(t) \end{array} \right\} \quad \dots (8)$$

$$G_w(t) = \{ \dots \dot{w}_1(t) \dots \}^T$$

(2) 非線形系に対する逐次型最適制御力の定式化

本研究では、非線形系に対する最適制御を実施するために、Yang らが提唱した時間依存型の評価関数を用いた。

なお、Yangらの時間依存型評価関数を用いれば、開ループ、閉ループおよび開閉ループのいずれの制御則も誘導できる。ただし、評価関数は入力地震動を陽に含んでいないので、Yangらも指摘しているように、いずれの制御則を用いても、制御効果は全く同じとなる。しかしながら、これらの制御則は、状態方程式や観測方程式に雑音が存在しない理想的な制御系に対して導かれたものである。また、システムパラメータの不確定性も考慮して定式化されたものではない。

入力地震動や地震応答は、センサーを地面や構造物に設置することにより観測され、これらの観測値を活かしながら、時々刻々状態量を推定し、制御力を決定することは重要である。その場合、プラント雑音と観測雑音が存在すると、確率系の最適制御問題となる。確率系では未知の成分が存在するので、センサーによる観測情報を用いることは本質的に重要である。この場合、開ループ、閉ループと開閉ループの制御則は、異なる制御効果を与えることになる。一般には、雑音を含む観測値（状態量の全てが観測されるわけではない）を有効に利用し、最適制御を行うためには開閉ループ制御を採用する必要がある。従って、本研究では、上記の点も勘案して、非線形履歴系の開閉ループ制御を構築する。なお、現在、カルマンフィルタを用いた最適制御を実施しており、各種の雑音が存在するときの3つの制御則の効果の相違点については、別途報告する予定である。

構造系の非線形特性を考慮した場合、制震時の運動方程式は、式(4) から、次のようになる。

$$\dot{Z}(t) = A Z(t) + B U(t) + F_o(t) + W_1 \ddot{z}_g(t) \quad \dots (9)$$

ただし、 $U(t) = \{ \dots u_i(t) \dots \}^T$ は制御力である。Bは、制御力を構造系に作用する外力に変換するマトリックスHを用いて、次のように表現される。

$$B = - \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}H \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots (10)$$

ここでは、アクティブ・マス・ダンパー方式の制御装置を各階に設置するケースを考えた。今、制御装置をi質点に取り付けたときには $\delta_i = 1$ 、取り付けないときには $\delta_i = 0$ とする。そうすると、制御位置マトリックスHは次のようになる。

$$H = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ & & \delta_i & \cdot \\ 0 & & & \cdot \end{bmatrix} \quad \dots (11)$$

式(9)は、 $F_0(t) = P(t)Z(t)$ を考慮すると次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{Z}(t) &= \{A + P(t)\} Z(t) + B U(t) + W_1 \ddot{z}_g(t) \\ &= \bar{A}(t) Z(t) + B U(t) + W_1 \ddot{z}_g(t) \end{aligned} \quad \dots (12)$$

$\bar{A}(t)$ は、履歴系の非線形状態に応じて、時々刻々変化するマトリックスである。従って、上式は、瞬間的な時刻に注目した場合、変係数線形微分方程式となる。ここでは、離散型の応答計算をする関係上、この微分方程式の解を得るために、この系の推移マトリックスを陽に計算しておかなければならない。

式(12)の初期条件として、 $t=0$ のとき、 $Z(0) = 0$ を考える。推移マトリックス $\Phi(t, 0)$ は、初期時刻 $t=0$ において、 $\Phi(0, 0) = I$ として解かれたマトリックス微分方程式(次式)の解に等しい。

$$\dot{\Phi}(t, 0) = \bar{A}(t) \Phi(t, 0) \quad \dots (13)$$

このとき、式(12)の解は次のように表わせる。

$$\begin{aligned} Z(t) &= \int_0^t \Phi(t, \tau) \{B U(\tau) + W_1 \ddot{z}_g(\tau)\} d\tau \\ &= \Phi(t, t-\Delta t) \int_0^{t-\Delta t} \Phi(t-\Delta t, \tau) \{B U(\tau) + W_1 \ddot{z}_g(\tau)\} d\tau \\ &\quad + \int_{t-\Delta t}^t \Phi(t, \tau) \{B U(\tau) + W_1 \ddot{z}_g(\tau)\} d\tau \end{aligned} \quad \dots (14)$$

微小時間 Δt 内において、履歴系の状態は他の状態に変化しないと仮定する。すなわち、状態の変化はサンプリング時間間隔 Δt ごとに生じるが、 Δt 内での変化は無視できる。このように仮定すると、 $t-\Delta t \leq \tau \leq t$ において、推移マトリックス $\Phi(t, \tau)$ は初期時刻 $t-\Delta t$ の $\bar{A}(t-\Delta t)$ に依存し、次式が成り立つ。

$$\Phi(t, \tau) = e^{A'(t-\tau)} ; t-\Delta t \leq \tau \leq t \quad \dots (15)$$

ただし、 $A' = \bar{A}(t-\Delta t)$

上記の仮定および式(14)の右辺第2項の積分を台形近似することにより、式(14)は、式(16)と式(17)の形式に書き表わすことができる。

$$Z(t) = D'(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [B U(t) + W_1 \ddot{z}_g(t)] \quad \dots (16)$$

$$D'(t-\Delta t) = e^{A' \Delta t} [Z(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \{B U(t-\Delta t) + W_1 \ddot{z}_g(t-\Delta t)\}] \quad \dots (17)$$

本研究では、次式に示すように、Yang らと同様の時間依存型の評価関数を用いた。

$$J(t) = Z^T(t) Q(t) Z(t) + U^T(t) R U(t) \rightarrow \text{Min} \quad \dots (18)$$

上式で、 Q と R は重みマトリックスである。

ここで、評価関数の考え方として、構造系の振動エネルギーと制御エネルギーの総和を時々刻々最小化するように、制御力を決定するという方針をとった。非線形状態に応じて、剛性が時間変化するので、重みマトリックス $Q(t)$ としては、次式を採用した。

$$Q(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K e & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & K_s N(t) \end{bmatrix} \quad \dots (19)$$

ここに、 $N(t)$ は、 $F_0(t) = P(t)Z(t)$ の関係式において、 $P(t)$ を決定するマトリックスであり、式(3)右辺の $\dot{x}_i(t)$ の係数によって決定される。すなわち、この $N(t)$ は、各質点間のばねの非線形状態を示す。

一方、 R は対角マトリックスであり、次式で示される。

$$R = \begin{bmatrix} \cdot & & & & 0 \\ & \cdot & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & R_1 & \\ 0 & & & & \cdot \end{bmatrix} \quad \dots (20)$$

ここに、 R_i は、 i 層（質点）における制御力の重み係数である。

制御力は、式(18)の評価関数に、式(12)で表される運動方程式の解（式(16)）を拘束条件として加え、（式(21)）、ラグランジェ未定乗数法（ラグランジェ乗数ベクトル $\lambda(t)$ ）を利用して、式(21)の評価関数を最小にするように決めればよい。

$$H(t) = Z^T(t) Q(t) Z(t) + U^T(t) R U(t) + \lambda^T(t) \left[Z(t) - D'(t-\Delta t) - \frac{\Delta t}{2} \{ B U(t) + W_1 \ddot{z}_g(t) \} \right] \quad \dots (21)$$

$H(t) \rightarrow \text{Min}$ の必要条件は次式となる。

$$\frac{\partial H}{\partial Z} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial U} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \quad \dots (22)$$

式(22)より、それぞれ、次の関係式が成り立つ。

$$2 Q(t) Z(t) + \lambda(t) = 0 \quad \dots (23)$$

$$2 R U(t) - \frac{\Delta t}{2} B^T \lambda(t) = 0 \quad \dots (24)$$

$$Z(t) = D'(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [B U(t) + W_1 \ddot{z}_g(t)] \quad \dots (25)$$

本研究では制御入力量 $U(t)$ あるいはラグランジェ乗数 $\lambda(t)$ を、構造系のフィードバック応答量 $Z(t)$ とフィードフォワード量としての地震外力 $\bar{q}(t)$ （直接的に言えば、地震動入力量 $\ddot{z}_g(t)$ ）で表わすことを考える。ここでの式の導出は文献1)と同様である。すなわち、最適制御則としては、開閉ループ制御によって求める。

今、次式が成立するとする。

$$\lambda(t) = \bar{\Lambda} Z(t) + \bar{q}(t) \quad \dots (26)$$

ここで、式(24)を変形すれば、次式が得られる。

$$U(t) = \frac{\Delta t}{4} R^{-1} B^T \lambda(t) \quad \dots (27)$$

式(27)を式(25)に代入すれば、次式が得られる。

$$Z(t) = D'(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\Delta t}{4} B R^{-1} B^T \lambda(t) + W_1 \ddot{z}_g(t) \right\} \quad \dots (28)$$

式(23)の $2 Q(t) Z(t)$ をばらし、 $Q(t) Z(t)$ の一つに式(28)の $Z(t)$ を、 $\lambda(t)$ に式(26)を用いれば、次式が成り立つ。

$$\left\{ Q(t) + \left(\frac{\Delta t^2}{8} Q(t) B R^{-1} B^T + I \right) \bar{\Lambda} \right\} Z(t) + \left(\frac{\Delta t^2}{8} Q(t) B R^{-1} B^T + I \right) \bar{q}(t) + Q(t) \left\{ D'(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} W_1 \ddot{z}_g(t) \right\} = 0 \quad \dots (29)$$

上式より、 $Z(t) \neq 0$ のとき、式(29)が成り立つためには、次式を満たす必要がある。

$$\bar{\Lambda} = - \left(\frac{\Delta t^2}{8} Q(t) B R^{-1} B^T + I \right)^{-1} Q(t) \quad \dots (30)$$

$$\bar{q}(t) = \bar{\Lambda} \left\{ D'(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} W_1 \ddot{z}_g(t) \right\} \quad \dots (31)$$

最終的に、制御入力量 $U(t)$ は、式(26)と式(27)より、状態量 $Z(t)$ と地震外力 $\bar{q}(t)$ を用いて、次式で

表わせる。

$$U(t) = \frac{\Delta t}{4} R^{-1} B^T \{ \bar{\Lambda} Z(t) + \bar{q}(t) \} \quad \dots (32)$$

ただし、 $\bar{\Lambda}$ は式(30)で、 $\bar{q}(t)$ は式(31)で与えられる量である。また、 $D'(t-\Delta t)$ は、式(17)より、 $(t-\Delta t)$ 時刻における状態量 $Z(t-\Delta t)$ 、制御入力量 $U(t-\Delta t)$ と入力加速度 $\ddot{z}_g(t-\Delta t)$ から一意的に決まる量である。

応答量 $Z(t)$ は、式(28)の $\lambda(t)$ に式(26)を代入して、 $Z(t)$ について整理すれば、次式のようになる。

$$Z(t) = \left(I - \frac{\Delta t^2}{8} B R^{-1} B^T \bar{\Lambda} \right)^{-1} \left\{ D'(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{8} B R^{-1} B^T \bar{q}(t) + \frac{\Delta t}{2} W_1 \ddot{z}_g(t) \right\} \quad \dots (33)$$

結局、非線形履歴構造物の逐次型最適制御アルゴリズムは、地震動入力量 $\ddot{z}_g(t)$ の情報が既知になれば、次のようになる。まず、式(17)の与件の下で、式(30)と式(31)から $\bar{q}(t)$ が得られ、このとき式(33)から応答量 $Z(t)$ が求まる。次に式(32)から、制御入力量 $U(t)$ が計算できる。この一連のプロセスを反復的に繰り返すことにより、応答量と制御入力量は漸化的に計算できる。

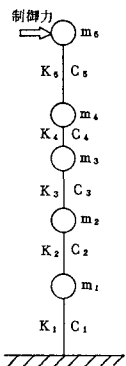
3. 数値計算例および考察

文献3)では、2.で提示した制震アルゴリズムを基にして、中層ビルを対象に、制御位置、評価関数中の制御力の重み、降伏変位のレベルや非線形性の程度が振動応答(変位・速度)・制御力と系のエネルギー量に及ぼす影響について検討している。その結果、このアルゴリズムの有効性が確認された。そこで、ここでは、制震方式が振動応答の低減に及ぼす効果を中心に、考察を加える。

(1) 構造物のモデル化と制震目標

ここで検討の対象とした構造物は、平面寸法約 45m×90m、高さ約 35mの鉄骨造である。短辺方向の振動モデルを求めるため、骨組架構の静的な弾塑性解析を実施し、図-2に示す5質点系のモデルを設定した。図-3はその復元力特性を示したものである。ここでは、実際の地震応答の範囲を考慮し、バイリニア型に単純化した。図-3に示す各階の初期剛性、降伏後剛性および降伏変位は、図-2中の表に示す通りである。構造物の減衰マトリックスには剛性比例形を採用した。減衰定数は各モードとも2%にした。

モデルの特徴としては、特に最上層の剛性が小さくなっていることが挙げられる。そのため、最上層の地震応答は、下部に比較して、相対的に大きくなるのが予想される。また、図-3よりわかるように、この系の非線形性は一般に大きい。



層	質量 m (t)	剛性 K (tf/cm)		降伏点 (cm)
		初期	降伏後	
5層	1.22	111	15	11.4
4層	0.35	605	50	3.6
3層	2.66	1049	130	3.6
2層	3.16	2490	290	1.8
1層	6.22	4814	400	1.35

減衰係数 $C_i = 0.0051 K_i$

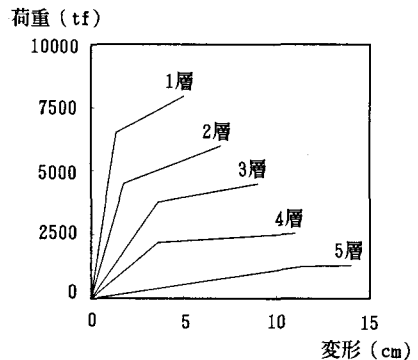


図-2 5質点系振動解析モデル

図-3 復元力特性

ここでは、上記の理由から、次のように制振の目標を設定した。すなわち、最上層の強震時の応答に着目し、それを50%程度低減して構造物全体をより安定な状態に制御することである。ただし、短辺方向の水平応答のみを考えるものとする。従って、下部の振動応答に関しては、制御することによって無制御時の応答よりも少なくとも大きくならないことを確認できればよい。

なお、対象とした構造物には、構造上、いくつかの制約条件が存在する。最上階にはマスダンパーなどの制震装置を設置することができる。しかし、設備配置上あるいは機能上の制約により、上方3層でのテンドンシステムは不可能であり、マスダンパーなどは最上階以外には設置できない。また、下方2層には部分的にブレース設置壁が存在する。このような条件のもとで、振動応答の低減を図ることにした。

(2) 無制御時の応答特性

線形系の振動特性を調べるために、固有値解析を実施した。図-4は、微小振動時における3次までの振動モードを示したものである。1次の固有周期は0.813秒である。同図よりわかるように、最上層が大きく振れるモードとなっている。

図-5には、初期剛性をういた線形応答解析結果および非線形応答解析結果を層間変位について示した。ただし、入力地震動には、1940年 Imperial Valley 地震の El Centroでの記録(NS成分)を採用し、最大加速度を511gal(最大速度50kine)に拡大して用いた。振動モードからもわかることだが、最上層は大きく揺れている。最上層の線形応答は、第4層に比べて、5倍強に増幅されている。非線形応答解析結果によると、下より第1層、第2層および最上層で降伏変位を超過している。図よりわかるように、これらの層間変位には塑性変形が生じている。最上層の層間変位は、線形時のときよりも低減しているが、20cmに達している。このように、ここで対象とした構造物は、強震動を受けたとき、大きな非線形挙動を示す。

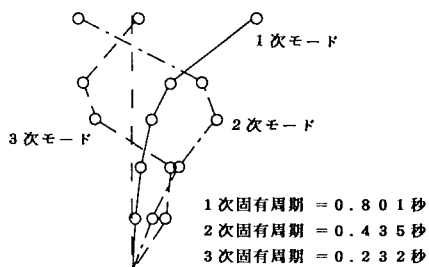


図-4 固有値解析結果

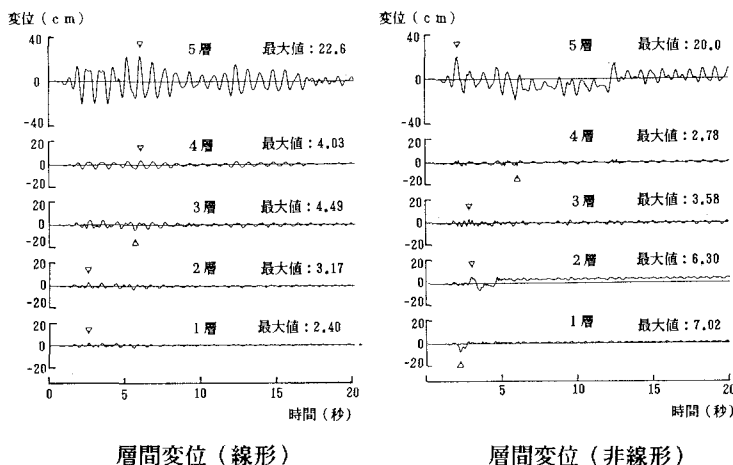


図-5 応答解析結果 (無制御時)

(3) 各種の制震方式の比較

本項では、各種の制震方式の違いにより、構造物の振動応答がどの程度変化するかについて検討を行う。制震方式としては、最上階にマスダンパーを設置し、1)それをパッシブに用いた場合(いわゆる動吸振器)、2)パッシブとアクティブの混合型(ハイブリッド)として用いた場合、および3)アクティブに用いた場合の3ケースが考えられる。図-6は、これら3つの制震方式のモデル化を示したものである。ここでは3つの制震方式を用いて、線形解析および非線形解析を実施した。

一般に、パッシブ方式は、構造物が揺れると、補助質量が自然に揺れ、その慣性力が外力を打ち消す方向に働く性質を利用したものであり、補助質量の固有周期を構造物の固有周期に同調させるだけで、特別な動力を必要としない機構である。一方、アクティブ方式では、構造物の振動応答や地面の動きをセンサーで感

知し、これらの情報をもとにしてアクチュエータで駆動し、補助質量を最適に動かすことができる。この方式は、パッシブ方式の欠点をカバーし、大きな制震効果の発揮をねらったものである。

ハイブリッド方式の制震は、パッシブ方式に制御力を加え、パッシブ方式とアクティブ方式の長所をうまく組み合わせ、アクチュエータの小さい駆動力で、なおかつ制震効果を高めようとしたものであり、補助質量と構造物の固有周期が多少ずれていても、それを駆動力で補うことが可能である¹⁾。

パッシブおよびハイブリッド方式は、構造物の固有周期に対する狭帯域の振動成分の制御には効果は大きいですが、地震動のような広帯域でランダムな振動の制御にはアクティブ方式が適しているものと考えられる。そこで、ここではアクティブ制震方式を中心に、3つの制震方式の効果を比較し、非線形性の影響も含めて検討することにする。

パッシブ制震およびハイブリッド制震を行う場合の付加マスは、構造物全重量の 0.68 % (90tonf) とした。また、付加振動体のばね定数は、構造物の線形時の 1 次固有周期に同調するように決定した。さらに、減衰は最適減衰 ($h=0.16$) に選んだ。

表 - 1 には、最上層の最大層間変位と最大制御力を示す。ハイブリッド制震およびアクティブ制震では、重み係数 R の採り方がいろいろ考えられる。ここではそのうちの代表的な結果についてのみ示す。なお、アクティブ制震においては、最大層間変位が非制震時の 55~60% の値となる場合であり、線形時の $R = 1.0E-4$ 、非線形時の $R = 1.8E-3$ とした。

表 - 1 から、次のようなことがわかる。線形系を考えた場合、パッシブ制震方式では、無制御時に比べて、最大応答はほとんど減少していない。一方、非線形系においては、パッシブに制御すると、非制震よりもかえって増大している。これは、応答が非線形領域に入ると、構造物の振動周期が線形時の固有周期からずれるため、付加マスの同調がくずれてくるためと考えられる。一般に、パッシブ制震方式は、コストが安く、メンテナンスが簡単である。しかしながら、本結果からわかるように、強震動を受け、非線形性の大きな構造物に対しては、必ずしも適切でない。これは、パッシブ方式が 1 つの対象振動数にしか適用できないため、この方式の 1 つの欠点である。

ハイブリッド制震方式では、制御力は 60ton 程度で、基本的にパッシブ制震と同じような挙動を示している。しかし、制御力を加えることによって、パッシブ制震時の応答よりも減少している。また、非線形の条件でも、線形と同じ程度の制震効果が得られているのは、制御力による同調機能が働いているためと考えられる。

アクティブ制震では、最上層の層間変位を半減するのに 440tonf (非線形時) ~ 640tonf (線形時) の制御力が必要という結果になっている。この値は最上階の重量の 34% および 49% に相当する。線形時の制御力は、非線形時のものよりも、大きくなっている。これは、非線形履歴状態に応じて、剛性は変化するために、構造物の挙動領域における剛性の違いが反映したものと考えられる。

以上のように、アクティブ制震は、比較的大きな制御力を必要とする。しかも、この方式は高価で、メン

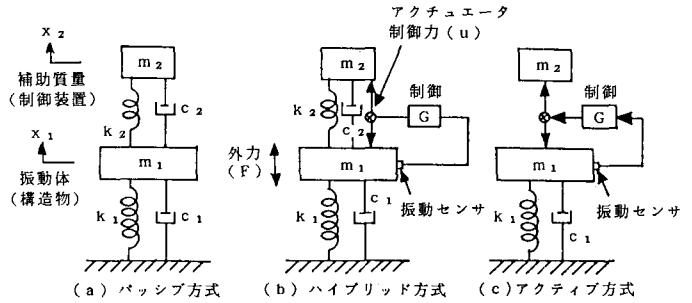


図-6 各種の制振方式¹⁾

表-1 制震性能比較

		線形	非線形
非制震	最大層間変位	22.6cm	20 cm
	最大層間変位	19.4cm	24.5cm
ハイブリッド	最大層間変位	17 cm	16.4cm
	最大制御力	60 tonf	59 tonf
アクティブ	最大層間変位	13.6cm	11.3cm
	最大制御力	642 tonf	437 tonf

テナンスも十分行う必要がある。しかしながら、強震時における非線形構造物の振動応答の制震効果をも高めるためには、アクティブ制震方式が最適なものと考えられる。

(4) アクティブ制震方式の応答特性

一般に、制御力の重み係数 R を減少させると、制御力は増大し、応答量は減少するというトレードオフの関係が成立するが、線形系と非線形系ではその程度が異なることが知られている³⁾。ここでは、多自由度系で最上階のみに制御力を与え、かつ構造物が非線形挙動を示す場合、どのような効果が現れるかについて検討する。

図-7と図-8は、重み係数 R が最大応答量（相対変位、相対速度および層間変位）と制御力に及ぼす影響を示したものである。ただし、図-7は線形系の、図-8は非線形系の結果である。

図-7から、最上層の制御力の重み係数 R を減少させると、制御力は増大し、最上階（第5質点）の変位および速度応答が減少していることがわかる。一方、第1～4質点では、 R の減少につれ、応答は漸減するが、 $R=10^{-4}$ 辺りで最小となった後、むしろ漸増する傾向を示している。従って、本ケースにおいては、応答の抑制効果という観点からして、最適な重み係数として 10^{-4} を付与してよいことがわかる。層間変位についても、第4質点の応答が第5質点の傾向に似ているだけで、ほぼ同じことが言える。これは、最上階の質点を揺れにくく拘束するため（極端な場合、 ∞ の制御力を与えると、質点5の振動を完全に抑えることができる）、振動エネルギーが系の中に溜まってくるためである。すなわち、自由端を有する片持梁から、上端が拘束された片持梁へ、質点系が変化するためである。このような系が地盤変位による強制震動を受けると、

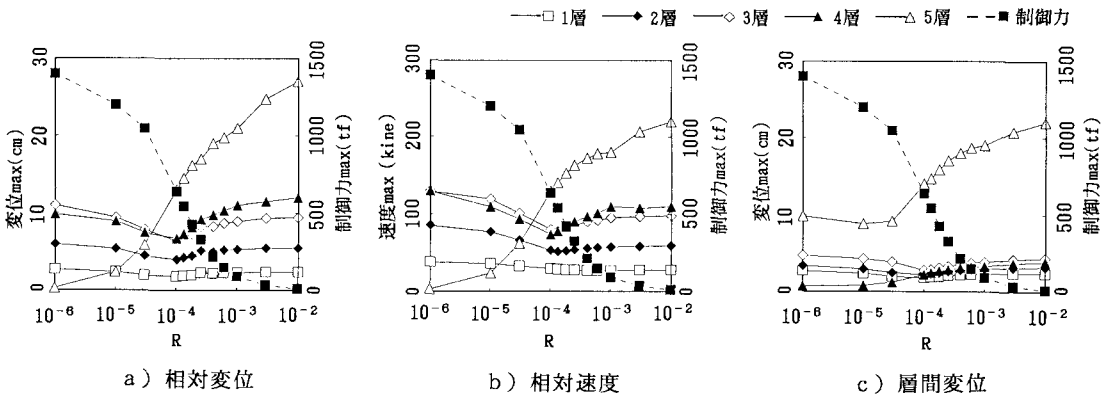


図-7 線形系における重み係数 R が応答値および制御力に及ぼす影響

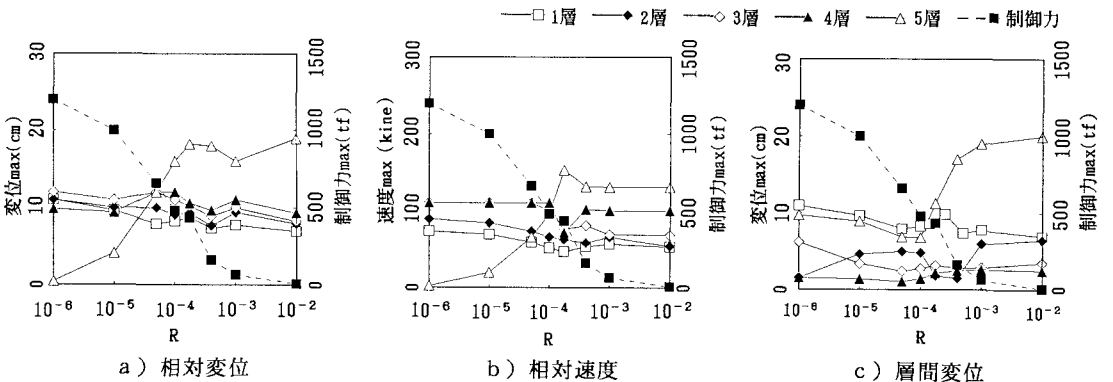


図-8 非線形系（ダンパー無）における重み係数 R が応答値および制御力に及ぼす影響

Rの大きい系と小さい系では異なった振動モードを示すことになる。このような現象は、ケーブルによる塔頂の拘束を受ける長大吊橋主塔-橋脚系の振動特性⁵⁾と類似している。

次に、図-8の非線形振動の場合について考察する。同じRに対し、制御力は全体に線形時より小さくなっている。この理由として、剛性の違いが反映していることは前述した通りである。各応答値は、線形時に比べ、Rの変化に対して、かなり複雑な変化を示している。これは非線形性の影響が顕著に現れたためである。層間変位に着目すると、第1層、第2層および第3層は、一部を除き、全てのRで降伏変位を越えている。しかし、第4層の応答は常に弾性域にある。制御目標としている第5層の応答は、Rが 10^{-4} より大きなところで、降伏変位を越えている。しかしながら、それより小さな範囲では弾性域にある。ちなみに、図は最大値のみをプロットしたものであるが、最大値の発生時刻は、2秒過ぎと12~13秒の2ヶ所に大別されていた。このように、上端での制御力の大きさで、各層の降伏状態が変化するため、応答はRの変化に対してかなり凹凸のあるものになっている。

一般に、制御をしない場合でも、非線形性や復元力特性のわずかな違いにより、応答が大きく変化することがある。本研究で対象とした構造物の場合、各層の第2剛性が第1剛性の約1/10(図-2参照)という非線形特性を有している。従って、このような非線形挙動が応答性状にも強く影響したものと考えられる。しかし、全体の傾向としては線形時とそれほど変わった応答を示していない。第5質点に加えた制御力により、第5質点の応答は特に大きな制振効果を示している。なお、Rが小さいとき、線形時における第5層の制振効果は、非線形系のときよりも大きくなっている。これは、制御力が小さい範囲において、履歴減衰効果が制御力の効果よりも相対的に大きく、ある程度制御力が大きくなると、制御力の効果が顕著に現れないためと考えられる。

(5) 細部検討

以上の検討により、最上階にアクティブ制震を施すと、目標とする第5層の層間変位を半減できることがわかった。しかし、その場合、図-8からわかるように、制御しない場合に比べ、下層部の層間変位がかえって増加するという問題が生じた。そこで、無制御時よりも、全層の応答が増大しないことを目標に、制約条件の中から、第1層と第2層のブレース設置壁にオイルダンパーを配置することを考案し、それについて検討した。ただし、ダンパーの量としては、構造物が保有する粘性減衰量と同等量だけ付加することにした。

図-9は、重み係数Rに対する制御力および応答値の変化を示したものである。図-8のオイルダンパーを付加しないときの結果と比較すると、ダンパーの付加により、次のような変化が見られる。制御力はそれほど変化していないが、第1層および第2層の応答だけでなく、第3層および第4層の応答が低減していることがわかる。第5層の層間変位は、Rの大きいところと小さいところで、変化が認められる。しかし、対象としたRの範囲における中間部の重み係数の大きさにおいて、応答はあまり変わっていない。

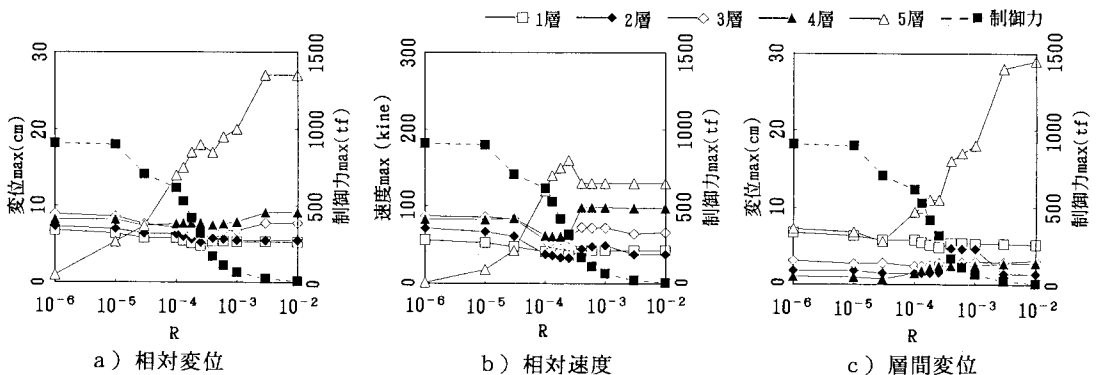


図-9 非線形系(ダンパー有)における重み係数Rが応答値および制御力に及ぼす影響

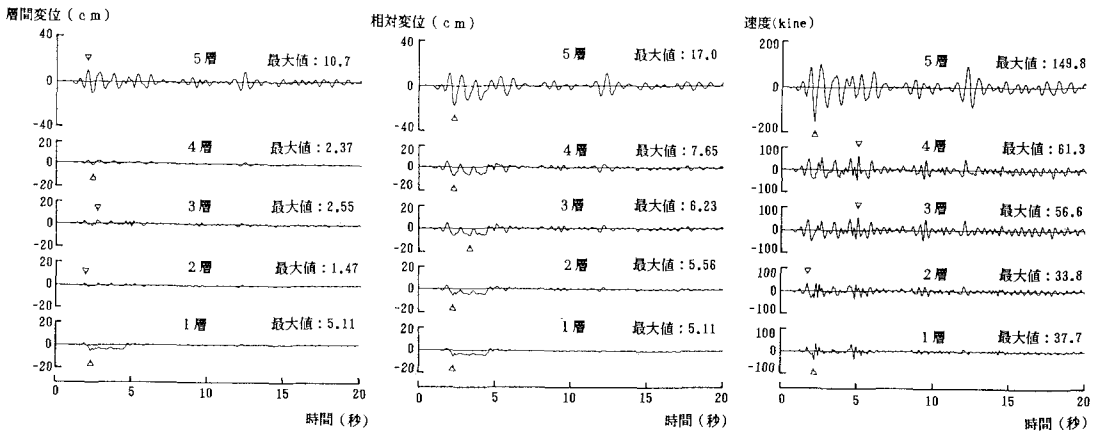
$R=1.8 \times 10^{-4}$ を採用した場合、表-2に示すように、最大制御力は416tonf、第5層の層間変位は10.7cmとなっている。これは、無制御時の場合の0.54倍の層間変位に相当しており、ほぼ当初の目標が達成できている。さらに、他の層間変位も、制御しない場合の0.24～0.84の比率であり、かなり小さくなっていることがわかる。なお、第1層の応答のみが降伏変位を越えており、その他の層では弾性域にとどまっている。このように、最上階にアクティブ制震方式を、低層部にオイルダンパーを付加するという、併用方式を採用することにより、応答はかなり抑制できていることがわかる。

図-10に、その応答波形を示す。511galという大きな地震入力にも係わらず、安定した応答を示している。しかも、制御力無しの場合には、全層ともほぼ非線形領域にあったものが、第1層を除いて、線形範囲内に収まっている。

表-2 オイルダンパーを付加した場合の最大応答（最大制御力416tf）

層		層間変位 (cm)	相対変位 (cm)	速度 (kine)	加速度 (gal)
5層	応答	10.7	17.0	149.8	942
	比率	0.54	0.89	1.14	0.82
4層	応答	2.1	7.7	61.3	1156
	比率	0.84	0.81	0.60	0.23
3層	応答	2.6	6.2	56.6	975
	比率	0.72	0.72	0.83	0.70
2層	応答	1.5	5.6	33.8	917
	比率	0.24	0.71	0.61	0.48
1層	応答	5.1	5.1	37.7	1165
	比率	0.73	0.73	0.70	0.79

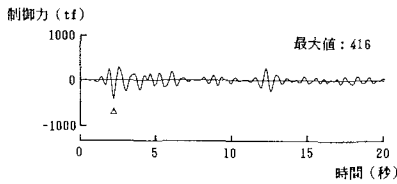
(比率は非制御時の応答値との比)



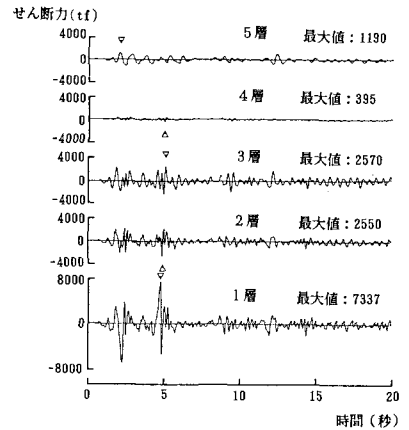
a) 層間変位応答

b) 相対変位応答

c) 相対速度応答



e) 制御力



d) せん断力応答

図-10 応答解析結果 (制御有 $R = 1.8 \times 10^{-4}$)

4. あとがき

本研究では、地震外乱を受けたときに、構造系の状態が制御時間中に変化する非線形問題に着目し、その制御則を導き、ケーススタディを試みた。得られた成果を列挙すれば、次のようになる。

- 1) バイリニア履歴系の力学モデルを導入することにより、非線形多自由度系を表現した。各質点の相対変位は、(初期剛性-降伏後剛性)を有するばねの伸びとクローンスライダ-の滑りに分けて考えた。このようにすることにより、前者のばねの伸び量は完全弾塑性履歴成分で表現でき、微分方程式で支配されることになる。従って、変位、速度応答と履歴変位(クローンスライダ-に付加したばねの伸び)を状態変数に選ぶことにより、運動方程式は1階の微分方程式で表わせる。
- 2) Yangらと同様に、時間依存型の評価関数を用いて、ステップ最適制御法による制震システムを構築した。非線形構造物では剛性が時間の関数として変化する。しかし、1)で導入した状態方程式を用いることにより、制御力は構造系の特性と無関係に、現時刻の応答量と入力加速度によって時々刻々決定することができるようになった。
- 3) 既存の構造物の特定部分(最上階)の振動応答を半減することを目標に、非線形履歴構造物に適用可能な制震工法を数値的に検討した。その結果、制御力の重み係数として最適なものを採用すると、アクティブ方式はかなり高い制震性能を発揮することがわかった。また、振動最上階のアクティブ制震(最大制御力 416t)と第1層および第2層のオイルダンパーの付加による併用方式を採用することにより、制震の目標が効果的に達せられた。

参考文献

- 1) Yang, J. N., Akbarpour, A. and Ghaemmaghami, P. : New optimal control algorithms for structural control, *Journal of Engineering Mechanics*, A. S. C. E., Vol. 113, No. 9, pp. 1369~1386, September 1987.
- 2) Sato, T., Toki, K. and Sugiyama, K. : Optimal control of seismic response of structures, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, Vol. 7, No. 1, pp. 179s ~188s, April 1990.
- 3) 野田茂 : 非線形履歴構造物の地震応答の即時的最適制御、鳥取大学工学部研究報告、第21巻、第1号、pp. 233~248, 1990年11月.
- 4) 谷田宏次 : パッシブとアクティブを組み合わせた制振方式、*Structure*, No. 32, pp. 57 ~ 60, 1989年10月.
- 5) 山田善一・後藤洋三 : 長大吊橋主塔橋脚の振動特性と地震応答解析に関する諸考察、土木学会論文報告集、第207号、pp. 1~12, 1972年11月.

(1990年10月12日受付)