

地盤係数の不確定性を考慮した地盤の地震応答に関する研究
 - 地震応答に及ぼす影響とその効果的解析法 -

Study on Seismic Response of Ground Considering Uncertainties of Soil Parameters
 - Effect on Seismic Response And Its Efficient Analytical Method -

北浦 勝* 池本敏和** 鶴来雅人***

By Masaru KITAURA , Toshikazu IKEMOTO , Masato TSURUGI

This present paper deals with seismic response of ground considering uncertainties of soil parameters. Fixed values have been used in the seismic response analysis of the ground so far. There are, however, randomness in soil parameters and errors in estimating them. The present paper firstly examines the effect of the randomness and errors of soil parameters on the result of the seismic response analysis by using Monte Carlo Simulation. Secondly, the authors suggest Point Estimate Method is very efficient to analyze the seismic response of the ground considering randomness and errors of soil parameters.

1 まえがき

従来の地盤の地震応答解析においては、地盤係数、例えば密度、せん断弾性係数などを確定量として取り扱うのが一般的であった。しかし、これらの地盤係数にはそれ自身が本来持っているばらつきや、それを推定する際に生じる誤差といった不確定な要素が含まれている。最近では、これらの不確定要素を考慮した地震応答解析が試みられつつある。例えば東畑らの、 N 値から推定したせん断波速度の誤差が地盤の地震応答解析結果に及ぼす影響に関する研究¹⁾、日比野らのせん断波速度および地盤の剛性、減衰のひずみ依存曲線のばらつきを考慮した軟質地盤の地震応答に関する研究²⁾などが挙げられる。このほか、川上³⁾や原田ら⁴⁾の地震動を時間・空間の関数としてとらえる研究、Lohら⁵⁾の地震動の空間的ばらつきを考慮したパイプラインの応答に関する研究も行われている。本研究では地盤係数のばらつきおよび推定誤差からなる不確定性に着目し、これが地盤の地震応答解析結果にどのような影響を及ぼすかについて検討を行うとともに、不確定要素を考慮した地盤の地震応答を効果的に解析する方法を提案する。

*	工博 金沢大学教授	工学部土木建設工学科	(〒920 金沢市小立野2丁目40-20)
**	金沢大学技官	工学部土木建設工学科	(同 上)
***	金沢大学大学院	工学研究科建設工学専攻	(同 上)

2 解析概要

2.1 重複反射理論

本解析では、基盤面からの入射波の振幅が1の場合に対する地表面での振幅の大きさを求める。その際、マトリックスによる重複反射理論を適用した⁶⁾。表層が地表から順に第1層、第2層、……、第*n*-1層からなり、基盤層が第*n*層である地盤において、地表面での複素振幅 $u_1(0)$ は

$$u_1(0) = \frac{2A_n}{R_{n-1}(1,1) - iR_{n-1}(2,1) / (G_n k_n)} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。この複素振幅には振幅と位相差の情報が含まれているが、本解析では振幅のみに着目している。複素振幅 $u_1(0)$ の振幅 U_1 は ω の関数となり、入射波の振幅 A_n が1の場合、

$$U_1(\omega) = \frac{2}{\sqrt{[R_{n-1}(1,1)]^2 + [R_{n-1}(2,1) / (G_n k_n)]^2}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表される。ここで $R_{n-1}(1,1)$ 、 $R_{n-1}(2,1)$ はそれぞれ $[R_{n-1}]$ の第1行第1列および第2行第1列の係数である。第*n*層から上層に向かってSH波が鉛直に入射する場合、 $[R_{n-1}]$ は

$$[R_{n-1}] = [S_{n-1}] [S_{n-2}] \dots\dots\dots [S_1] \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$[S_m] = \begin{bmatrix} \cos(k_m H_m) & \sin(k_m H_m) / (G_m k_m) \\ -G_m k_m \sin(k_m H_m) & \cos(k_m H_m) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここで、 k_m ; 波数 (ω / c_m) c_m ; 第*m*層内でのせん断波速度 ω ; 円振動数
 G_m ; 第*m*層でのせん断弾性係数 H_m ; 第*m*層の層厚 i ; 虚数単位

2.2 ばらつき考慮

本解析では、ばらつきをもつ地盤係数として、せん断波速度を決定する密度とせん断弾性係数を考える。松尾⁷⁾によれば密度のばらつきの程度は変動係数にして0.02~0.08であるので、本解析においては大きめに見積もり0.1とした。一方、*N*値の変動係数は0.3程度である⁸⁾ことから、*N*値と土のせん断波速度の回帰式(砂質土では $V_s(\text{m/sec}) = 80 \times N^{1/3}$ 、粘性土では $V_s(\text{m/sec}) = 100 \times N^{1/3}$)、およびせん断弾性係数とせん断波速度の関係式($V_s = \sqrt{G/\rho}$)の両式から推定されるせん断弾性係数は、大きなばらつきを有していると思われ、本解析においては変動係数を0.1~0.25とした。確率変数の関数の1次、2次モーメント、すなわち平均、2乗平均の推定法としていくつかの手法が提案されているが、本解析では Monte Carlo Simulation (以下 MCS とする) と、効果的解析法として Point Estimate Method を採用した。この方法は確率変数の確率密度関数がわずか数点でのみ値を持つ確率関数(Probability mass function)に置換することによって、シミュレーション回数を格段に減らすことができる手法である。本解析では2点による方法(以下 PEM2 とする)と3点による方法(以下 PEM3 とする)を用いた。各手法の概要を以下に示す。

MCS 松尾⁷⁾によれば土の密度は正規分布に従うことが明らかとなっているが、せん断弾性係数についても簡単のために正規分布に従うと仮定する。計算手順は次の通りである。

- ① 層ごとに密度とせん断弾性係数をそれぞれ10,000個ずつ準備する。これは正規分布している変数からランダムに抽出して、抽出した順に並べたものである。
- ② 第1層において密度の第*i*番目の値を選ぶときは、第1層のせん断弾性係数も第*i*番目の値を選ぶ。また、他の層においてもその層で準備されている第*i*番目の密度と第*i*番目のせん断弾性係数を選ぶ。
- ③ こうして得られた地盤に対して $U_1(\omega)$ を求める。
- ④ ②以下の手順を*i*が1から10,000になるまで繰返す。

このようにして、地表面における応答倍率の平均値は、

$$E [U_1(\omega)] = 10,000^{-1} \sum_{i=1}^{10,000} [U_1(\omega, \rho(1, i), \rho(2, i), \dots, \rho(n-1, i), G(1, i), G(2, i), \dots, G(n-1, i))] \quad \text{----- (5)}$$

と表わせる。ここに、 $U_1(\omega, \rho(1, i), \dots, \rho(n-1, i), G(1, i), \dots, G(n-1, i))$ は密度が層ごとの第 i 番目の値かつ、せん断弾性係数が第 i 番目の値に対する $U_1(\omega)$ を意味する。

PEM2 本法では各層の密度とせん断弾性係数の組合せとして平均値±標準偏差の2点の組合せ、すなわち1層につき4通りの組合せで検討した。地盤全体としては 4^{n-1} 通り ($n-1$; 表層の数) の組合せである。

このとき地表面での応答倍率の平均値を Fig. 1 a) のようにそれぞれ0.25の重みを用いて求めた。平均値 $E [U_1(\omega)]$ は次式となる。

$$E [U_1(\omega)] = 0.25^{n-1} \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_2=1}^2 \dots \sum_{i_{n-1}=1}^2 \sum_{j_1=1}^2 \sum_{j_2=1}^2 \dots \sum_{j_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, i_1), \rho(2, i_2), \dots, \rho(n-1, i_{n-1}), G(1, j_1), G(2, j_2), \dots, G(n-1, j_{n-1}))] \quad \text{----- (6)}$$

ここで $\rho(m, 1) = \rho_{Mm} - \sigma_{\rho m}$, $\rho(m, 2) = \rho_{Mm} + \sigma_{\rho m}$
 $G(m, 1) = G_{Mm} - \sigma_{Gm}$, $G(m, 2) = G_{Mm} + \sigma_{Gm}$
 ρ_{Mm} 、 G_{Mm} ; 第 m 層の密度、せん断弾性係数の平均値
 $\sigma_{\rho m}$ 、 σ_{Gm} ; 第 m 層の密度、せん断弾性係数の標準偏差

PEM3 各層の密度とせん断弾性係数の平均値および平均値± C ×標準偏差の3点の組合せ、すなわち1層につき9通りの組合せで検討した。地盤全体としては 9^{n-1} 通りの組合せである。このときの重みづけは Fig. 1 b) のようである。

$$E [U_1(\omega)] = \frac{0.028 \times 4}{4^{n-1}} \sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_{n-1}=1}^2 \sum_{j_1=1}^2 \dots \sum_{j_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, 2i_1-1), \dots, \rho(n-1, 2i_{n-1}-1), G(1, 2j_1-1), \dots, G(n-1, 2j_{n-1}-1))] \\ + \frac{0.111 \times 2}{2^{n-1}} \sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, 2i_1-1), \dots, \rho(n-1, 2i_{n-1}-1), G(1, 2), \dots, G(n-1, 2))] \\ + \frac{0.111 \times 2}{2^{n-1}} \sum_{j_1=1}^2 \dots \sum_{j_{n-1}=1}^2 [U_1(\omega, \rho(1, 2), \dots, \rho(n-1, 2), G(1, 2j_1-1), \dots, G(n-1, 2j_{n-1}-1))] \\ + 0.444 [U_1(\omega, \rho(1, 2), \dots, \rho(n-1, 2), G(1, 2), \dots, G(n-1, 2))] \quad \text{----- (7)}$$

ここで $\rho(m, 1) = \rho_{Mm} - C \sigma_{\rho m}$, $\rho(m, 2) = \rho_{Mm}$, $\rho(m, 3) = \rho_{Mm} + C \sigma_{\rho m}$
 $G(m, 1) = G_{Mm} - C \sigma_{Gm}$, $G(m, 2) = G_{Mm}$, $G(m, 3) = G_{Mm} + C \sigma_{Gm}$
 C ; Rosenblueth⁹⁾ によれば確率変数を正規分布で仮定した場合には、 $C = 1.73$ である。

2. 3 解析モデル

解析に用いた地盤は静岡県内の1種1層(CASE1)、3種4層(CASE2)、4種7層(CASE3)の実地盤とCASE3の地盤を等価な1層に置換したモデル地盤(CASE4)の計4種類であるが、ここでは紙面の都合上、CASE2の地盤を中心に述べる。CASE2の地盤データをTable 1に示す。また、基盤層は $\rho_n = 2.5(t/m^3)$ 、 $G_n = 63,766(tf/m^2)$ の確定量とした。なお、解析には富士通社製FACOM M-760/10を使用した。

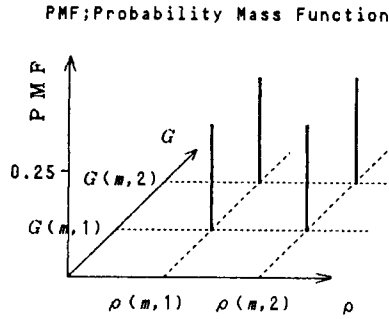


Fig.1 a) Weight used in PEM2

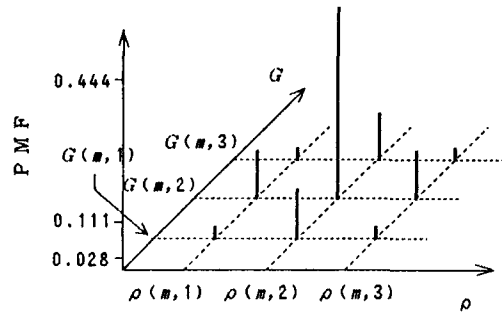


Fig.1 b) Weight used in PEM3

Table 1 Soil Data (CASE2)

Layer	Mean of Density (t/m^3)	Mean of Shear Modulus (tf/m^2)	Thickness of Layer (m)	Mean of Velocity of Shear Wave (m/sec)
No.1	1.9	3,455	3.6	133.5
No.2	1.9	6,700	4.0	185.9
No.3	1.9	5,957	6.4	175.3
No.4	1.9	7,570	5.6	197.6
Bedrock	2.5 *	63,766 *	—	500.0 *

* Data for bedrock are fixed values.

3 解析結果

密度およびせん断弾性係数の平均値の組合せによって得られる地盤の固有振動数(これを ω_0 とする)に注目し、不確定性を有する地盤が振動数 ω_0 の調和波入力によって共振に近い状態にあるときの応答倍率について検討する。

3. 1 地盤係数の不確実性が地盤の地震応答解析結果に及ぼす影響

CASE2、CASE4の地盤についてMCSにより求めたせん断弾性係数の変動係数(COV、標準偏差/平均値)と地表面での応答倍率の関係をFig.2 a)、b)に示す。図中には参考のために確定論的に地盤係数を扱う場合(このとき、地盤係数としてその平均値を用いる)の応答倍率を併記してある。これより、地盤係数の不確定性を考慮するとその変動係数の大きさにより地盤の地震応答もCASE2では0.05~0.15、CASE4では0.14~0.26の変動

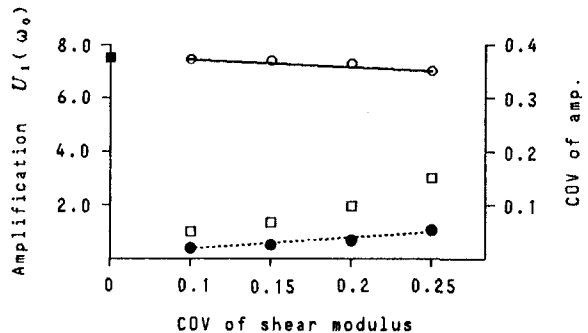
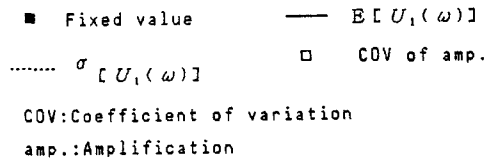


Fig.2 a) Relationship between COV of shear modulus and amplification by MCS (CASE2, $\omega_0=2.4\text{Hz}$)

係数をもってばらつくことがわかる。

また、せん断弾性係数の変動係数が大きくなると応答倍率の平均値が小さくなる傾向にあることがわかる。CASE2の地盤でMCSによる応答倍率の頻度分布をFig.3 a)、b)に示す。せん断弾性係数の変動係数が0.25の場合には、0.1の場合に比べて、応答倍率は小さい値により広く分布していることがわかる。これは、変動係数が小さい場合は共振点近傍の解析を行なっているのに対して、変動係数が大きくなると、共振点からはずれた点で解析する回数が多くなるためと考えられる。CASE2以外の地盤でも同様の傾向が見られたが、これも同じ理由によるものと考えられる。

このほか、せん断弾性係数の変動係数が大きくなると応答倍率の標準偏差が大きくなる傾向がみられるが、これは線形系を対象としていることから説明できる。

3. 2 効果的解析法

本解析ではMCSで得られた結果をもとに効果的解析法との比較検討を行う。

(1)せん断弾性係数の変動係数

CASE2およびCASE4の地盤について、PEM2、PEM3により求めたせん断弾性係数の変動係数と地表面での応答倍率の関係をFig.4 a)、b)およびFig.5 a)、b)に示す。これより、特徴的なことが2つある。第1は、せん断弾性係数の変動係数が大きいとき、PEM2による応答倍率の平均値はMCSやPEM3によるそれに比べて小さいことである。第2は、せん断弾性係数の変動係数が大きくなっても、PEM2による応答倍率の標準偏差はMCSやPEM3ほど大きくならないという点である。このことを考えるために、Fig.6に入力波の振動数と応答倍率の関係の概念図を示す。本章では、密度およびせん断弾性係数の平均値の組合せによって得られる地盤の固有振動数(図中 ω_0)に注目しているが、せん断弾性係数の変動係数が大きくなるとPEM2では、解析に地盤係数の平均値を用いないために、 ω_0 からずれた入力振動数 ω_p で最大応答を示す。したがって第1の特徴に

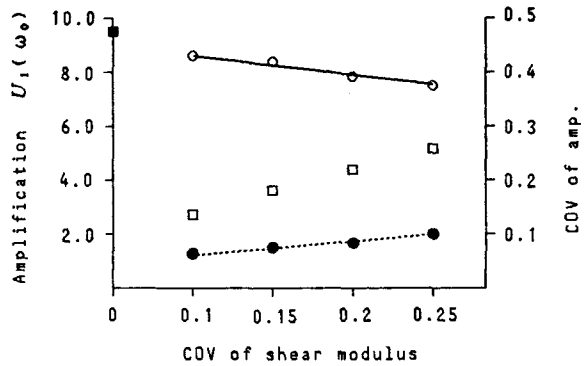


Fig.2 b) Relationship between COV of shear modulus and amplification by MCS (CASE4, $\omega_0=0.95\text{Hz}$)

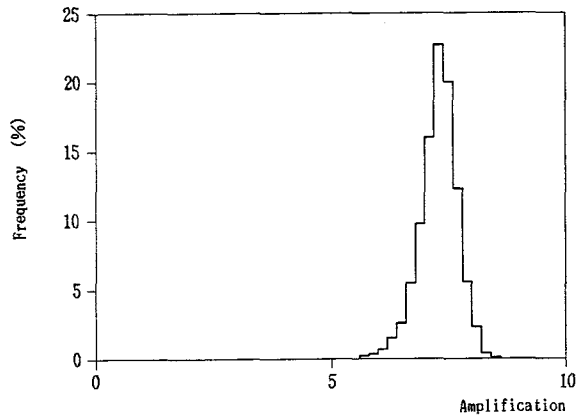


Fig.3 a) Histogram of amplification by MCS (COV of shear modulus =0.1)

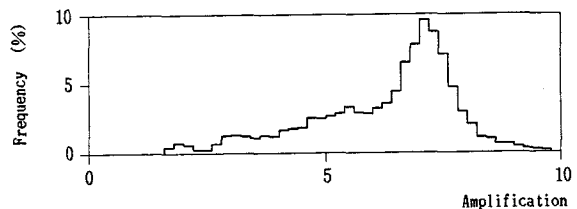


Fig.3 b) Histogram of amplification by MCS (COV of shear modulus =0.25)

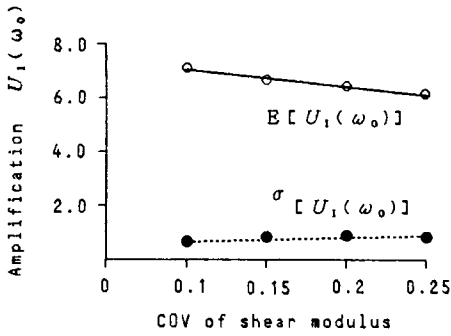


Fig. 4 a) Relationship between COV of shear modulus and amplification by PEM2 (CASE2)

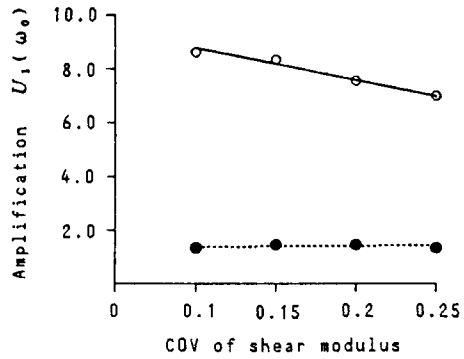


Fig. 4 b) Relationship between COV of shear modulus and amplification by PEM2 (CASE4)

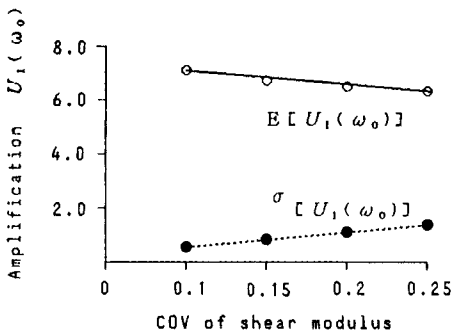


Fig. 5 a) Relationship between COV of shear modulus and amplification by PEM3 (CASE2)

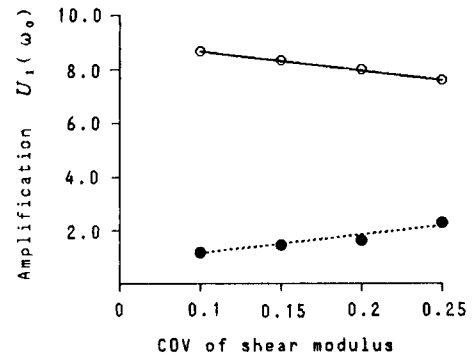


Fig. 5 b) Relationship between COV of shear modulus and amplification by PEM3 (CASE4)

については、PEM2による地盤の固有振動数 ω_0 における応答の平均値は ω_p におけるそれより小さい値となり、共振点を正確に評価できる MCSやPEM3のそれと比較しても小さくなることから、生じている。第2の特徴については、せん断弾性係数が大きくなることに伴う応答の標準偏差の増加が、 ω_0 が ω_p にずれることで抑制されるため、MCS やPEM3ほどに標準偏差が大きくなるものと考えられる。

(2) 地盤種別および層数

各地盤についてPEM2、およびPEM3による応答倍率の平均値、標準偏差、平均値+標準偏差のMCSのそれぞれに対する相対誤差を Table2 a)~b)にまとめた。

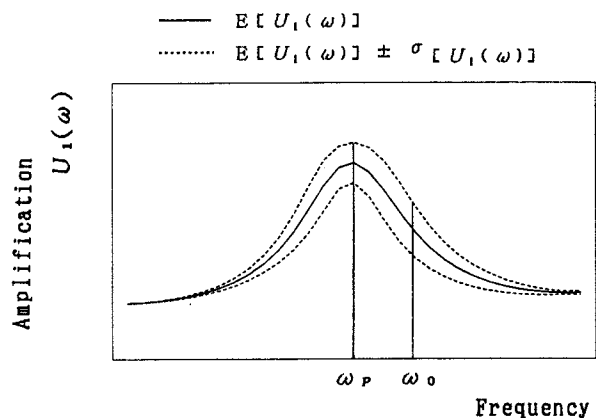


Fig. 6 Frequency response function

Table 2 a) (CASE1)、Table 2 b) (CASE2)、Table 2 c) (CASE3)を比較すると良い地盤であるほど、層数が少ないほど PEMの精度の良いことがわかる。そこで、地盤種別が同じTable 2 c) (CASE3)とTable 2 d) (CASE4)を比較すると PEMの精度は1層のCASE4のほうが格段に良くなっている。このことから、PEMの精度は地盤種別よりも層数とより深い関係のあることがわかる。また、PEM2は CASE1のように層数が少ないときはPEM3と同程度の精度で応答倍率を評価できるが、CASE3 のように層数が多くなるとPEM3に比べてPEM2の精度の悪くなるのがわかる。

また、せん断弾性係数の変動係数が大きい場合、PEM3に比べてPEM2の精度が良い箇所が数ヶ所みられるが、これは(1)で説明したようにPEM2では共振点がずれてしまうことによるものと考えられる。CASE2 やCASE3においてせん断弾性係数の変動係数が小さい場合、応答の標準偏差の相対誤差は80%以上という大きな値となった。また、せん断弾性係数の変動係数が大きくなると、応答の標準偏差の相対誤差が小さくなる傾向がある。これらの理由は以下のとおりである。せん断弾性係数の変動係数が小さいときは相対誤差を求める際、基準となるMCSによる応答の標準偏差そのものが小さいので、PEMによる相対誤差が大きくなる。一方、せん断弾性係数の変動係数が大きくなるとMCSによる応答の標準偏差が大きくなるので、結果的にPEMによる相対誤差は小さくなる。CASE4においてこのような傾向が見られないのは、CASE4が1層地盤であるためにPEMでも精度良く応答を評価できるためと考えられる。

Table2 a) Relative error of amplification by using PEM2 and PEM3 (CASE1) (%)

COV of G	Method	Mean	S.D.	M.+S.D.
0.10	PEM2	0.2	12.9	0.8
	PEM3	0.2	16.1	1.0
0.15	PEM2	0.7	14.6	1.8
	PEM3	0.2	7.3	0.0
0.20	PEM2	1.1	9.8	1.8
	PEM3	0.2	13.7	1.4
0.25	PEM2	1.2	1.7	1.0
	PEM3	0.7	13.3	2.3

Table2 b) Relative error of amplification by using PEM2 and PEM3 (CASE2) (%)

COV of G	Method	Mean	S.D.	M.+S.D.
0.10	PEM2	4.8	100.0	0.0
	PEM3	5.0	81.1	0.8
0.15	PEM2	7.2	87.5	1.3
	PEM3	7.0	81.3	1.5
0.20	PEM2	10.0	32.0	6.0
	PEM3	8.7	54.1	2.9
0.25	PEM2	13.0	14.3	13.1
	PEM3	9.1	33.0	3.7

Table2 c) Relative error of amplification by using PEM2 and PEM3 (CASE3) (%)

COV of G	Method	Mean	S.D.	M.+S.D.
0.10	PEM2	7.7	123.0	0.3
	PEM3	7.5	109.8	0.8
0.15	PEM2	11.1	140.8	0.5
	PEM3	10.9	118.4	1.8
0.20	PEM2	16.0	77.1	6.9
	PEM3	14.0	85.3	4.2
0.25	PEM2	21.9	9.7	17.5
	PEM3	15.2	56.1	5.4

Table2 d) Relative error of amplification by using PEM2 and PEM3 (CASE4) (%)

COV of G	Method	Mean	S.D.	M.+S.D.
0.10	PEM2	0.1	3.4	0.5
	PEM3	0.2	3.4	0.2
0.15	PEM2	0.5	1.4	0.8
	PEM3	0.5	0.0	0.3
0.20	PEM2	3.0	17.8	5.6
	PEM3	1.1	5.1	2.0
0.25	PEM2	6.8	34.7	12.8
	PEM3	2.7	12.2	4.4

G: Shear modulus

M.: Mean

S.D.: Standard deviation

(3) 演算時間

演算時間については、PEM2およびPEM3ではMCSに比べてかなり短縮できる。例えば、CASE2ではTable 3に示すようにPEM2、PEM3ともにMCSの約1/13であった。

Table3 Comparison of required time to analyze one amplification value

MCS	PEM2	PEM3
0.50sec	0.04sec	0.04sec

以上の3項目の検討より、地盤係数の不確定性による影響を正確に評価するにはMCSによる解析が最適な手法ではあるが、PEM3でも短時間にかつMCSとの誤差を少なく評価できることがわかった。

4 まとめ

本研究で得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- 1) 今回解析の対象とした範囲においては、地盤係数の不確定性の程度に応じて地表面での応答倍率は0.06～0.30程度の変動係数を持ってばらついていることがMonte Carlo Simulationの解析結果から明らかとなった。今後は地盤係数の不確定性を考慮した地震応答解析が工学上重要な課題となることが考えられる。
- 2) 地盤係数の不確定性を効果的に評価できる手法としてPoint Estimate Methodを適用した。Point Estimate Methodの演算の精度は、地盤の良否よりも表層の数と深い関係があることが明らかとなった。
- 3) 2点のPoint Estimate Methodによる解析は、地盤係数の変動係数が小さい場合のみ精度が良く、地盤係数の変動係数が大きくなると共振点がずれて地盤の地震応答を正確に評価できない。
- 4) 3点のPoint Estimate Methodによる解析は、Monte Carlo Simulationによる解析ほど地盤係数の不確定性による影響を正確に評価することはできないが、今回解析の対象とした範囲においては精度も良く、かつ演算時間を格段に短縮できるという点で有効な手法である。

【参考文献】

- 1) 東畑 郁生・Stephane Ronteix: N 値から推定した V_s の誤差が地盤の地震応答解析結果に及ぼす影響, 第23回土質工学研究発表会講演梗概集, pp.825～828, 1988.
- 2) 日比野 浩・河村 壮一: 物性のばらつきを考慮した軟質地盤の地震応答性状, 日本建築学会学術講演梗概集, pp.721～722, 1988.
- 3) 川上 英二: 時間・空間の関数としての地震波形をアレー観測記録から推定する方法について, 土木学会第43回年次学術講演梗概集, pp.974～975, 1988.
- 4) 原田 隆典・否笠 友紀: 確率特性を有する地盤の地震応答と地震動の空間-時間特性について, 土木学会第43回年次学術講演梗概集, pp.976～977, 1988.
- 5) C.H.Loh・Y.S.Hwang: Pipeline Response to Spatial Variation of Seismic Waves, Earthquake Behavior Pipeline, Storage, Telecommunication, and Transportation Facilities, PVP-Vol.162, pp.145～150, 1989.
- 6) 土岐 憲三: 構造物の耐震解析, 技報堂出版, pp.82～90, 1981.
- 7) 松尾 稔: 地盤工学 一信頼性設計の理念と実際一, 技報堂出版, pp.62～64, 1984.
- 8) 上野 誠: 土質データのばらつきと設計 3. 地盤データの二次処理(統計的処理手法と実際), 土と基礎, Vol.35, No.3, pp.77～84, 1987.
- 9) Rosenbleuth, E: Point Estimates for Probability Moments, Proceedings of the National Academy of Science, Vol.72, No.10, pp.3812～3814, 1975.

(1989年10月2日)