

多点地震動の非定常相互スペクトルの 振幅特性と位相特性に関する考察

A STUDY ON AMPLITUDE AND PHASE PROPERTIES OF NONSTATIONARY CROSS
SPECTRUM OF MULTIVARIATE EARTHQUAKE GROUND MOTIONS

沢田 勉* 亀田弘行** 青井英幸***

By Tsutomu SAWADA, Hiroyuki KAMEDA and Hideyuki AOI

Consideration of the spatial and the temporal variation of multivariate earthquake motions is important in the aseismic design of extended structures such as long spanned bridges and lifeline systems. Moreover, nonstationary characteristics of earthquake motions should be considered in the response analysis of previous mentioned structures with long period. The authors have developed an effective procedure for nonstationary cross spectrum of multivariate earthquake motions by multifilter technique.

The objective of this study is to clarify the physical meaning of the amplitude and the phase of nonstationary cross spectrum and to study the spatial and the temporal variation of multivariate earthquake motions from numerical analysis of SMART-1 data.

1. 緒 論

本研究は、アレー観測された多点地震動の非定常相互スペクトルの振幅と位相の物理的意味を明らかにし、解析結果に基づき若干の考察を加えたものである。

近年、長大橋梁やライフラインのような空間的拡がりをもつ構造物の耐震性が問題となり、入力地震動の多点間の相互相関性を把握することが必要となってきた。また、上記のような長大構造物の応答には、地震動の非定常特性が大きな影響を及ぼすことから、多点地震動の非定常な相互相関性を解明し、それをモデル化することが重要になった。

多点地震動の空間的な相互相関性を明らかにするためには、比較的狭い地域に多くの地震計を系統的に配置して地震観測する、いわゆるアレー観測を行うことが必要となる。最近、台湾のSMART-1(Strong Motion Array in Taiwan, Number 1)をはじめとして、国内および国外でいくつかのアレー観測網が設置され、多数のアレー観測記録が得られるようになった。

このような状況のもとに、多点地震動の空間的な相互相関性に注目した研究が多数なされている。¹⁾⁻²⁰⁾ これらの研究では、SMART-1のようなアレー観測記録の解析に基づき、多点地震動の相互相関関数やコヒーレ

* 工博 徳島大学助教授 工学部建設工学科 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

** 工博 京大大学教授 防災研究所都市施設耐震システム研究センター (〒611 宇治市五ヶ庄)

*** 徳島大学大学院 工学研究科修士課程 (〒770 徳島市南常三島町2-1)

ンスがモデル化されている。その代表的なものとしては、Loh¹⁾, Loh and Wu³⁾, Harada⁵⁾, Shinozuka and Harada⁶⁾, Harada and Shinozuka⁸⁾, Harichandran and Vanmarcke⁹⁾, Harichandran¹⁰⁾等の研究がある。また、多点地震動のシミュレーション手法に関する研究としては、星谷¹⁵⁾, 星谷・石井¹⁶⁾, Shinozuka and Deodatis¹⁷⁾等の研究がある。しかしながら、これらの研究は、おもに定常理論に基づいたものであり、長大構造物で重要となる地震動の非定常性は、一部を除き考慮されていない。

筆者らは、非定常な多点地震動の相互相関性を解明するため、マルチフィルタによる非定常相互スペクトル解析法を開発し、数値計算よりその妥当性を検証した¹⁸⁾⁻²⁰⁾。本研究は、非定常相互スペクトルより得られる非定常な振幅、位相およびコヒーレンスの特性を検討するとともに、SMART-1アレー観測記録の解析結果に基づいて多点地震動の非定常相互相関性に関する情報を整理し、若干の考察を加えることにある。

2. 非定常相互スペクトルの振幅と位相の意味

(1) 非定常相互スペクトル解析法の概要¹⁸⁾⁻²⁰⁾

筆者らによって開発されたマルチフィルタによる非定常相互スペクトル解析法の概要について述べる。この方法は、線形1自由度系の運動方程式をマルチフィルタとして用いるもので、亀田による非定常パワースペクトル解析法²¹⁾の多次元への拡張である。

まず、2つの確率過程 $X_j(t)$, $X_k(t)$ の非定常相互スペクトルを考える。 $X_j(t)$, $X_k(t)$ を加速度入力とする線形1自由度系の運動方程式は次式で与えられる。

$$\ddot{Y}_j(t) + 2\beta\omega_0\dot{Y}_j(t) + \omega_0^2Y_j(t) = -X_j(t) \quad (1)$$

$$\ddot{Y}_k(t) + 2\beta\omega_0\dot{Y}_k(t) + \omega_0^2Y_k(t) = -X_k(t) \quad (2)$$

ここで、 β はフィルタの減衰定数、 ω_0 は固有円振動数である。加速度入力 $X_j(t)$, $X_k(t)$ に対する系の相対変位応答、相対速度応答をそれぞれ $Y_j(t)$, $Y_k(t)$, $\dot{Y}_j(t)$, $\dot{Y}_k(t)$ とすると、 $X_j(t)$, $X_k(t)$ に含まれる ω_0 成分の非定常相互スペクトル $G_{jk}(t, \omega_0)$ は次式で与えられる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = C_{jk}(t, \omega_0) + iQ_{jk}(t, \omega_0) \quad (3)$$

$$C_{jk}(t, \omega_0) \sim \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} E [Y_j(t)Y_k(t) + \dot{Y}_j(t)\dot{Y}_k(t) / \omega_0^2] \quad (4)$$

$$Q_{jk}(t, \omega_0) \sim \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} E [\dot{Y}_j(t)Y_k(t) / \omega_0 - Y_j(t)\dot{Y}_k(t) / \omega_0] \quad (5)$$

ここに、 $E[\cdot]$ はアンサンブル平均を表す。

以上は、2つの確率過程 $X_j(t)$, $X_k(t)$ の非定常相互スペクトルについてであるが、一般の地震記録の解析では、観測記録 $x_j(t)$, $x_k(t)$ を確率過程の1組のサンプル関数とみなして解析する。その場合には、式(3)~(5)は確定関数として取り扱われ、次のようになる。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = c_{jk}(t, \omega_0) + iq_{jk}(t, \omega_0) \quad (6)$$

$$c_{jk}(t, \omega_0) \sim \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} [y_j(t)y_k(t) + \dot{y}_j(t)\dot{y}_k(t) / \omega_0^2] \quad (7)$$

$$q_{jk}(t, \omega_0) \sim \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} [\dot{y}_j(t)y_k(t) / \omega_0 - y_j(t)\dot{y}_k(t) / \omega_0] \quad (8)$$

上式より得られる $g_{jk}(t, \omega_0)$ は、サンプル関数 $x_j(t)$, $x_k(t)$ の生の非定常スペクトルであるから、母集団に対する推定値を求めるためには、何らかの期待値演算が必要である。ところで、 $g_{jk}(t, \omega_0)$ は、式(1),(2)の狭帯域フィルタ出力に基づいて算出されるのであるから、 ω_0 近傍における振動数領域の平滑化は既になされている。そこで、確率過程の非定常相互スペクトル式(3)~(5)におけるアンサンブル平均に代わるものとして、次のような時間領域における平滑化を行い、非定常相互スペクトルの推定値 $G_{jk}(t, \omega_0)$ を求める。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-\tau) g_{jk}(\tau, \omega_0) d\tau \quad (9)$$

ここで、 $w(t)$ は時間領域のウィンドウ関数である。本研究では、 $g_{jk}(t, \omega_0)$ がパワースペクトルと同じ次元

を持つことから、 $w(t)$ としてParzenのウィンドウ関数を用いた²²⁾。

以上のように、2つのサンプル関数 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ が与えられた場合には、式(6)~(8)より生の非定常相互スペクトル $g_{jk}(t, \omega_0)$ を求め、それを式(9)によって平滑化すると、非定常相互スペクトルの推定値 $G_{jk}(t, \omega_0)$ が求められる。

(2) 非定常相互スペクトルの振幅と位相の分離

多点地震動の非定常相互スペクトルの振幅と位相の意味を考えるため、式(6)~(8)の生のスペクトルを次のように極座標表示する。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = |g_{jk}(t, \omega_0)| \exp [i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \quad (10)$$

$$\begin{aligned} |g_{jk}(t, \omega_0)| &= [c_{jk}^2(t, \omega_0) + q_{jk}^2(t, \omega_0)]^{1/2} \\ &= \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} r_j(t)r_k(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \tan^{-1} [q_{jk}(t, \omega_0)/c_{jk}(t, \omega_0)] \quad (12)$$

ここで、 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は、 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ に含まれる ω_0 成分の位相差である。また、 $r_j(t)$ と $r_k(t)$ は、 $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ を加速度入力とする線型1自由度系の変位応答の包絡線関数であり、次式で表される。

$$r_j(t) = [y_j^2(t) + \dot{y}_j^2(t)/\omega_0^2]^{1/2} \quad (13)$$

$$r_k(t) = [y_k^2(t) + \dot{y}_k^2(t)/\omega_0^2]^{1/2} \quad (14)$$

式、(10)~(12)より、 $g_{jk}(t, \omega_0)$ の極座標表示は次のようになる。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} r_j(t)r_k(t) \exp [i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \quad (15)$$

つぎに、上式の平滑化を考える。式の表示を簡単にするため、時間領域の平滑化操作を上付の線で表すと非定常相互スペクトルの推定値 $G_{jk}(t, \omega_0)$ は次のようになる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \overline{c}_{jk}(t, \omega_0) + i\overline{q}_{jk}(t, \omega_0) \quad (16)$$

$$= \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} \overline{r_j(t)r_k(t) \exp [i\theta_{jk}(t, \omega_0)]} \quad (17)$$

以下では、式(17)に基づいて、 $G_{jk}(t, \omega_0)$ の振幅と位相差の意味について考える。まず、式(17)の右辺を振幅と位相に分離するため、生の非定常相互スペクトルの位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ を次のように表す。

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \overline{\theta}_{jk}(t, \omega_0) + \Delta\theta_{jk}(t, \omega_0) \quad (18)$$

すなわち、 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ を時刻 t における平均値 $\overline{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ とそのまわりの変動成分 $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ に分離する。 $\overline{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ が時刻 t 付近で一定であり、 $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ がそのまわりにランダムに分布すると考えると、式(17)は次のように書き直すことができる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} \overline{r_j(t)r_k(t) \exp [i\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)]} \exp [i\overline{\theta}_{jk}(t, \omega_0)] \quad (19)$$

したがって、 $G_{jk}(t, \omega_0)$ の極座標表示

$$G_{jk}(t, \omega_0) = |G_{jk}(t, \omega_0)| \exp [i\overline{\theta}_{jk}(t, \omega_0)] \quad (20)$$

における振幅と位相差はそれぞれ次のようになる。

$$|G_{jk}(t, \omega_0)| = \frac{2\beta\omega_0^3}{\pi} \overline{r_j(t)r_k(t) \exp [i\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)]} \quad (21)$$

$$\overline{\theta}_{jk}(t, \omega_0) = \tan^{-1} [\overline{q}_{jk}(t, \omega_0)/\overline{c}_{jk}(t, \omega_0)] \quad (22)$$

つぎに、位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ の意味について考えるために、 $x_j(t)$ および $x_k(t)$ の狭帯域フィルター出力 $y_j(t)$ および $y_k(t)$ を包絡線 $r_j(t)$ 、 $r_k(t)$ と位相 $\phi_j(t, \omega_0)$ 、 $\phi_k(t, \omega_0)$ を用いて次のように表す。

$$y_j(t) = r_j(t) \cos [\omega_0 t + \phi_j(t, \omega_0)] \quad (23)$$

$$y_k(t) = r_k(t) \cos [\omega_0 t + \phi_k(t, \omega_0)] \quad (24)$$

定常理論による位相遅れ時間と群遅れ時間の概念²³⁾を非定常な場合に拡張すると、 $y_j(t)$ および $y_k(t)$ の時刻

tにおける位相遅れ時間 $t_{p_j}(t, \omega_0)$ および $t_{p_k}(t, \omega_0)$ はそれぞれ次のように定義できる。

$$\begin{aligned} t_{p_j}(t, \omega_0) &= -\phi_j(t, \omega_0)/\omega_0 \\ t_{p_k}(t, \omega_0) &= -\phi_k(t, \omega_0)/\omega_0 \end{aligned} \quad (25)$$

また、群遅れ時間 $t_{g_j}(t, \omega_0)$ および $t_{g_k}(t, \omega_0)$ も同様に、次のように定義される。

$$\begin{aligned} t_{g_j}(t, \omega_0) &= -\partial \phi_j(t, \omega_0)/\partial \omega_0 \\ t_{g_k}(t, \omega_0) &= -\partial \phi_k(t, \omega_0)/\partial \omega_0 \end{aligned} \quad (26)$$

一方、位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は、 $\phi_k(t, \omega_0)$ と $\phi_j(t, \omega_0)$ の差として定義され、

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \phi_k(t, \omega_0) - \phi_j(t, \omega_0) \quad (27)$$

であるから、式(25)~(27)より $y_j(t)$ と $y_k(t)$ の位相遅れ時間 $t_{p_{jk}}(t, \omega_0)$ および群遅れ時間 $t_{g_{jk}}(t, \omega_0)$ が次式のように求められる。

$$t_{p_{jk}}(t, \omega_0) = -\theta_{jk}(t, \omega_0)/\omega_0 \quad (28)$$

$$t_{g_{jk}}(t, \omega_0) = -\partial \theta_{jk}(t, \omega_0)/\partial \omega_0 \quad (29)$$

このようにして得られる $t_{p_{jk}}(t, \omega_0)$ と $t_{g_{jk}}(t, \omega_0)$ は生のスペクトルの位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ から得られる時刻tにおける瞬時値である。時刻tにおける平均的な位相遅れ時間 $t_{p_{jk}}(t, \omega_0)$ と群遅れ時間 $t_{g_{jk}}(t, \omega_0)$ は、式(28)および(29)の $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ の代わりに式(22)の $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ を代入して求められる。

以上のことより、非定常相互スペクトルの振幅と位相差の意味が明らかになった。すなわち、非定常相互スペクトルの振幅は、2つの時間関数の ω_0 成分の位相の乱れを含む包絡線の相互相関性を表す量であり、位相差は2つの時間関数の ω_0 成分の時間ずれに関係する量であることがわかる。

3. 多点地震動の非定常相互スペクトルの振幅特性

台湾のSMART-1アレー観測記録を用いて、非定常相互スペクトル振幅および非定常コヒーレンスの解析を行い、若干の考察を加える。

(1) SMART-1アレー観測記録の概要^{24), 25)}

台湾のLotungに設置されたSMART-1(Strong Motion Array in Taiwan, Number 1)アレーは、Fig.1に示すように、中心をC00とする3つの同心円(内側I, 中間M, 外側O)からなるアレーであり、同心円上にはおのおの12個の地震計が設置されている。同心円の半径はそれぞれ、200m, 1000m, 2000mである。1980年より現在に至るまでに多くの地震が観測され、貴重なアレー観測記録が提供されてきた。本研究の解析では、これらの地震のうち、マグニチュードが比較的大きいEvent5の記録を用いる。Event5は、マグニチュード6.7、震源深さ25km、震央距離30kmの地震であり、震央は、SMART-1の南南東に位置している。数値計算では、Event5のアレー観測記録のうち、ほぼ震央方向にある006-012線上、および震央直角方向の003-009線上の観測点に設置された13個の地震計によるNS成分の記録を用いる。Fig.2は、SMART-1アレー直下の地盤のP波速度の構造を示したものであり、(a)は南北、(b)は東西方向のものを示している。残念ながら、S波速度の構造については現在のところわかっていない。

以下では、解析に用いた観測記録の波形特性およびスペクトル特性の概略について述べる。Fig.3は、前述の13地点の記録波形(NS成分)を、震央方向および震央直角方向に並んだ観測点(以下では、これらを震央方向観測点および震央直角方向観測点と呼ぶ)について示したものである。図より、アレー観測された波形は相互に類似した形状を示すが、2地点間の距離が増大するにつれて波形間に若干の差異がみられることがわかる。これは、地震波の伝播や各地点における地盤条件の違いに起因すると考えられる。また、震央方向観測点の波形(006-012)には、地震波の伝播により生じる時間ずれがみられる。たとえば、006と012の間の時間ずれは約1.1sec程度となっている。ただし、M12の記録はC00のそれより位相がわずかに進んでいるが、この原因については現在のところ不明である。

つぎに、解析に用いた各地震動記録の非定常特性を知るため、非定常パワースペクトルの解析²¹⁾を行った。Fig.4には、震央方向観測点006~012のNS成分の非定常パワースペクトルを図示した。図において、横軸は時間、縦軸は振動数であり、非定常パワースペクトルは0.15~10Hzの振動数領域を対数軸上で80等分した点で連続的に示されている。ただし、各振動数成分はその最大値で基準化されている。図より、パワースペクトルには振動数の非定常性が見られ、1Hz前後より低振動数の成分が波の強震部以降にもかなりのパワーを有することがわかる。とくに、約0.5Hzの低振動数成分は、他の振動数成分より遅れて到着している。

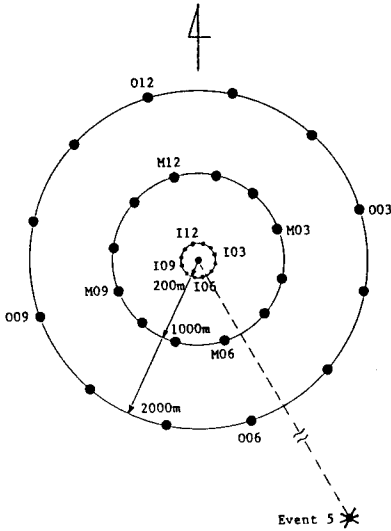


Fig.1 The SMART-1 Array (From Bolt et.al²⁴⁾)

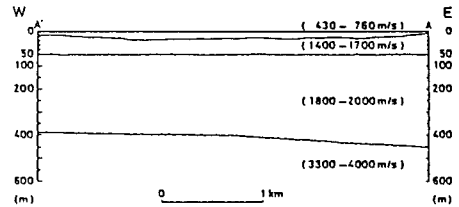
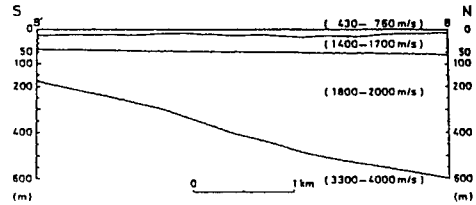
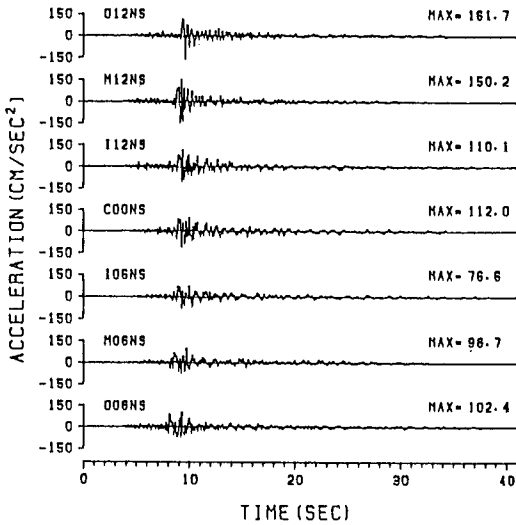
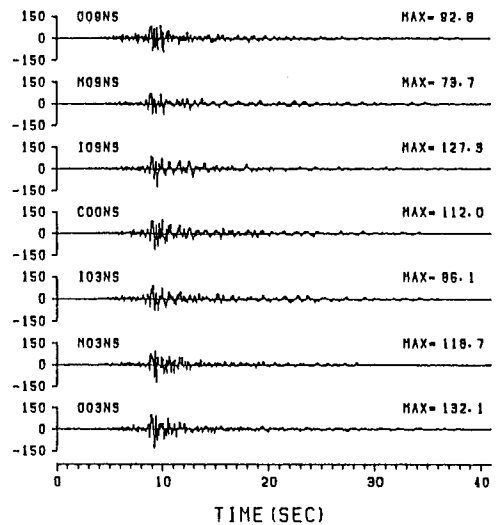


Fig.2 P-Wave Velocity below The SMART-1 Array (From Abrahamson²⁵⁾)



(a) Epicentral Direction



(b) Transverse Direction

Fig.3 Time History of SMART-1 Array Accelerograms (NS Component)

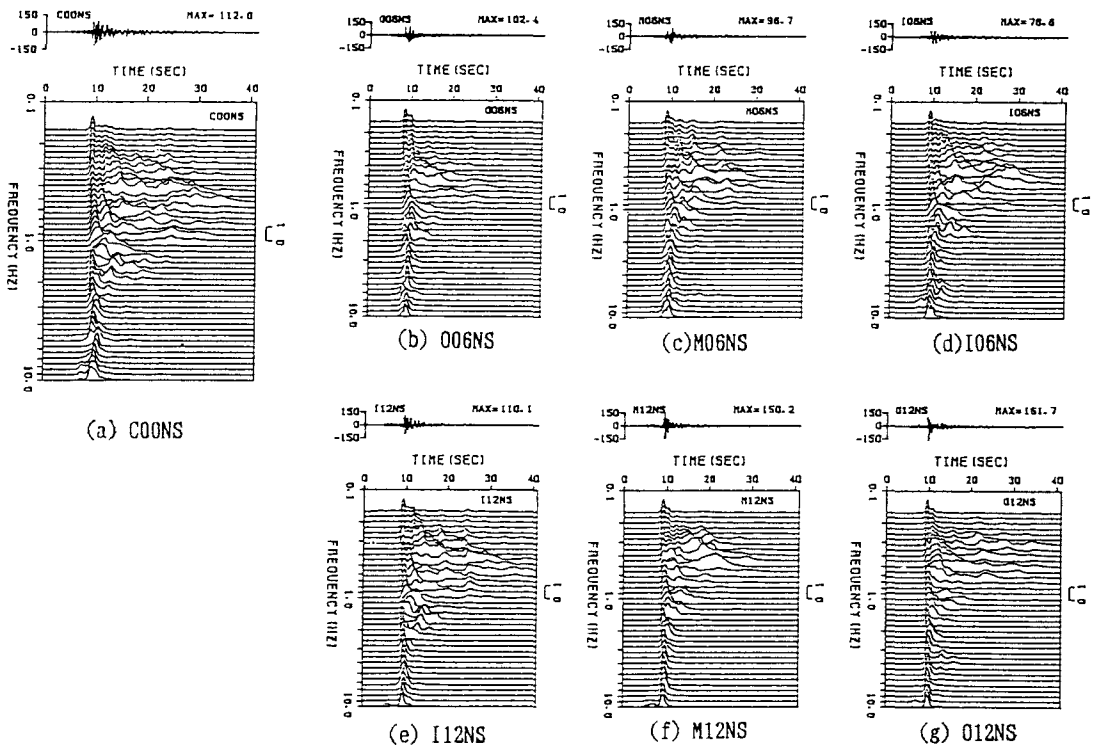


Fig.4 Nonstationary Power Spectrum of SMART-1 Array Accelerograms (NS Component)

以上、SMART-1のEvent 5の観測記録について述べた。以下のいくつかの解析では、おもに、I06,M06および006とC00のNS成分（以下では、これらをI06NS,M06NS,006NS,COONSと略記する）の非定常相互スペクトルの特性について論じるが、解析の対象とする振動数成分を次のようにして選択した。すなわち、I06NS-COONS, M06NS-COONSおよび006NS-COONSの各組合せについて、定常理論による相互スペクトル振幅を求め、それらのピーク値に対応するいくつかの振動数点を選んだ。また、1Hz以下の低振動数領域のいくつかの振動数点も対象とした。具体的には、次に示すような振動数成分を、解析に際して適宜選択した。

解析の対象とした振動数成分(Hz)

I06NS-COONS :	0.4	0.5	0.6	0.8	1.2	2.0	2.7	3.6
M06NS-COONS :	0.4	0.5	0.6	0.8	1.2	2.0	2.8	3.4
006NS-COONS :	0.4	0.5	0.6	0.8	1.1	2.4	3.0	3.6

(2) 非定常相互スペクトルの振幅特性

SMART-1アレーのいくつかの記録を用いて非定常相互スペクトル振幅を求め若干の考察を加える。

Fig.5は、震央方向観測点、006,M06,I06,I12,M12およびO12とC00の非定常相互スペクトル振幅を示したものであり、横軸は時間、縦軸は振動数（対数）である。ただし、各振動数成分はその最大値で規準化されている。これらの図をFig.4の非定常パワースペクトルと比較することにより、非定常相互スペクトルの振幅が、2つの地震動の対象とする振動数成分の包絡線に密接に関係すること、すなわち、2つの地震動に共通に含

まれる振動数成分のパワーが大きい時間帯では非定常相互スペクトルの振幅も大きいことがわかる。

このことは、2つの地震動 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の非定常パワースペクトル $G_j(t, \omega_0)$, $G_k(t, \omega_0)$ と非定常相互スペクトルの振幅 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ の間に次のような関係のあることを示唆する。

$$|G_{jk}(t, \omega_0)| \propto \frac{\sqrt{G_j(t, \omega_0)G_k(t, \omega_0)}}{\quad} \quad (30)$$

Fig.6は、006NSとCOONSの1.1, 2.4, 3.0および3.6Hz成分について、式(30)の右辺と左辺を比較したものである。この図より、上式の右辺と左辺に良好な相似関係はあるが、左辺が右辺に比べて若干小さいことがわかる。これは、非定常相互スペクトルの平滑化の際に位相の乱れが混入し、振幅が減少したためである(式21参照)。

(3) 非定常コヒーレンス

前述のように、非定常相互スペクトル振幅は2つの成分波の包絡線の相関性を表す。しかし、非定常相互スペクトル振幅はそれらの相関性を定量的に表す指標ではない。なぜなら、非定常相互スペクトル振幅が大きい時間帯で相関性が低い場合もあるし、その逆の場合も考えられるからである。これに対し、コヒーレンスは2つの成分波の相関性を定量的に表す指標であり、その物理的意味も明確である。非定常コヒーレンスは次式で

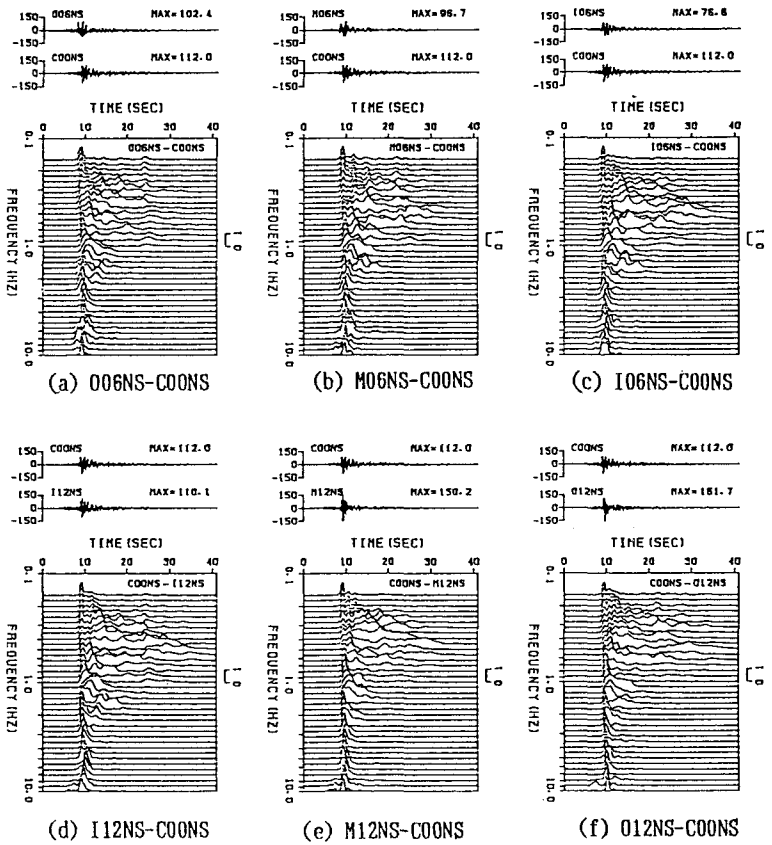


Fig.5 Nonstationary Cross Spectrum Amplitude of SMART-1 Array Accelerograms (NS Component)

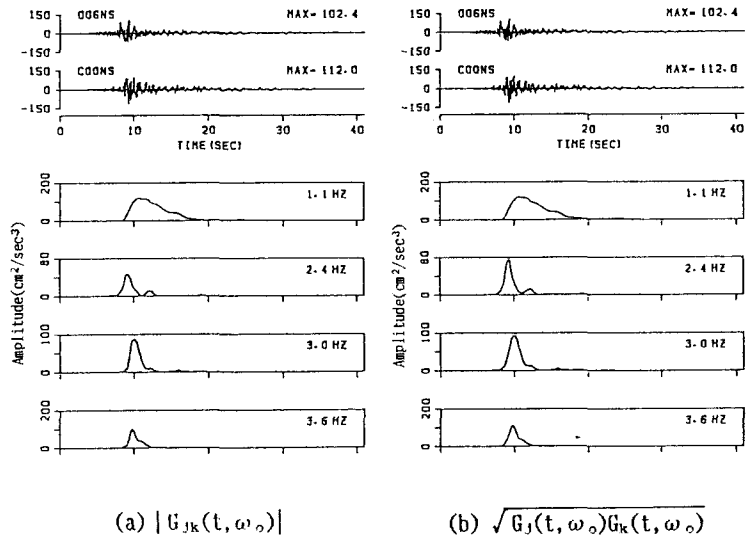


Fig.6 Comparison of Nonstationary Cross Spectrum Amplitude with Root of Nonstationary Power Spectral Product (006NS-COONS)

定義される¹⁶⁾。

$$\gamma_{jk}^2(t, \omega_0) = \frac{|G_{jk}(t, \omega_0)|^2}{G_j(t, \omega_0)G_k(t, \omega_0)} \quad (31)$$

ここで、 $G_j(t, \omega_0), G_k(t, \omega_0)$ は $x_j(t), x_k(t)$ の ω_0 成分の非定常パワースペクトルであり、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ は非定常相互スペクトル振幅である。

ところで、定常理論よりコヒーレンスを算出する際には、次のような問題点が指摘されている²⁶⁾。すなわち、2つの地震動の間に時間ずれが存在する場合には、コヒーレンスが過小評価されるため、コヒーレンスの計算にあたっては予め時間ずれを補正しなければならないという点である。非定常コヒーレンスの算出においても、上と同様な問題が生じるため、2つの波形間の時間ずれを予め補正しておく必要がある。

本研究では、2つの波形間の時間ずれの補正に際し、波形包絡線の相互相関関数を計算し、そのピーク値に対するずれ時間を求めた。Table 1には、C00に対する各観測点の記録波形の時間遅れを示す。非定常コヒーレンスの算出に際しては、予め、Table 1に示す時間ずれを補正しておく必要がある。また、式(31)より非定常コヒーレンスを算出する場合、分母、すなわち、2つの記録の非定常パワースペクトルが微小な時間帯では非定常コヒーレンスが重要でないこと、また得られた値の信頼性が低いこと等を考えて、各記録の非定常パワースペクトルに下限値を設けた。下限値 G_{jmin} としては、それぞれの非定常パワースペクトルの最大値 G_{jmax} の1%、すなわち、 $G_{jmin} = 0.01G_{jmax}$ を用いた。

Table 1 Delay Time of Envelopes (Sec, Standard Point C00)

Epicentral Direction						Transverse Direction					
006	M06	I06	I12	M12	O12	003	M03	I03	I09	M09	O09
-0.76	-0.31	-0.02	0.01	-0.14	0.38	-0.05	-0.09	0.01	0.00	-0.11	-0.09

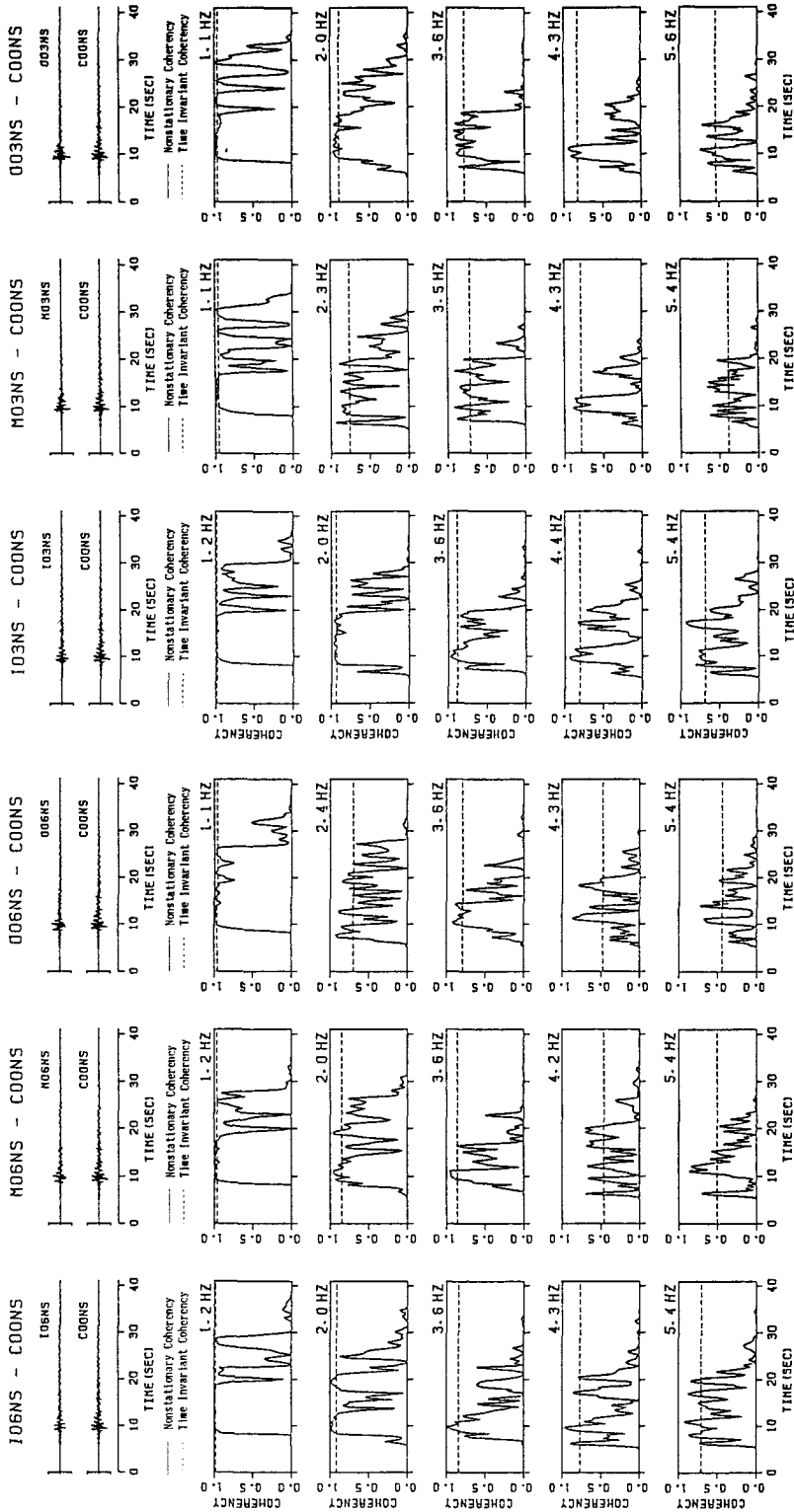
Fig.7および8は、C00を基準としたときの各観測点の非定常コヒーレンスを、前述のいくつかの振動数について図示したものであり、図の横軸は時間である。これらの図はそれぞれ、震央方向観測点(006-012)のNS成分(Fig.7)および震央直角方向観測点(003-009)のNS成分(Fig.8)について非定常コヒーレンスを示している。なお、図中の点線は、次式より算出される非定常コヒーレンスの重み付平均である。

$$\bar{\gamma}_{jk}^2(\omega_0) = \int_0^T \gamma_{jk}^2(t, \omega_0) |G_{jk}(t, \omega_0)| dt / \int_0^T |G_{jk}(t, \omega_0)| dt \quad (32)$$

ここで、 T =継続時間、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ =非定常相互スペクトル振幅である。上式で定義される $\bar{\gamma}_{jk}^2(\omega_0)$ は、非定常相互スペクトル振幅による重み付平均コヒーレンスであり、非定常コヒーレンスの代表値と考えられる。

これらの図より、次のことがわかる。

- (1) 非定常コヒーレンスは、全般的に低振動数成分で大きく、高振動数成分では小さい。たとえば、I06NS-C00NSの波形強震部付近の非定常コヒーレンスは、1.2Hzで0.95以上であるが、5.4Hzでは0.75に低下する。
- (2) 非定常コヒーレンスは、地点間距離が増大すると小さくなる傾向が見られる。たとえば、Fig.7を見ると、地点間距離が大きい006NS-C00NSのコヒーレンスはI06NS-C00NSのそれに比べて全体的に小さい。
- (3) 非定常コヒーレンスは、波形強震部(8~20sec)で大きな値をとる。また、非定常コヒーレンスが大きい時間帯は、低振動数成分では20数secであるが、高振動数成分では10数sec程度になり、低振動数成分ほど相関が高い時間帯が長くなっている。
- (4) 式(32)で定義される重み付平均コヒーレンスは、波形強震部の非定常コヒーレンスとよく一致しており、定常理論より得られるコヒーレンスともよく対応するものである¹⁹⁾。一般に、地震動では、波形強震部における特性が工学的に重要であることを考えると、式(32)で定義される重み付平均コヒーレンスは、多点地震動の相互相関性をモデル化するうえで有用であると考えられる。
- (5) 震央方向観測点と震央直角方向観測点のコヒーレンスの比較(Fig.7と8)から、地点間距離の増加によるコヒーレンスの低下は、震央方向観測点の方が若干大きいことがわかる。これは、震央方向観測点では、

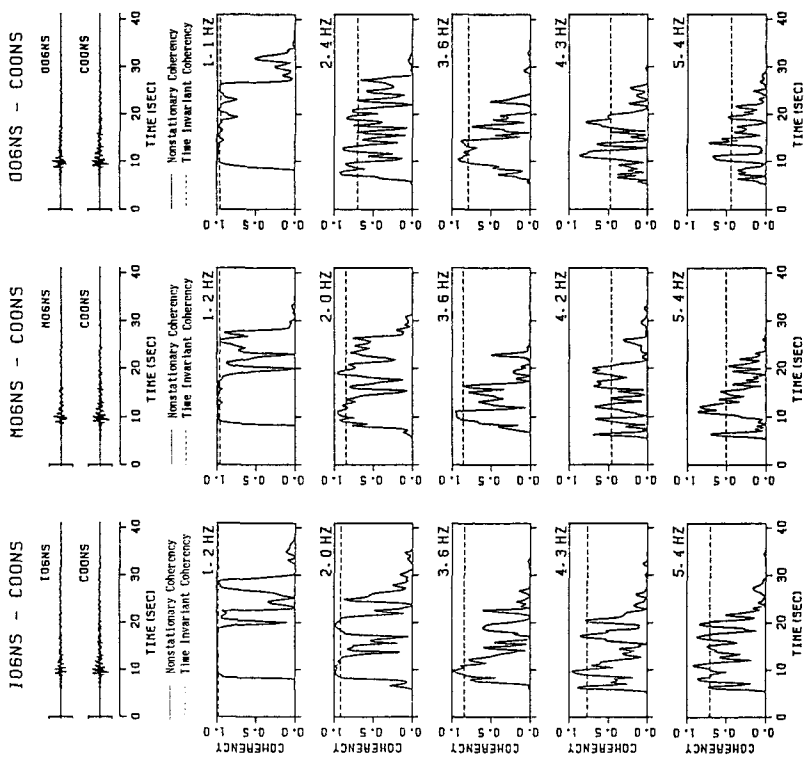


(a) IO6NS-COONS

(b) MO6NS-COONS

(c) OO6NS-COONS

Fig. 8 Nonstationary Coherencies and Time Invariant Coherencies of SMART-1 Data (NS Component: Transverse Direction)



(a) IO6NS-COONS

(b) MO6NS-COONS

(c) OO6NS-COONS

Fig. 7 Nonstationary Coherencies and Time Invariant Coherencies of SMART-1 Data (NS Component: Epicentral Direction)

波動伝播による波形のゆがみに起因するコヒーレンスの低下が生じること、また、SMART-1観測点直下の基盤が南北方向に傾斜しており、地盤条件の差異が震央方向観測点で大きいためと考えられる (Fig.2参照)。

以上、非定常コヒーレンスの解析から若干の考察を加えた。上で述べたことのうち、(1)および(2)、すなわちコヒーレンスが振動数および地点間距離の増大とともに減少することは、定常理論による従来の解析結果と定性的に一致する。(3)は、本研究の非定常コヒーレンスの解析から明らかになったことであり、とくに波形強震部でコヒーレンスが大きいことは当然の結果と思われるが、有用な情報である。

4. 多点地震動の非定常相互スペクトルの位相特性

ここでは、震央方向に位置する4つの観測点006, M06, I06, およびC00のNS成分を用いて位相差の解析を行い、若干の考察を加える。

(1) 非定常相互スペクトルの位相

まず、位相遅れ時間について考える。式(28)より、位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は ω_0 の増加とともに単調減少し、 -2π を適宜加えなければ位相遅れ時間が正しく求められないことから、位相遅れ時間については、位相差そのものを対象にして解析する。

Fig.9は、上述の記録の組合せについて、各振動数成分の位相差を示したものであり、横軸は時間である。ただし、位相差は、 $0 \sim 2\pi$ の範囲で示している。これらの図より次のことがわかる。

(1) 位相差は、波形強震部付近で安定した値をとり、その絶対値は、振動数の増加とともに増大する。たとえば、M06NS-C00NSの10sec前後の位相差の絶対値は、振動数が0.4Hzから3.4Hzに増加するにつれて単調に

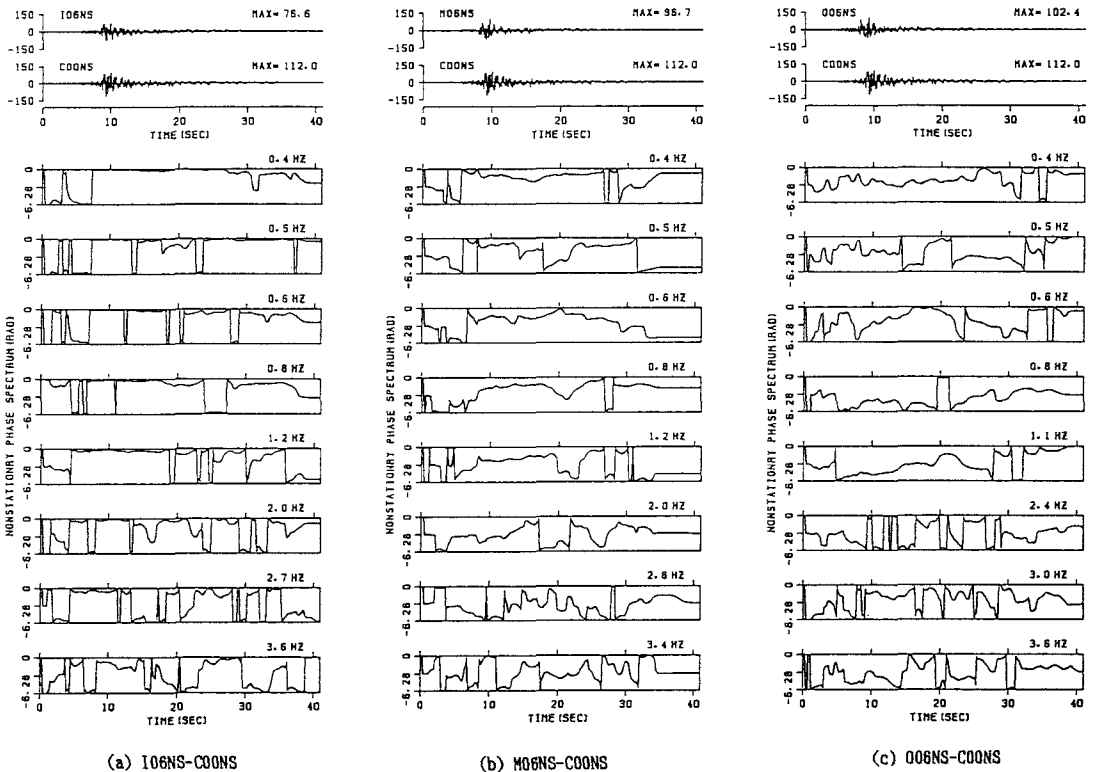


Fig.9 Phase Angle of Nonstationary Cross Spectra of SMART-1 Data

増大しており、0.4Hzで -1.7rad 、3.4Hzで -6.2rad になる。これは、式(28)において、 $t_{pjk}(t, \omega_0) = \text{const}$ 、すなわち、位相遅れ時間が振動数によらず一定とした場合に、位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ が振動数 ω_0 に比例することを示している。

(2) 位相差の絶対値は、2地点間の距離が大きくなると増加する。これは、位相遅れ時間が2地点間の距離にほぼ比例することを示している。たとえば、1.2Hz付近の振動数成分に注目すると、これらの10sec前後の位相差の絶対値は、006NS-C00NS, M06NS-C00NS, I06NS-C00NSの順に大きい。このような結果は、定常理論によっても得られるが、非定常な位相差から検出できたことは、本研究で提案した非定常相互スペクトル解析法の有用性を示すといえよう。

以上、波形強震部における非定常な位相差が、振動数および2地点間の距離の増加とともに増大することを指摘した。

(2) 群遅れ時間

つぎに、群遅れ時間について述べる。群遅れ時間は位相遅れ時間と異なる情報を与える。位相遅れ時間が2つの地震波に含まれる同一振動数成分の位相の遅れを表すのに対し、群遅れ時間は包絡線の遅れ、すなわちエネルギー伝播の遅れ時間を表すものである。式(29)に示すように、群遅れ時間 $t_{gjk}(t, \omega_0)$ は位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ の ω_0 に関する偏微分から計算される。

群遅れ時間の解析では、比較的低振動数(1.2Hz以下)のいくつかの成分に注目する。これは、群遅れ時間が比較的低振動数領域で卓越する表面波の分散特性等の解析に用いられるからである。Fig.10には、それぞれI06, M06および006とC00のNS成分について、0.4, 0.5, 0.6, 0.8, および1.1または1.2Hz成分の群遅れ時間を示した。これらの図において、横軸は時間である。ただし、群遅れ時間は、I06-C00で $-5 \sim 5\text{sec}$ 、M06-C00で $-10 \sim 10\text{sec}$ 、006-C00で $-15 \sim 15\text{sec}$ の範囲で示している。これらの図より次のことが指摘できる。

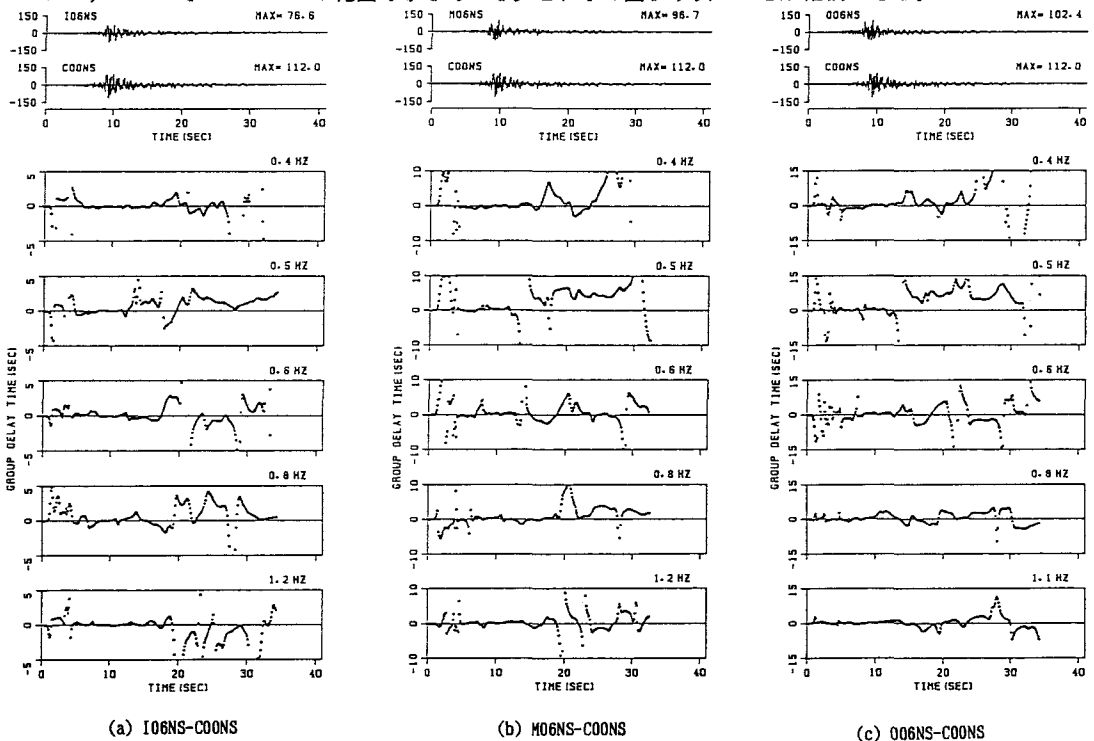


Fig.10 Group Delay Time of SMART-1 Data

(1) 群遅れ時間は、波形強震部付近でほぼ一定値をとり、その時間的変動は小さい。たとえば、10sec前後の波形強震部の群遅れ時間は、全般に1sec以下の値になり安定している。

(2) 波形強震部以後の群遅れ時間は全体的に乱れが大きいが、0.5Hz成分に注目すると、ある時刻を境にして群遅れ時間に明確な変化が見られる。すなわち、006NS-C00NSとM06NS-C00NSの約13sec以後、また、I06NS-C00NSの約19sec以後では、群遅れ時間が強震部のそれよりかなり大きくなっている。図より、0.5Hz成分の20sec以後での群遅れ時間の概略値を求めると次のようになる。

006NS-C00NS:約5.0sec, M06NS-C00NS:約3.8sec, I06NS-C00NS:約0.6sec

これらの値は、波形強震部以降に到着する0.5Hz成分の波の伝播速度が強震部のそれに比べてかなり遅いことを示している。この0.5Hz成分は、Fig.4に見られるように、非常常パワースペクトルが波形後半部にもかなりの大きさをもつ振動数に対応している。この結果は、波形後半部に現れる0.5Hz成分の波が表面波である可能性を示すと言えよう。観測点間距離と上述の群遅れ時間より0.5Hz成分の群速度 V_{gr} の概略値を求めると次のようになる。

006NS-C00NS: $V_{gr} \sim 400\text{m/sec}$, M06NS-C00NS: $V_{gr} \sim 260\text{m/sec}$, I06NS-C00NS: $V_{gr} \sim 330\text{m/sec}$

残念ながら、SMART-1アレー観測点直下のS波速度の構造はわからないが²⁵⁾、試みにFig.2のP波速度より50m以浅のS波速度 V_s を求めると²⁷⁾、 $V_s = 200 \sim 500\text{m/sec}$ が得られる。ただし、ポアソン比 ν は $\nu = 0.45 \sim 0.49$ を仮定した。このようにして得られた V_s はかなり不確かなものであるが、上述の0.5Hz成分の群速度と同程度となる。一般に、表面波が卓越する振動数成分では、その群速度は地表面付近のS波速度とほぼ等しいことから、非常常な位相差から得られる群遅れ時間としてある程度妥当な値が得られたと考える。

以上、非常常な位相遅れ時間と群遅れ時間の物理的意味とその妥当性について述べた。地震波の遅れ時間については、従来より多くの研究がなされているが、それらのほとんどは定常理論に基づくものである。したがって、一般の地震記録のように伝播特性の異なる波（たとえば実体波と表面波）が混在する場合には、それらの波の伝播速度を別個に求めることはできない。このような場合、2つの地震波の狭帯域出力を求め、それらのある時刻で2つに分離した後、それぞれの部分波について遅れ時間を求めることも行われている。しかし、分離する時刻については工学的判断がなされているとはいえ、かなり曖昧さが残る。これに対し、非常常な位相差を用いて遅れ時間を求める方法は、遅れ時間の時間的変動が直接捉えられるから、工学的に有用であると考えられる。

5. 結 言

本研究では、マルチフィルター法による非常常相互スペクトルの振幅と位相の意味を明らかにするとともに、SMART-1アレー観測記録の解析から、多点地震動の非常常な相互相関性に考察を加えた。

得られた結果を要約すると以下のようになる。

- (1) 非常常相互スペクトルの振幅と位相の意味を明らかにした。すなわち、非常常相互スペクトルの振幅は、2つの時間関数の ω_0 成分の包絡線の相互相関性を表す量であり、位相差は2つの時間関数の ω_0 成分の時間ずれに関係する量であることを示した。
- (2) SMART-1アレー観測記録の解析から、非常常コヒーレンスが、振動数および地点間距離が増大すると小さくなること、また波形強震部では大きな値をとること、さらに、非常常コヒーレンスが大きな値をとる継続時間は低振動数ほど長くなることを示した。
- (3) 相互スペクトル振幅による重み付平均コヒーレンス（式(32)）は、波形強震部の非常常コヒーレンスとよく対応しており、多点地震動の相互相関性をモデル化するうえで有用である。
- (4) SMART-1のEvent 5の記録では、震央直角方向観測点のコヒーレンスが震央方向のそれより大きいこと、すなわちコヒーレンスに異方向性があることを示した。この原因として、波動伝播による波形のゆがみや地盤条件の差異などが挙げられるが、明確なことはわからない。

(5)非定常相互スペクトルの位相は波形強震部で安定した値をとり、その絶対値は振動数および地点間距離に比例して増大することを示した。

(6)群遅れ時間の解析から、SMART-1 Event 5 の震央方向観測点で得られた記録では、波形後半部に現れる0.5Hz成分が主要動部よりかなり遅れて到着することがわかった。そこで、この成分波を表面波であると推論した。

以上のことから、非定常相互スペクトルの振幅と位相には多点地震動の非定常相互相関性に関する有用な情報が含まれることがわかった。しかし、コヒーレンスの異方性の原因を十分把握できなかったことや非定常相互スペクトルの位相が波形強震部以外で不安定であることなど、いくつかの問題点が残った。これらは、今後さらに検討し、多点地震動の相互相関性のモデル化に結び付けたい。

謝 辞

本研究で使用したSMART-1アレー観測記録は、台湾National Central大学の Dr.C.H.Lohに提供していただいた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Loh,C.H. : Analysis of the spatial variation of seismic waves and ground movements from SMART-1 array data,Earthquake Engineering and Structural Dynamics,Vol.13,pp.561-581,1985.
- 2) Loh,C.H. and Leu,C.Y. : Analysis of spatial characteristics of seismic ground motions - SMART-1 array data,Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering,Taipei,pp.107-121,1985.
- 3) Loh,C.H. and Wu,C.L. : Stochastic analysis of spatial variation of seismic waves,Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering,Tokyo-Kyoto,Vol. II,pp.831-836,1988.
- 4) Loh,C.H. and Liu,S.G. : Spatial variability of seismic waves : its engineering application, Proceedings of the Japan-China Joint Seminar on Natural Hazard Mitigation,Kyoto,pp.101-110, 1989.
- 5) Harada,T. : Probabilistic modeling of spatial variation of strong earthquake ground displacements,Proceedings of 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, Vol. II,pp.605-612,1984.
- 6) Shinozuka,M. and Harada,T. : Spatial variability of seismic ground motions and their design implications for buried lifeline structures, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering,Taipei,pp.249-263,1985.
- 7) Harada,T. and Shinozuka,M. : Stochastic analysis of ground response variability for seismic design of buried lifeline structures, Proceedings of 7th Japan Earthquake Engineering Symposium,pp.595-600,1986.
- 8) Harada,T. and Shinozuka,M. : Stochastic analysis of seismic ground motions in space and time, Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-kyoto, Vol. II, pp.825-830,1988.
- 9) Harichandran,R.S. and Vanmarcke,E.H. : Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time, Journal of Engineering Mechanics Division,ASCE,Vol.112,No.2,pp.154-174,1986.
- 10) Harichandran,R.S. : Local spatial variation of earthquake ground motion, Proceedings of Earthquake Engineering and Soil Dynamics II - Recent Advances in Ground-Motion Evaluation,

ASCE, Park City Utah, pp.203-217, 1988.

- 11) 川上英二・佐藤靖彦：地盤の相対変位・ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響，土木学会論文集，第337号，pp.37-46, 1983年.
- 12) Tan, R.Y. and Lee, M.J. : Modeling of ground motions based on SMART-1 array data, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, pp.93-105, 1985.
- 13) Oliveira, C.S. and Penzien, J. : Spatial variation of seismic ground motions based on SMART-1 array data, Proceedings of the Trilateral Seminar-Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei, pp.59-75, 1985.
- 14) Abrahamson, N. : Spatial interpolation of array ground motions for engineering analysis, Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-kyoto, Vol. II, pp.825-830, 1988.
- 15) 星谷 勝：多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論，土木学会論文集，第253号，pp.29-35, 1976年.
- 16) 星谷 勝・石井 清・栗田博昭：空間・時間分布特性を有する地震動シミュレーション，土木学会論文集，第386号/I-8，pp.359-367, 1987年.
- 17) Shinozuka, M. and Deodatis, G. : Stochastic wave models for simulation of seismic ground motion, Proceedings of the Workshop on Spatial Variation of Earthquake Ground Motion, Dunwalke, Princeton University, pp.133-155, 1988.
- 18) Kameda, H. and Sawada, T. : Nonstationary cross spectrum of earthquake motions by multifilter technique, Proceedings of 7th Japan Earthquake Engineering Symposium, pp.391-396, 1986.
- 19) 亀田弘行・沢田 勉・亀井紀幸：マルチフィルターによる地震動の非定常相互スペクトル特性の解析，京大防災研究所報告，第30号B-2，pp.89-106, 1987年.
- 20) Sawada, T. and Kameda, H. : Modeling of nonstationary cross spectrum for multivariate earthquake motions by multifilter technique, Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-kyoto, Vol. II, pp.825-830, 1988.
- 21) 亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトルの算出法に関する一考察，土木学会論文集，第235号，pp.52-62, 1975年.
- 22) 大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，pp.138-169, 1977年.
- 23) バボリス，大槻 喬他訳：応用フーリエ積分，オーム社，pp.146-175, 1977年.
- 24) Bolt, B.A., Loh, C.H., Penzien, J., Tsai, Y.B. and Yeh, Y.T. : Preliminary report on the SMART-1 strong motion array recordings, Report No.UCB/EERC-82/13, pp.1-11, 1982.
- 25) Abrahamson, N.A. : Estimation of seismic wave coherency and rupture velocity using the SMART-1 strong motion array recordings, Report No.UCB/EERC-85/02, pp.7-24, 1985.
- 26) 川上英二・佐藤靖彦：コヒーレンスの性質および算定法に関する一考察，構造工学論文集，Vol.32A，pp.749-762, 1986年.
- 27) 土岐憲三：新体系土木工学11，構造物の耐震解析，技報堂出版，pp.71-77, 1981年.

(1989年10月2日受付)