

I N S モデルの液状化解析への適用について

THE APPLICABILITY OF I N S MODEL TO THE LIQUEFACTION ANALYSIS

森尾 敏* 日下部 伸** 兵動正幸***

BY Satoshi MORIO, Shin KUSAKABE and Masayuki HYODO

In describing the deformational behavior of soils, the elasto-plastic constitutive model with isotropic hardening has usually been used. However, for complex loading histories involving repetitive action of loads, such a standard model can not describe any permanent densification or hysteresis observed in cyclic behavior.

In this study an anisotropic hardening model (Infinite Nesting Surface model), which was originally presented in the axial symmetric stress space, is extended to the presentation in the three-dimensional stress space. In this model an anisotropic hardening rule consists of a combination of isotropic and kinematic hardening. Through the response analysis of one-dimensional ground system applied to this extended model, the characteristics of model parameters are investigated. The applicability of this model to the liquefaction analysis is also discussed.

1. はじめに

繰返し载荷を受ける土の変形挙動は、初期応力状態およびその後の応力経路に強く依存することが知られており、その定式化においては、これらの特性を表現できる精度の高い構成則が要求されている。現在までに提案された土の構成則には種々のタイプがあるが、その主流は弾塑性理論に立脚したものである。そして、これらの大部分は等方硬化則に基づいて構築されており、代表的なモデルとして Cam-Clay モデル¹⁾があげられる。

しかし、これらの等方硬化則に基づくモデルは、

- ① 地盤の初期応力状態と考えられる異方応力状態の変形挙動を説明できない
- ② 繰返し载荷時の体積ひずみの累積、り歴挙動を適性に表現できない

等の問題を有しており、特にせん断方向が反転する場合、定性的にもその挙動の表現が困難である。

このような観点から、近年、等方硬化則と移動硬化則を組み合わせた種々の繰返しモデル²⁾⁻⁷⁾が提案されている。また、森ら⁸⁾は Mroz らの Two-Surfaceモデル²⁾を繰返し载荷を伴わない有機質土の応力・変形解析に適用し、森脇ら⁹⁾も Mroz ら³⁾と類似のモデルを提案し、粘性土の Stress Probe 試験の解析に適用している。これらのモデルの中で、Mroz ら³⁾の Infinite Nesting Surface モデル (INSモデル)は、

* (株) 奥村組 技術研究所 (〒559 大阪市住之江区浜口西3-5-8)
 ** (株) 奥村組 筑波研究所 (〒300-33 茨城県つくば市大字大砂387)
 *** 工博 山口大学助教授 建設工学科 (〒755 山口県宇部市常磐台)

境界曲面内に定義される負荷曲面にいわゆる降伏関数としての性質を与えず、負荷曲面は単に流れ則中に現われる塑性硬化係数の変化法則を示すための手段として使われるのが特徴的である。この考え方によれば、ある負荷過程において負荷曲面は一義的に決定されるが、塑性硬化係数は自由に与えることができ、他のモデルに比べかなり柔軟に土の挙動をシミュレートすることが可能である。

しかしながら、本モデルは三軸圧縮および伸張下の実験結果との比較を目的として軸対称三軸条件下で定式化されているため、そのままの形では有限要素法への適用は困難である。また、Mrozらは実際の土の挙動との対応を十分に示しておらず、本モデルのパラメータの意味も不明瞭である。

本研究は、INSモデルを導入した有限要素法による地盤、土構造物および土-構造物連成系の材料非線形地震応答解析を行うための第一段階として、本モデルの飽和砂層の液状化解析への適用性について検討したものである。すなわち、まず軸対称三軸条件下で記述された本モデルの基本式を三次元応力条件下で定式化する。次に、このモデルをBiotの多孔質体理論¹⁰⁾に基づく2相系有効応力解析プログラム(DIANA-J)に組み込み、一次元地盤モデルの地震応答解析を通して本モデル独自のパラメータの特性を調べ、液状化解析への適用性について考察する。

有限要素法への構成則の導入方法が解析結果に及ぼす影響は極めて大きく、その導入方法によっては異なった結果を与える。2. に示す3次元応力条件下のモデルはMrozらの元のモデル³⁾と別のモデルであるともいえ、本報では一次元地盤モデルの地震応答解析を通してモデルの数値的な導入方法も含めた解析法の有用性を調べる。

2. INSモデルの3次元応力条件下での定式化

本モデルは、塑性硬化係数場モデル又はMulti-Surfaceモデルとも呼ばれる。初期応力状態により決定される境界曲面Fの内部に、これと相似形の無数の負荷曲面fを定義し、負荷経路に伴って変化するこれらの曲面の移動、拡大(縮小)によって材料の塑性挙動を表現する。本モデルでは弾性域は存在せず、従って降伏曲面は存在しない。このため、応力空間における応力点の移動はすべて負荷にとらえられ、常に塑性変形が生じる。

図-1は、本モデルの概要をp-q平面上で模式的に示したもので、ここにpは平均有効応力、qは軸差応力である。図-1(a)は等方圧密過程の応力経路(0→A)で、この場合、負荷曲面fと境界曲面Fは一致し、両曲面は同時に拡大する。図-1(b)はA点から等方的に除荷した場合の応力経路(A→B)である。除荷の瞬間にfはF上の点となって現われ、除荷の進行に従って次第に大きな楕円となり、各荷重ステップ毎に新たなfが形成される。図-1(c)はB点からのせん断過程(B→C)での両曲面を示し、更にせん断が進行するとD点でfとF

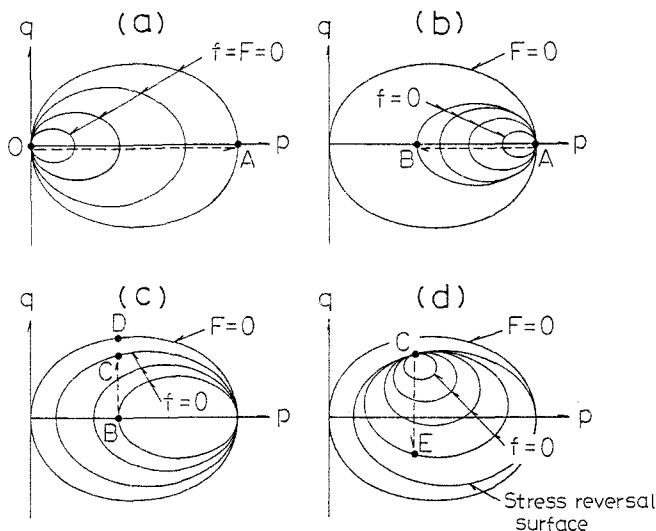


図-1 INSモデルの概要

は一致する。図-1(d)はC点からの逆方向のせん断過程(C→E)を示す。負荷反転の瞬間にfは図中

に示す応力反転曲面上の点となって現われ、図-1 (b) と同様にせん断の進行に伴って次第に拡大する。

構成則は以下のとおりである。すなわち、図-1 (b)、(c)、(d) のように応力点が f 上にあり、応力増分ベクトルが f の外に出ているときは、 f の位置と大きさをもとに内挿関数を用いることによって塑性ひずみ増分が求められる。図-1 (a) および図-1 (c) のD点のように応力点が F 上にあり、応力増分ベクトルが F の外に出ているときは、 F 上で Prager の適合条件 (consistency condition) を満足するように塑性ひずみ増分が導かれる。この時、本モデルは修正 Cam-Clay モデル¹¹⁾ と一致する。

以下、軸対称三軸条件下で定式化された本モデルの基本式の三次元化を行う。

(1) 境界曲面、負荷曲面

境界曲面 F 、負荷曲面 f は、修正 Cam-Clay モデルを一般化した次式を用いる。

$$F = (p - \alpha_m^c)^2 + (1/2) \cdot S_{ij} S_{ij} / C(\theta)^2 - a^2 \quad (1)$$

$$f = (p - \alpha_m)^2 + (1/2) \cdot (S_{ij} - \bar{\alpha}_{ij}) (S_{ij} - \bar{\alpha}_{ij}) / C(\bar{\theta})^2 - a_0^2 \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij} は3次元応力状態における有効応力、 $p = \sigma_{kk}/3$ 、 $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} p$ 、 $\alpha_m^c = \alpha_{kk}^c/3$ 、 $\alpha_m = \alpha_{kk}/3$ 、 $\bar{\alpha}_{ij} = \alpha_{ij} - \delta_{ij} \alpha_m$ 、 δ_{ij} は Kronecker の記号、 α_{ij}^c は境界曲面の中心座標、 α_{ij} は負荷曲面の中心座標、 a は境界曲面の p 軸方向の半径、 a_0 は負荷曲面の p 軸方向の半径、 θ は σ_{ij} の偏差応力角、 $\bar{\theta}$ は $\sigma_{ij} - \alpha_{ij}$ の偏差応力角である。式1)、2) の $C(\theta)$ 、 $C(\bar{\theta})$ は偏差平面上での F および f の断面形を規定するもので、種々の表示法がある。本報では、Mohr-Coulomb 基準を偏差平面上で滑らかな角をもつように修正した次式¹²⁾ を用いた。

$$C(\theta) = 2\sqrt{3} \sin \phi / \{3 - \sin \phi \cdot \sin(3\theta)\} \quad (3)$$

ここに、 $\sin(3\theta) = -3\sqrt{3} J_3 / (2 J_2^{3/2})$ 、 ϕ はせん断抵抗角である。 J_2 は偏差応力 S_{ij} の2次不変量、 J_3 は3次不変量で、次のように書ける。

$$J_2 = S_{ij} S_{ij} / 2 \quad (4)$$

$$J_3 = S_{ij} S_{jk} S_{ki} / 3 \quad (5)$$

図-2 に偏差平面上の F の形状を示す。ここに、 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 は主応力で、 θ は -30° (三軸圧縮) から、 $+30^\circ$ (三軸引張) の範囲をもつ。

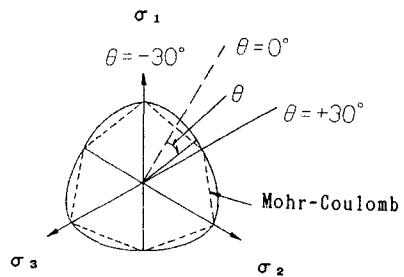


図-2 偏差平面上の F の形状

(2) 流れ則

流れ則は、増分理論の応力-ひずみ関係である。一般的な非関連流れ則によると、塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^p$ は次式で表される。

$$d\varepsilon_{ij}^p = (1/K_p) \cdot (n_{ij} \cdot d\sigma_{ij}) \cdot \bar{n}_{ij} \quad (6)$$

ここに、 K_p は塑性硬化係数、 $d\sigma_{ij}$ は有効応力増分、 n_{ij} は負荷曲面の外向き単位法線ベクトル、 \bar{n}_{ij} は塑性ポテンシャル曲面 Q の外向き単位法線ベクトルである。 K_p は $d\sigma_{ij}$ の法線方向成分 $d\sigma_n$ と $d\varepsilon_{ij}^p$ の大きさ $d\varepsilon^p$ の比として定義され、次式のように表される。

$$K_p = d\sigma_n / d\varepsilon^p = (n_{ij} \cdot d\sigma_{ij}) / (d\varepsilon_{ij}^p \cdot d\varepsilon_{ij}^p)^{1/2} \quad (7)$$

n_{ij} 、 \bar{n}_{ij} は以下のとおりで、 \bar{n}_{ij} は $d\varepsilon_{ij}^p$ の方向を規定する。

$$n_{ij} = (\partial f / \partial \sigma_{ij}) / \{(\partial f / \partial \sigma_{ij}) (\partial f / \partial \sigma_{ij})\}^{1/2} \quad (8)$$

$$\bar{n}_{ij} = (\partial Q / \partial \sigma_{ij}) / \{(\partial Q / \partial \sigma_{ij}) (\partial Q / \partial \sigma_{ij})\}^{1/2} \quad (9)$$

$d\sigma_{ij}$ は弾性マトリックス D^e 、弾性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^e$ を用いて次式で表され、

$$d\sigma_{ij} = D^e \cdot d\varepsilon_{ij}^e \quad (10)$$

全ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}$ が既知の場合、式6)、10) と式11) を用いて式12) が得られる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (11)$$

$$d\sigma_{ij} = D^{ep} \cdot d\varepsilon_{ij} \quad (12)$$

ここに、 $D^*P = D^* - (n_{ij} D^* \cdot D^* \bar{n}_{ij}) / (K_p + n_{ij} D^* \bar{n}_{ij})$ である。

本モデルでは負荷曲面 f と塑性ポテンシャル曲面 Q が一致するとした関連流れ則が適用され、 $n_{ij} = \bar{n}_{ij}$ である。 D^* を構成するせん断弾性係数 G 、体積弾性係数 K は次式を用いる。

$$G = G_i \cdot p / p_0 \quad (13)$$

$$K = K_i \cdot p / p_0 \quad (14)$$

ここに、 G_i 、 K_i は G 、 K の初期値、 p_0 は初期平均有効応力である。

式8) で用いられる負荷曲面の法線ベクトル $\partial f / \partial \sigma_{ij}$ は、平均有効応力成分、偏差応力成分、偏差応力角成分の3つに分解することができ、 $f = F$ の場合を示すと次のようになる¹³⁾。

$$\partial f / \partial \sigma_{ij} = (\partial f / \partial p) (\partial p / \partial \sigma_{ij}) + \partial f / \partial S_{ij} + (\partial f / \partial \theta) (\partial \theta / \partial \sigma_{ij}) \quad (15)$$

ここに、 $\partial f / \partial p = -2a$ 、 $\partial p / \partial \sigma_{ij} = \delta_{ij} / 3$ 、 $\partial f / \partial S_{ij} = S_{ij} / C(\theta)^2$

また、 $\partial f / \partial \theta = -\{S_{ij} S_{ij} / C(\theta)^3\} \{\partial C(\theta) / \partial \theta\}$ 、

$$\partial C(\theta) / \partial \theta = 6\sqrt{3} \sin^2 \phi \cdot \cos(3\theta) / \{3 - \sin \phi \cdot \sin(3\theta)\}^2、$$

$$\partial \theta / \partial \sigma_{ij} = [-\sqrt{3} / \{2 \cos(3\theta)\}] \cdot [(1/J_2^{3/2}) (\partial J_3 / \partial \sigma_{ij}) - (3J_3/J_2^2) (\partial J_2^{1/2} / \partial \sigma_{ij})]$$

(3) 硬化則

$f \neq F$ の場合、応力点の移動によって常に新しい負荷曲面 f_k が形成される。 f_k の中心座標 α_{ij}^k と p 軸上の半径 a_k は、式16)、17) および式2) を満足するように決定される。

$$\alpha_m^k = \{\alpha_m^i (a_s - a_k) + \alpha_m^s (a_k - a_i)\} / (a_s - a_i) \quad (16)$$

$$\bar{\alpha}_{ij}^k = \{\bar{\alpha}_{ij}^i (a_s - a_k) + \bar{\alpha}_{ij}^s (a_k - a_i)\} / (a_s - a_i) \quad (17)$$

ここに、添字 k は新しいステップの負荷曲面の諸量を表す指標、添字 i は前ステップの負荷曲面の諸量を表す指標、添字 s は境界曲面又は応力反転曲面の諸量を表す指標で、 $\alpha_m^k = a_{kk}^k / 3$ 、 $\bar{\alpha}_{ij}^k = \alpha_{ij}^k - \delta_{ij} \alpha_m^k$ である。

すなわち、式16)、17) を式2) に代入し、 a_k に関する2次方程式を作成する。この2次方程式の2つの根のうち、境界曲面内または応力反転曲面内の曲面を定義する a_k を採用する。式16)、17) は負荷曲面の中心座標の移動 $d\alpha_{ij}$ を次式で表示したもので、

$$d\alpha_{ij} = (\alpha_{ij}^s - \alpha_{ij}^i) da_0 / (a_s - a_i) \quad (18)$$

ここに、 $da_0 = a_k - a_i$ である。上式は、 da_0 による等方硬化則と $d\alpha_{ij}$ による移動硬化則を同時に考慮した一般的な硬化則といえる。

図-3 は、新しい負荷曲面を決定する法則を p - q 平面上で示したものである。同図では、前ステップの負荷曲面が応力反転曲面の内側にあるか否かによって、2通りのケースが考えられる。図-3 (a) は境界曲面内での負荷、すなわち、応力反転曲面が存在しないか、負荷曲面が応力反転曲面の外側にある場合を示し、前ステップの負荷曲面の中心と境界曲面の中心を結ぶ線上に新しい負荷曲面の中心が決定される。図-3 (b) は応力反転曲面内での負荷を示す。この場合、前ステップの負荷曲面の中心と応力反転曲面の中心を結ぶ線上に新しい負荷曲面の中心が決定され、この新しい負荷曲面が応力反転曲面を超えた場合は図-3 (a) の法則に従う。以後、過去の応力反転曲面の記憶は消失する。

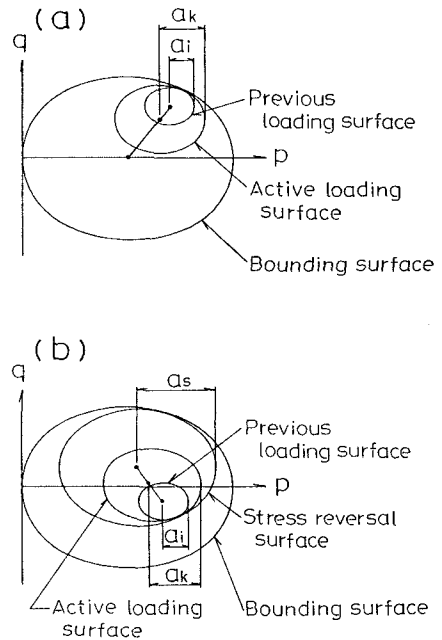


図-3 新しい負荷曲面の決定法則

以上のように、本モデルでは①現在の応力点を含む負荷曲面、②応力が反転した瞬間の負荷曲面を規定する応力反転曲面、③境界曲面の3種類の曲面を記憶しておく必要がある。

境界曲面の大きさは、次式のように塑性間隙比 e^p の関数形で与えられ、塑性体積ひずみ ε_v^p の変化に伴い拡大(縮小)する。

$$a = a_i \text{ EXP } \{ (e_0 - e^p) / (\lambda - \kappa) \} \quad (19)$$

ここに、 λ 、 κ は等方圧密、除荷曲線より得られる定数、 e_0 は初期間隙比、 a_i は e_0 に対応する境界曲面の p 軸上の半径である。

境界曲面の拡大、縮小に伴い、繰返し载荷による材料劣化を考慮するために式20)、21) のような負荷曲面の移動則が考えられている。

$$d(\alpha_m^i - a_i) = (\alpha_m^i - a_i) (da/a - dh) \quad (20)$$

$$d\bar{\alpha}_{ij}^i = \bar{\alpha}_{ij}^i (da/a - dh) \quad (21)$$

ここに、 $dh = \xi \cdot d\gamma$ (22)

$$\gamma = (\gamma_0 + \gamma_u \eta \varepsilon_A) / (1 + \eta \varepsilon_A) \quad (23)$$

また、 $da_i = a_i \cdot da/a$ 、 $\gamma_u = \gamma_0 (1 + \tau \cdot a_i/a)$ 、 $\varepsilon_A = \{ (2/3) de_{ij}^p \cdot de_{ij}^p \}$ 、 de_{ij}^p は塑性偏差ひずみ増分、 ξ 、 γ_0 、 η 、 τ は定数である。式20)、21) は、式16)、17) を用いて a_k を決定する前に考慮され、応力反転曲面が存在する場合は、応力反転曲面にも適用する必要がある。

式20)、21) の dh は体積降伏曲面を原点側へ縮退させる¹⁴⁾ のと同じ効果を有し、一般に材料の軟化を引き起す。この dh は de_{ij}^p の累積量 ε_A によって定義されており、同様の仮定は Ghaboussi⁷⁾、Prevost⁵⁾、Zienkiewicz ら¹⁰⁾ も使用している。

(4) 塑性硬化係数 K_p の補間則

本モデルでは、式6)、12) で使用される K_p を連続的に変化させることで、滑らかな応力-ひずみ関係を表現する。 K_p は負荷曲面の位置および大きさにより決まり、その変化法則は次式で表される。

$$K_p = K_{PR} + (K_{P0} - K_{PR}) \cdot R_i^B \quad (24)$$

ここに、 $B = \gamma R_i + 1$ 、 $R_i = 1 - a_i/a$ である。 K_{P0} は定数で、負荷反転時 ($a_i = 0$) の塑性硬化係数を表す。 K_{PR} は境界曲面上の塑性硬化係数で、以下の手順で決定する。

まず、負荷曲面上の応力点 σ_{ij}^p に対応する境界曲面上の応力点 σ_{ij}^R を決める。この決定法にはいくつかの考え方があるが、ここでは、Mroz らの Two-Surfaceモデル²⁾ の考え方を拡張した次式を用いた。

$$\sigma_{ij}^R = \alpha_{ij}^c + (\sigma_{ij}^p - \alpha_{ij}^i) \cdot a_i/a \quad (25)$$

K_{PR} は上式で表される応力点 σ_{ij}^R での塑性硬化係数で、式26) の Prager の適合条件を用いて、式27) のように得られる。

$$(\partial F / \partial \sigma_{ij}) \cdot d\sigma_{ij} + (\partial F / \partial a) \cdot da = 0 \quad (26)$$

$$K_{PR} = \{ 2(1 + e_0) a \cdot p / (\lambda - \kappa) \} \{ (\partial F / \partial \sigma_{ij}^R) \delta_{ij} \} / \{ (\partial F / \partial \sigma_{ij}^R) (\partial F / \partial \sigma_{ij}^R) \} \quad (27)$$

(5) 本モデルのパラメータ

以上述べたように、本モデルは修正 Cam-Clay モデルのパラメータ λ 、 κ 、 ϕ の他に、 K_{P0} 、 γ_0 、 τ 、 η 、 ξ の5つのパラメータが必要である。このうち、 K_{P0} は式24) の K_p の補間則に、 ξ は式20)、21) の負荷曲面の移動則に関与し、 γ_0 、 τ 、 η は両者に関与する。

負荷曲面の移動については、式23) より次式が得られる。

$$d\gamma = \gamma_0 \tau \eta (1 - R_i) d\varepsilon_A / (1 + \eta \varepsilon_A)^2 \quad (28)$$

上式と式22) から、 ξ 、 γ_0 、 τ は同一の特性を有し、 ε_A が小さい領域では η も類似の特性を有する。

これらのパラメータの決定方法は、次のとおりである。すなわち、まず等方圧密、除荷試験より γ_0 と K_{P0} が決定される²⁰⁾。この試験では式23) の $\varepsilon_A = 0$ であるため、未定パラメータは γ_0 と K_{P0} の2つである。次に、残りの τ 、 η 、 ξ はこれらをパラメトリックに動かして、非排水繰返しせん断試験結果にフィッ

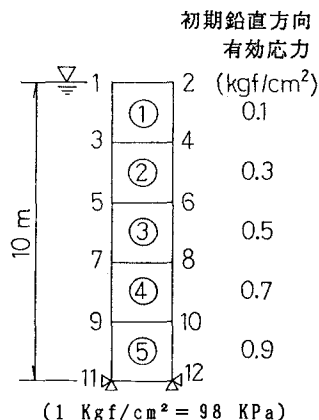
ティングするように決定される。

3. 2相系有効応力解析

2. で述べた三次元応力条件下のINSモデルをBiotの2相系理論¹⁰⁾に基づく有効応力解析プログラム(DIANA-J)に導入し、地震応答解析を行う。本プログラムは、繰返しせん断に伴う地盤中の間隙水圧の発生および消散の2つのメカニズムを、水で飽和された多孔質体の2相系理論と弾塑性理論を連成させた境界値問題として解析するもので、詳細は文献15)を参照されたい。

4. の地震応答解析では一次元地盤モデルを設定したが、これは、水平層状の一次元問題は基本であり、この問題への適応性を確認した上で多次元の解析へ進む必要があること、一次元問題といえども応力、ひずみは三次元応力条件下のものを使用しており、三次元応力条件下で定式化した基本式の有用性は確認できることによる。

なお、4. の解析に先だって4節点軸対称1要素を用いて非排水繰返し三軸試験の解析を行い、計算アルゴリズムを検証した。すなわち、Mrozら³⁾と同様のパラメータ値を用いたとき、過圧密状態からの荷重も含めて、有限要素法による有効応力経路、応力-ひずみ関係がMrozらのp-q平面上での解析結果とほぼ一致することを確認した。



4. 解析結果

(1) 解析条件

a) 解析モデル

解析の対象としてPandeら¹⁶⁾の解析例と同じ土質定数を有する一次元の地盤モデルを設定した。図-4に平面ひずみ要素を用いた要素分割を示す。図中に節点番号、要素番号、各要素の初期鉛直方向有効応力を併記する。4節点アイソパラメトリック要素を使用しており、Gauss

積分次数は土骨格、流体共に1次とした。対象土層の厚さは10mで、地下水位は地表面に設定した。表-1にINSモデル独自のパラメータを除いた入力データを示す。ここに、 γ_s は飽和砂の単位体積重量、 ν はボア

表-1 入力データ

| | |
|--|-------------------|
| $\gamma_s = 1.837$ tf/m ³ | $\nu = 0.15$ |
| $E = 1000.0$ Kgf/cm ² | $\phi = 40^\circ$ |
| $k = 1.0 \times 10^{-6}$ m/s | $K_o = 1.0$ |
| $\lambda = 0.0825$ | $e_o = 0.6$ |
| $\kappa = 0.0025$ | $\alpha = 0.1$ |
| $K_f = 2.2 \times 10^4$ Kgf/cm ² | $\beta = 0.0001$ |
| $K_s = 1.0 \times 10^{10}$ Kgf/cm ² | |

(1 Kgf/cm² = 98 KPa) (1 tf/m³ = 9.8 KN/m³)

図-4 解析モデル

表-2 解析ケース

| 解析ケース | γ_o | K_{po} | τ | η | ξ |
|-------|------------|-----------------|--------|--------|-------|
| ケース1 | 5 | 1×10^4 | 1.5 | 100 | 20 |
| ケース2 | 11 | 同上 | 同上 | 同上 | 同上 |
| ケース3 | 20 | 同上 | 同上 | 同上 | 同上 |
| ケース4 | 11 | 5×10^2 | 同上 | 同上 | 同上 |
| ケース5 | 同上 | 2×10^5 | 同上 | 同上 | 同上 |
| ケース6 | 同上 | 1×10^4 | 0.5 | 同上 | 同上 |
| ケース7 | 同上 | 同上 | 5.0 | 同上 | 同上 |
| ケース8 | 同上 | 同上 | 1.5 | 20 | 同上 |
| ケース9 | 同上 | 同上 | 同上 | 500 | 同上 |
| ケース10 | 同上 | 同上 | 同上 | 100 | 0 |
| ケース11 | 同上 | 同上 | 同上 | 同上 | 4 |

骨格の境界条件は、下端の水平・鉛直変位を拘束し、同レベルの節点の水平・鉛直変位を等しいとした。異なる節点の変位を等しいとする機能は、汎用構造解析プログラム NASTRAN の多点拘束 (Multi Point Constraints) ¹⁷⁾ と同じ機能で、この結果、水平方向のひずみが拘束され、間隙水圧消散に伴う圧密変形と単純せん断変形 ¹⁸⁾ が同時に表現されることになる。流体の境界条件は、地表面からの鉛直方向の排水を許し、水平方向への水の流出は無いものとした。ただし、透水係数が非常に小さいため、鉛直方向も非排水状態に近いと考えられる。

入力地震波は El-Centro (NS)、最大加速度は 150cm/s^2 、地震継続時間は 4 s、非線形解析法は初期剛性法 (応力伝達法 ¹³⁾ または初期応力法 ¹⁹⁾ と呼ばれる)、時間積分方法は Newmark法 ¹³⁾ による直接積分、積分時間間隔は 0.005 s とした。

b) 解析ケース

表-2 に示すように、本モデル独自のパラメータをパラメトリックに動かし、これらの特性を調べる。同表では、ケース2を基本にして、ケース1、3で γ_o 、ケース4、5で K_{po} 、ケース6、7で τ 、ケース8、9で η 、ケース10、11で m の影響を調べる。

前述のように、 γ_o と K_{po} は等方圧密、除荷試験より決定され、材料の変形、強度特性を規定する基本的なパラメータであるが、要素試験との対応を比較的確定しにくいパラメータでもある。このため、両者の特性を調べておくことも重要であると考えた。なお、ケース2では文献 3)、20) を参考にして標準的と考えられるパラメータ値を設定したが、ここでは、具体的な要素試験との対応は考えていない。

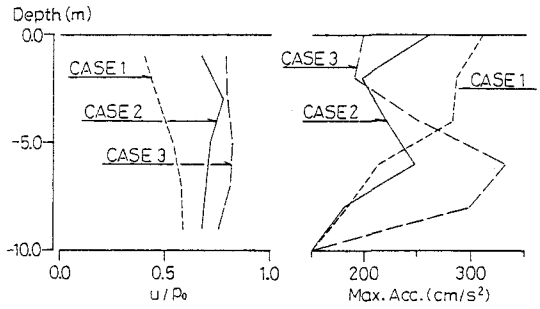


図-5 ケース1~3の u/p_o 、最大絶対加速度

(2) 解析結果

a) 地震終了時の間隙水圧比、最大絶対加速度

γ_o を変えたケース1、2、3の地震終了時の間隙水圧比 u/p_o (u : 間隙水圧) と最大絶対加速度の

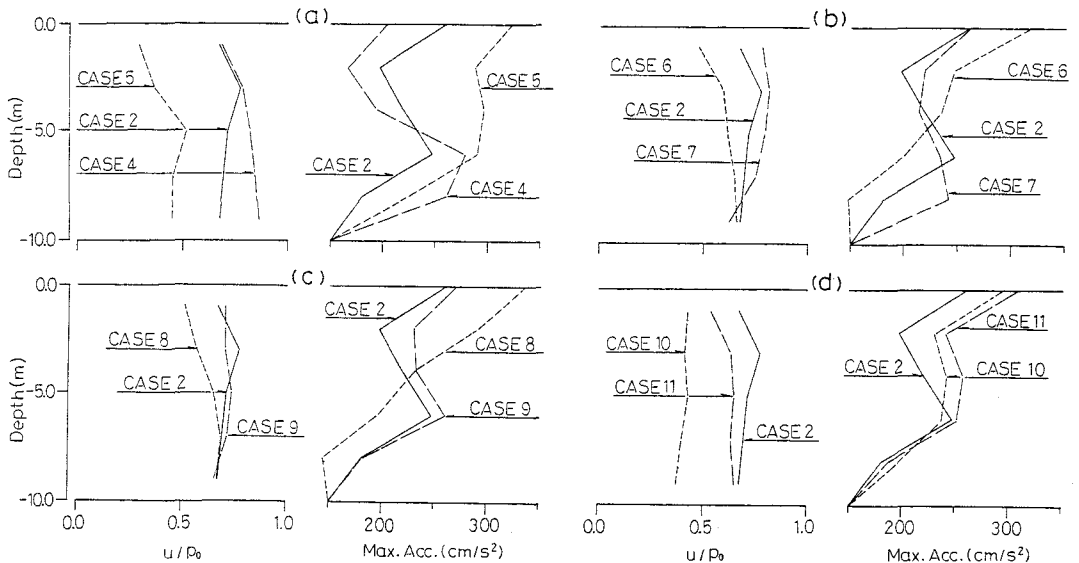


図-6 ケース4~11の u/p_o 、最大絶対加速度

深さ方向の分布を図-5に示す。 γ_o が大きいほど間隙水圧が増加し、地表での加速度が低下する。

ケース4、5、ケース6、7、ケース8、9およびケース10、11の結果を図-6(a)~(d)に示す。図中に基本となるケース2を実線で併記する。 K_{p0} を変えた図-6(a)の傾向は γ_o を変えた図-5とおおむね類似しており、 K_{p0} が小さいほど間隙水圧が増加し、地表での加速度が低下する。すなわち、 γ_o を大きくすることと K_{p0} を小さくすることは同様の特性をもち、間隙水圧の上昇に伴って地表加速度が低下するゆる詰め砂の解析に適用できる可能性がある。

τ を変えた図-6(b)のケース6、7と η を変えた図-6(c)のケース8、9もおおむね近似している。 τ が最小のケース6と η が最小のケース8は共に上部の層で間隙水圧が減少し、地表加速度が増加する。しかし、 τ が最大のケース7と η が最大のケース9の加速度は、基本のケース2と比較して明瞭な効果が表われているとはいえない。また、ケース7の間隙水圧は上部の層でケース2より若干増加しているが、ケース9はケース2とほとんど変わらない。

ξ を変えた図-6(d)のケース10、11は式20、21)の負荷曲面の移動則の効果を示し、 ξ が大きいほど間隙水圧が増加する。移動則を考えない($\xi=0$)ケース10では、 u/p_o がたかだか0.5付近で終局安定状態(ultimate stable state)³⁾になり、間隙水圧の上昇は停止する。この場合、入力地震波の最大加速度を大きくする、 γ_o を大きくする(K_{p0} を小さくする)等を実施しても、間隙水圧はこれ以上増加できない。

b) 有効応力経路

γ_o を変えたケース1、2、3の要素2の有効応力経路を図-7に示す。前述の図-1、図-3では圧縮を+で表示したが、プロッター図の関係から以後の有効応力経路では圧縮を-で表示する。図中に式3)のC($\theta=0^\circ$)、最大せん断応力 τ_{max} を併記する。 $\theta=0^\circ$ は軸差応力によるせん断を伴わない純せん断試験に対応し、中間主応力係数bで表示すれば、 $b=0.5$ 、ここに、 $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ である。Mrozら³⁾は繰返し載荷時のダイレイタンスの反転については記述していないが、材料劣化による負荷曲面の移動に伴い、C($\theta=0^\circ$)と交わる付近で正のダイレイタンスが

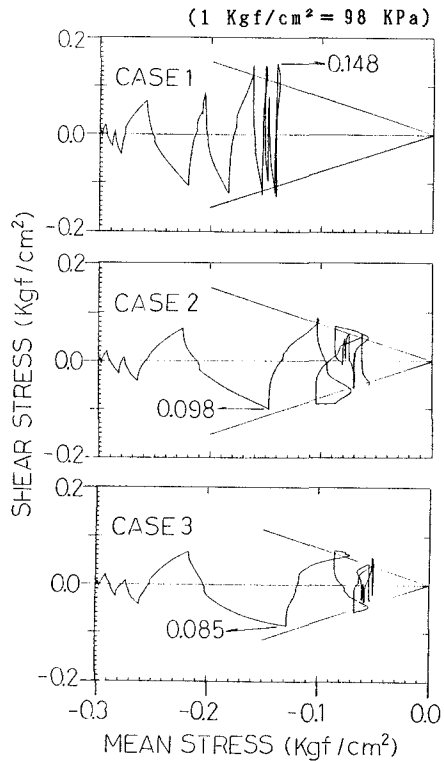


図-7 ケース1、2、3の有効応力経路

表れている。本モデルが関連流れ則の範ちゅうにあることを考えれば、この結果は興味深い。このダイレイタンスの反転は、C(θ)を交相線²⁾とみなせば、密な砂のCyclic mobilityに類似した挙動である。しかし、図-8に模式的に示すように両者には大きな違いがみられる。同図は非排水条件下の有効応力経路を示したものであるが、図中の実線で示すように密な砂のCyclic mobilityでは、負荷反転直後からかなり大きな塑性体積ひずみ(負のダイレイタンス)が発生する。一方、本モデルでは破線で示すように負荷反転直後は塑性体積ひずみの発生が非常に小さく、逆方向へのせん断の進行に伴って次第に大きくなる。

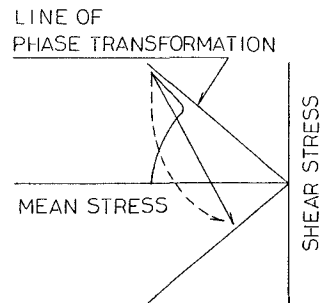


図-8 Cyclic mobility

本モデルは、せん断ひずみと体積ひずみの挙動を同一の塑性硬化係数 K_p で表示するという特長をもつ。式24) で与えられる K_p の変化法則は、後述の図-10~12に示すようにせん断応力-せん断ひずみ関係に関しては妥当であると考えられる。しかし、密な砂のCyclic mobilityを考慮した解析に適用するには、ダイレイタンスー反転後の体積ひずみに関して前述の問題点がある。この問題点は、関連流れ則を用いた本モデルの限界を示していると考えられる。以後、最初にダイレイタンスーの反転が生じる点をここでは初期液状化と呼ぶことにする。

図-7では γ_0 が大きいほど τ_{max} が低下し、有効応力の低下が早い。 γ_0 が最大のケース3は、 K_p を小さく設定すると同時に負荷曲面の移動則を大きく設定したことになるが、間隙水圧の上昇に伴う発生せん断応力の低下がおおむね表現されており、初期液状化以降せん断耐力を発揮できないゆる詰め砂の挙動を近似できそうである。

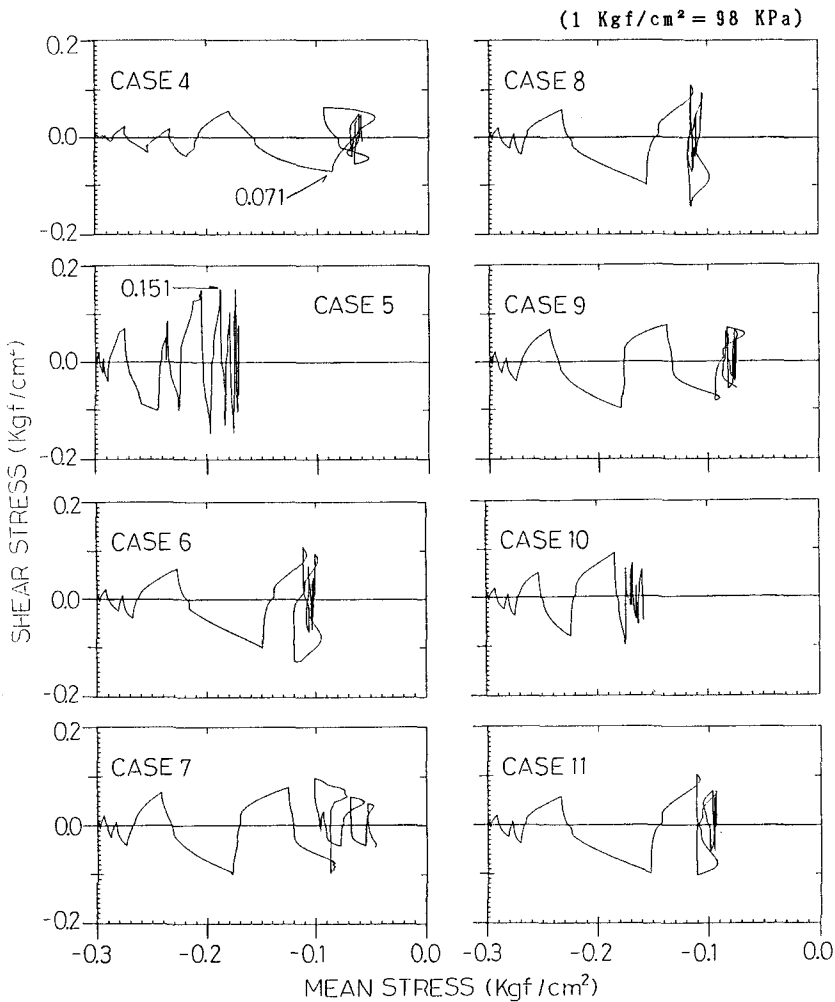


図-9 ケース4~11の有効応力経路

ケース4~11の要素2の有効応力経路を図-9に示す。 K_{p0} を変えたケース4、5では、 K_{p0} が小さいほど τ_{max} が低下し、有効応力の低下が早い。ただし、 K_{p0} が最小のケース4では、初期液状化付近で大きな正のダイレイタンスーが表れている。

τ を変えたケース6、7と η を変えたケース8、9では、初期液状化付近までは τ 、 η が小さいほど有効応力の低下が早い。しかし、 $d\epsilon_a$ が大きくなる初期液状化付近からこの関係が逆転し、地震終了時の有効応力は τ 、 η が大きいほど小さくなる。

ξ を変えたケース10、11では、初期液状化の前後も ξ が大きいほど有効応力の低下が早い。 τ_{max} は τ 、 η が大きいほど若干低下している。 ξ による違いはあまりみられない。

c) せん断応力-せん断ひずみ関係

γ_0 を変えたケース1、2、3の要素2のせん断応力-せん断ひずみ関係を図-10に示す。式16)、17)の硬化則を用いることによって、通常の不変量表示に基づく構成則では表現できないせん断方向の反転がうまく表現されている。同図では、 γ_0 が大きいほど履歴曲線の膨みが大きくなり、大きなせん断ひずみが生

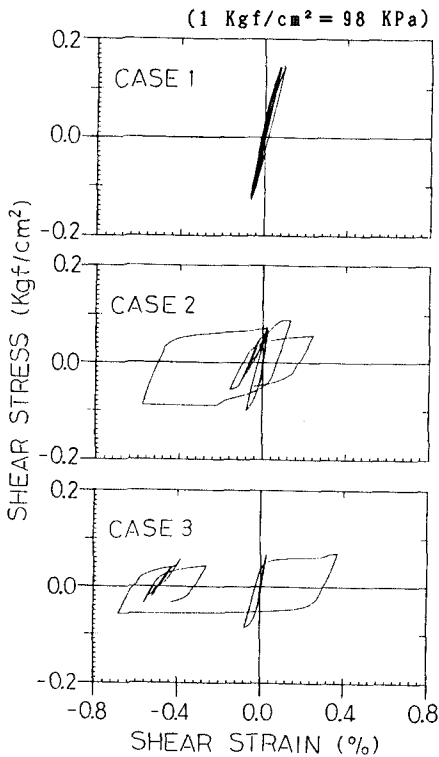


図-10 ケース1～3の応力-ひずみ関係

じる。 γ_0 が最大のケース3では、せん断ひずみが残留しており、室内の非排水せん断試験でみられる関係とほぼ同様の傾向を示している。また、有効応力の低下に伴い式13)によって負荷反転直後の接線剛性が低下しているのが分かる。

K_{p0} を変えたケース4、5の図-11も図-10と類似しており、 K_{p0} が小さいほど大きなせん断ひずみが生じる。なお、 γ_0 が最小のケース1と K_{p0} が最大のケース5は弾性解析結果に近いが、応力点が境界曲面内から境界曲面上へ移るときの K_p の補間が滑らかでないため、入力地震波の最大加速度を大きくするとバイ・リニア型の応力-ひずみ関係が得られ

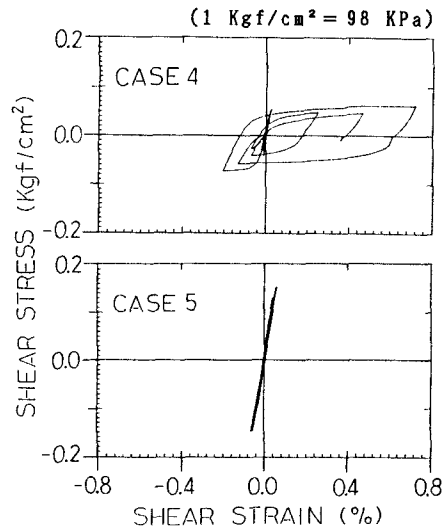


図-11 ケース4、5の応力-ひずみ関係

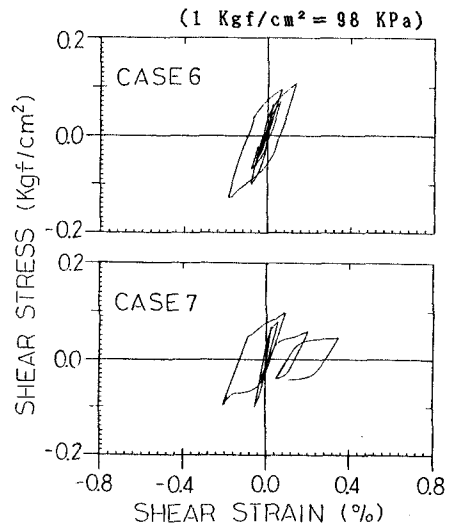


図-12 ケース6、7の応力-ひずみ関係

た。

τ を変えたケース6、7の図-12では、 τ が大きいほど履歴曲線の膨らみが大きくなる傾向がみられるが、 γ_0 、 K_{p0} ほど顕著ではない。 η を変えたケース8、9も同様である。 ξ による履歴曲線の形状はあまり変わらない。

5. 結論

本研究では、まず軸対称三軸条件下で記述されたINSモデルを三次元応力条件下で定式化し、次のような特徴をもつことを示した。

- ① 境界曲面、負荷曲面に対して、修正Cam-Clayモデルを一般化した式を示した。
- ② 等方硬化則と移動硬化則を同時に考慮した一般的な硬化則を示した。
- ③ 繰返し載荷による材料劣化を考慮するために、負荷曲面の移動則を導入した。

次に、本モデルを導入した有限要素法による地震応答解析を通して、本モデルの液状化解析への適用性について検討した。得られた結論は次のとおりである。

- ④ 本モデルは関連流れ則の範ちゅうにあるにもかかわらず、繰返し載荷に伴うダイレイタンスの反転が表現される。
- ⑤ パラメータ γ_0 を大きくすることによって塑性硬化係数 K_p は小さく設定され、同時に負荷曲面の移動則は大きく設定される。この結果得られた有効応力経路、応力-ひずみ関係はゆる詰め砂の室内非排水せん断試験のそれとほぼ同様の傾向を示した。
- ⑥ 本モデルは、初期液状化以降せん断耐力を発揮することができないゆる詰め砂の液状化挙動を予測することができるものと考えられる。
- ⑦ 本モデルを密な砂のCyclic mobilityを考慮した解析に適用するには、初期液状化以降の体積ひずみに関するモデル化を修正する必要がある。

本研究で採用したパラメータ値と室内要素試験との対応は不明である。今後、要素試験のシミュレーション解析を通して材料の液状化強度を適切に表現するパラメータ値を決定し、これを用いた液状化解析を実施する必要がある。

謝辞：本研究を進めるにあたり、久保慶三郎・東大名誉教授から御指導を賜った。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Roscoe, K.H., Schofield A.H. and Thurairajah, A.: Yielding of clay in state wetter than critical, *Geotechnique*, Vol. 13, No. 3, 1963
- 2) Mroz, Z., Norris, V.A. and Zienkiewicz, O.C.: Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformation of soils, *Geotechnique*, Vol. 29, No. 1, 1979
- 3) Mroz, Z., Norris, V.A. and Zienkiewicz, O.C.: An anisotropic, critical state model for soils subject to cyclic loading, *Geotechnique*, Vol. 31, No. 4, 1981
- 4) Hashiguchi, K.: Two- and three surface models of plasticity, 5th Int. Conf. on Num. Meth. in Geome., Nagoya, 1985
- 5) Prevost, J.H.: Mathematical modeling of monotonic and cyclic undrained clay behavior, *Int. J. for Num. Anal. Meth. in Geomechanics*, Vol. 1, 1977
- 6) Hirai, H.: Modelling of cyclic behaviour of sand with combined hardening, *Soils and Foundations*, Vol. 27, No. 2, 1987

- 7) Ghaboussi, J. and Momen, H.: Plasticity model for cyclic behaviour of sands, 3rd Int. Conf. on Num. Meth. in Geome., Aachen, 1979
- 8) 森 雅美、山口晴幸、石川信隆、: 異方硬化モデルを導入した有限要素法による土の要素試験解析、構造工学論文集、Vol. 32A, 1986
- 9) 森脇武夫、木口 基、綱千寿夫、: 異方過圧密粘土の変形特性とその構成式、土質工学論文報告集、Vol. 28, No. 1, 1988
- 10) Biot, M. A.: Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid, part I -Low frequency range, part II -Higher frequency range .J. Acoust. Soc. Am., 28, 1956
- 11) Burland, J. B.: The yielding and dilation of clay, Correspondence, Geotechnique, Vol. 15, No. 2, 1965
- 12) Zienkiewicz, O. C., Leung, K. H. and Pastor, M.: Simple model for tangent soil loading in earthquake analysis. I. Basic model and its application, Int. J. for Num. and Ana. Meth. in Geome., Vol. 9, 1985
- 13) Owen, D. R. J. and Hinton, E.: Finite elements in plasticity, theory and practice, Pineridge Press Limited Swansea, U. K.
- 14) Ghaboussi, J. and Karshenas, M.: On the finite element analysis of certain material nonlinearities in geomechanics, Proceeding of the International Conference on Finite Elements in Nonlinear Solid and Structural Mechanics , Geilo, Norway, 1977
- 15) Zienkiewicz, O. C. and Shiomi, T.: Dynamic behaviour of saturated porous media, The generalised Biot formulation and its numerical solution , Int. J. Num. and Ana. Method in Geomech., 8, 1984
- 16) Pande, G. N. and Pietruszczak.: A critical look at constitutive models for soils, Geomechanical Modeling in Engineering Practice, (Ed. Dunger R. and Studer J. A.), 1986
- 17) MacNeal, R. H.: The NASTRAN theoretical manual level 15.5 supplement, Scientific and Technical Information Office, NASA, 1972
- 18) 吉家 均、プラタン・テージ、B. S.、龍岡文夫、: 砂の非排水繰り返しねじり単純せん断試験について、第23回土質工学研究発表会、1988
- 19) Zienkiewicz, O. C.: 基礎工学におけるマトリックス有限要素法、培風館
- 20) 兵動正幸、村田秀一、安原一哉、: 異方硬化モデルによる粘土地盤の地震応答解析、第7回日本地震工学シンポジウム、1986
- 21) Ishihara, K., Lysmer, L., Yasuda, S. and Hiras, H.: Prediction of liquefaction in sand deposits during earthquake, Soils and Foundations, Vol. 16, No. 1, 1976

(1988年10月12日受付)