

## カルマンフィルター法によるデジタル式強震計記録補正の試み

ATTEMPT TO CORRECT DIGITAL ACCELEROGRAPH RECORDS  
WITH KALMAN FILTER ALGORITHM山田善一\* 野田 茂\*\* 伊津野和行\*\*\* 土井弘次\*\*\*\*  
by Yoshikazu YAMADA, Shigeru NODA, Kazuyuki IZUNO and Hirotsugu DOI

Seismic records of the digital accelerograph SAMTAC-17E includes some noise especially in low frequency domain. Kalman filter algorithm was applied to reduce noise of the records. The digital accelerograph was modeled as a single-degree-of-freedom system. A ground motion and accelerogram were modeled as an input and an output of this system individually. Corrected ground acceleration, velocity and displacement were calculated step by step using this algorithm. However, estimated ground motion contained low frequency noise much more than the original record. One reason was white noise assumption in this system, another reason was numerical errors in integration. Errors in this algorithm was also discussed.

## 1. まえがき

わが国では、1953年にSMAC強震計が設置されて以来、加速度記録を用いた研究が様々な形で行なわれている。アレー観測による地震波動の研究などはその代表例である。地震記録を提供するという役割を考えると、強震計の精度を把握しておくことは重要であり、また、精度の落ちる振幅・周波数範囲では何らかの補正の必要がある。近年、デジタル式の強震計が各地で数多く設置され強震観測が行われている。しかし、観測の歴史が浅いために約10秒よりも長い周期範囲での精度の評価は一定していない。しかも強震計の構造が複雑なために、誤差の発生原因を明らかにするのは難しく、地震記録の補正法が確立されるまでには至っていない。

強震計の精度や記録補正に関する研究は、最近、長周期(2~20秒)地震波がクローズアップされるようになって盛んに進められている。SMAC型加速度計や気象庁1倍強震計などの機械式強震計に関する各種の補正法が提案され利用されている。<sup>1,2),3),4),5)</sup>一方、デジタル式強震計は電子部品からなる複雑な構造をしており、誤差の発生原因をつかむのが困難なこともあり、記録精度に関する研究は少ない。<sup>5),6),7),8)</sup>

ところで、カルマンフィルターは、最適推定・制御・同定の分野において重要な役割を担っている。航空・機械・電気などの工学分野はもちろんのこと、その応用分野はきわめて多岐にわたっている。土木工学への応用例を見ると、非構造分野を中心にパラメータの同定及び予測の問題が研究されてきた。例えば日野<sup>9)</sup>は、

- 
- \* 工博 京都大学教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)  
 \*\* 工博 鳥取大学助教授 工学部社会開発システム工学科 (〒680 鳥取市湖山町南4-101)  
 \*\*\* 工修 京都大学助手 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)  
 \*\*\*\* 工修 中部地方建設局 岐阜国道工事事務所 (〒500 岐阜市茜部本郷1-36-1)

システムの入出力関係を定差方程式で表す手法により、水文流出系予測及び大気汚染の予測に関するパラメータの同定を試みた。最近では、構造モデルの同定問題や入力地震動の推定問題への応用として、耐震工学の分野でもカルマンフィルターを用いた研究が進められている。星谷・斉藤<sup>10)</sup>は、拡張カルマンフィルター法によるパラメータ同定に対して、その計算結果の精度を高める方法(EK-WGI法)を開発した。そして、この方法を耐震工学分野の振動系(線形・非線形系)のパラメータ同定に応用することを試みている。その後、カルマンフィルター法を各種の耐震問題に適用した研究成果が発表されるようになった。

振動問題においては、構造系あるいは地盤系の応答の把握が主たる目的とされており、その際入力地震動は既知としている。したがって、振動・地震工学において入力地震動の推定を目的とした研究はあまり多くない。その中で、星谷は文献11)で、本研究の主題である地震加速度計記録補正を、カルマンフィルターによって同時処理する応用の可能性を示唆している。この提案を受け、清野・土岐・佐藤<sup>12)</sup>は、1自由度線形構造系に対するカルマン逆フィルター(Ottoらの方法)を多自由度系に拡張して、多点異入力構造系の入力地震動の同定を行った。また、星谷・丸山<sup>13)</sup>は非線形の復元力特性を有する1自由度構造系を対象に、これを多面型モデルにより定式化して、入力地震動の同定を数値シミュレーションにより検討した。これらの研究では、いずれも入力地震動の推定にカルマンフィルターのアルゴリズムを導入している。

本研究では、デジタル式強震計(SAMTAC-17E)を対象として、地震記録にカルマンフィルターのアルゴリズムを導入し、記録に含まれる長周期の雑音成分を取り除いて自動的な計器補正を試みる。すなわち、カルマンフィルターを適用する構造モデル(システム)として強震計を考え、地震動をこのシステムへの入力、地震記録を出力と考えている。この場合、強震計が正常に作動し、各種の補正を行う必要がなければ、これらの入力と出力とはまったく同一の値となる。ここでは、振動台上に強震計をのせた加振実験の記録を出力波形として用い、強震計の内部構造を状態方程式によって定式化して、よりよい入力波形とを得ようとするものである。その際、状態変数に入力地震動の加速度・速度・変位を組み込むことによって、それらの波形を時々刻々一度に導き、計算時間や計算容量の短縮を計ることを試みる。

## 2. デジタル式サーボ型強震計のモデル化

デジタル式サーボ型強震計(SAMTAC-17E)が地動加速度 $\ddot{u}$ を受けてから、その加速度記録を数値化するAD変換器までの内部構造の流れをFig. 1に示す。換振器は速度帰還型サーボタイプの加速度計である。換振器からの出力信号 $E_s$ は、ドリフト除去用ハイパスフィルターとエリアジング(ローパス)フィルターを通してAD変換器へ入力される。ここで数値化された信号 $E_s$ は、デジタル信号としてカートリッジテープに記録される。

以下に強震計の内部構造のモデル化ならびに定式化を示す。これらは、強震計の技術資料<sup>14)</sup>に基づいてとりまとめたものである。

### 2.1 換振器(サーボ型加速度計)

換振器であるサーボ型加速度計の構成を、Fig. 2(a)に示す。ここで、地動 $u$ 、加速度計内の振子(質量 $m$ 、剛性 $k$ )の動き $x$ 、検出信号(電圧) $E_s$ の間には、次の運動方程式が成立する。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = -m \frac{d^2 u}{dt^2} - G_2 \cdot I \quad (1)$$

$$I = \frac{G_1 A}{r} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

$$E_s = R_L \cdot I \quad (3)$$

ただし、 $I$ は回路内の電流、 $r$ と $R_L$ は抵抗、 $G_2 \cdot I$ はサーボ回路によって振子に電氣的に作用させる力である。また、電氣的定数 $R_L G_1 A / r$ は、以下簡単のため $K$ とおく。

(1)式に(2)式を代入して整理すると、次式が得られる。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = -\frac{d^2u}{dt^2} \quad (4)$$

ただし、 $G_1 = 0.6(V/kine)$ ,  $G_2 = 2 \times 10^6(dyne/A)$ ,  $A = 150$ ,  $R_L = 200(\Omega)$ である。また、各種パラメーターの公称値は、

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 31.4(rad/sec)(f_0 \approx 5Hz), \quad h = \frac{G_1 G_2 A}{2\omega_0 m r} = 240, \quad m = 50(gr), \quad r = 500(\Omega), \quad K = 45$$

となっている。

この回路の振幅特性 $A_1(f)$ ならびに位相特性 $\phi_1(f)$ は次式で表される。これらを Fig. 3(a)に周波数 $f$ 上で図示した。

$$A_1(f) = 1/\sqrt{1 + \left(\frac{1-v^2}{2hv}\right)^2}, \quad \phi_1(f) = \tan^{-1}\left(\frac{1-v^2}{2hv}\right) \quad (5)$$

ただし、 $v = f/f_0 = \omega_0/\omega$ である。

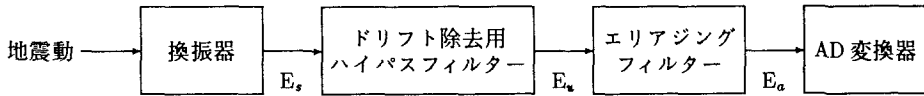


Fig. 1 Flow of signal from input to output.

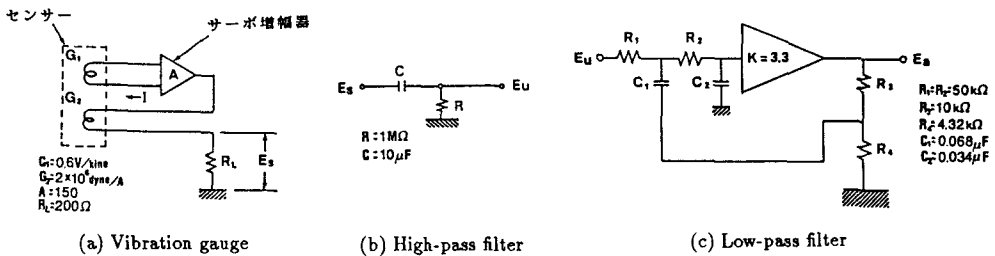


Fig. 2 Circuits of digital accelerometer.

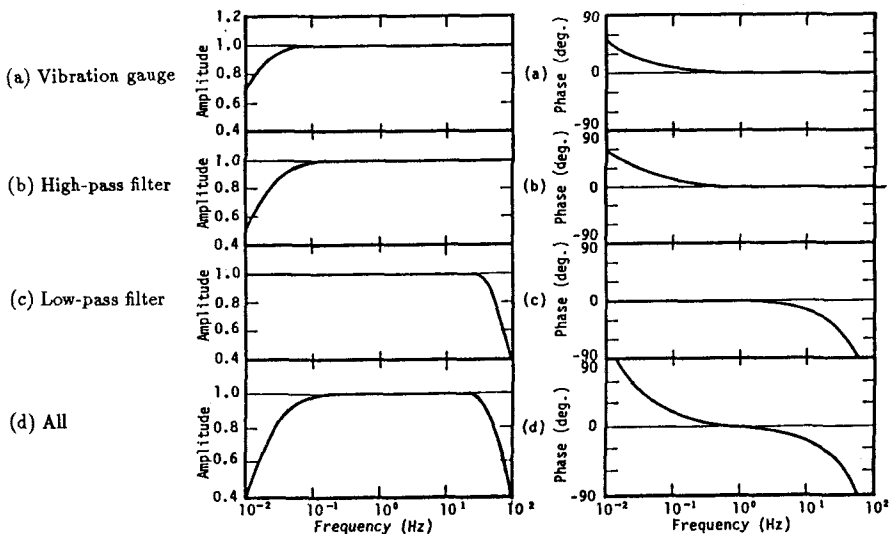


Fig. 3 Characteristics of amplitude and phase of each circuit.

## 2.2 ハイパスフィルター

このフィルターはドリフト除去用の回路であり、Fig. 2(b) にその構成を示す。ここで、入力電圧  $E_s$  と出力電圧  $E_w$  の関係は次式で表される。

$$\frac{dE_s}{dt} = \frac{1}{RC} E_w + \frac{dE_w}{dt} \quad (6)$$

この回路の振幅特性  $A_2(f)$  と位相特性  $\phi_2(f)$  は次式で表され、それを図示すると Fig. 3(b) となる。

$$A_2(f) = 1/\sqrt{1 + \frac{1}{2\pi f RC}}, \quad \phi_2(f) = \tan^{-1} \left( \frac{1}{2\pi f RC} \right) \quad (7)$$

ただし、 $R = 1(M\Omega)$ 、 $C = 10(\mu F)$  である。

## 2.3 エリアジングフィルター

高周波数成分をカットするためのエリアジングフィルターとして、Fig. 2(c) に示した RC2 次ローパスフィルターが使用されている。その振幅特性  $A_3(f)$  と位相特性  $\phi_3(f)$  は次式で表され、これを図示すると Fig. 3(c) となる。

$$A_3(f) = 1/\sqrt{(1-v^2)^2 + \left(\frac{v}{Q}\right)^2}, \quad \phi_3(f) = \tan^{-1} \left( \frac{v}{Q(1-v^2)} \right) \quad (8)$$

ただし、 $v = f/f_c$ 、 $Q = 0.73$ 、 $f_c = 55.3(Hz)$  である。なお、ローパスフィルターのパラメーター値としては、 $R_1 = R_2 = 50(k\Omega)$ 、 $R_3 = 10(k\Omega)$ 、 $R_4 = 4.32(k\Omega)$ 、 $C_1 = 0.068(\mu F)$ 、 $C_2 = 0.034(\mu F)$ 、 $K = 3.3$  が用いられている。

## 2.4 総合特性

以上3つの回路を合成すると、強震計の総合的な計器特性  $F_s(f)$  は、次式に示す総合的な振幅特性  $A(f)$  と位相特性  $\phi(f)$  を用いて表される。なお、Fig. 3(d) に  $A(f)$  と  $\phi(f)$  を示す。

$$F_s(f) = \exp\{i\phi(f)\}/A(f) \quad (9)$$

ここで、

$$A(f) = A_1(f) \cdot A_2(f) \cdot A_3(f)$$

$$\phi(f) = \phi_1(f) + \phi_2(f) + \phi_3(f)$$

## 2.5 強震計の一般的特性

著者ら<sup>5)</sup>は、後述するように、長周期振動台を加振して、差動トランス型変位計とサーボ型デジタル式加速度計 (SAMTAC-17E) の記録を検討している。それによれば、加速度計は振動台固有の短周期成分の雑音を精度よく捉えていたが、長周期になるにしたがって揺らぎが顕著に現れていた。

実験によると、加速度計から求めた変位波には長周期の波が卓越しており、しかも始動部と最強部以降のコーダ部には長周期のゴーストウェーブが出現していた。その結果、加速度フーリエスペクトルの長周期成分は  $1/f^a$  ( $a = 1$ ) スペクトルとなっていた。原記録ではハイパスフィルターが換振器の出力電圧にかけられているため、長周期成分の揺らぎは弱められている。このフィルターの振幅特性は、(7) 式と Fig. 3(b) から、周期 10 秒で倍率が約 0.97、20 秒で 0.9、50 秒で 0.6 である。これとほぼ同様な振幅特性が、換振器についても成立している。したがって、原加速度波では見かけ上長周期雑音小さくなることになるのである。

## 3. カルマンフィルター法による地震外乱の推定法

### 3.1 カルマンフィルター法の一般形

フィルタリングとは、時系列信号を本来持っている意味のある信号成分と意味のない雑音成分との合成と考え、その中の信号成分のみを取り出すことである。この問題は、測定すべき物理量の信号  $x$  に対し、なんらかの加法的雑音  $w$  が作用する測定過程を考えた場合、測定値  $y$  から信号  $x$  のよりよい推定値をいかにして導くかということになる。<sup>15),16)</sup> そのためには、 $t = k\Delta t$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\Delta t =$  サンプルング時間間隔) において、次式のような形で定式化する必要がある。

状態方程式:

$$x_{k+1} = \Phi_{k+1/k} x_k + \Gamma_{k+1/k} u_k \quad (10)$$

観測方程式:

$$y_k = M_k x_k + w_k \quad (11)$$

ここで、 $\Phi$  は状態遷移行列、 $\Gamma$  は駆動行列、 $u$  はプラント雑音、 $M$  は変換行列と呼ばれるものである。

なお、信号・雑音ならびに観測値がガウス性を有する多数の物理量からなる測定過程に対し、与えられた制約条件のもとで信号の事後確率密度を最大にする(平均2乗誤差を最小にする)最尤推定量を時々刻々求めるのが、カルマンフィルターのアルゴリズムである。この場合、最尤推定量は次のようになる。<sup>15),16)</sup> ただし、雑音  $u$  と  $w$  の平均値は0としている。

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + \tilde{P}_k M_k^T R_k^{-1} (y_k - M_k \tilde{x}_k) \quad (12)$$

ここで、

$$\tilde{x}_{k+1} = \Phi_{k+1/k} \tilde{x}_k, \quad \tilde{P}_{k+1} = (P_{k+1/k}^{-1} + M_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} M_{k+1})^{-1}, \quad P_{k+1/k} = \Phi_{k+1/k} P_k \Phi_{k+1/k}^T + \Gamma_{k+1/k} Q_k \Gamma_{k+1/k}^T \quad (13)$$

であり、 $Q_k$  と  $P_k$  は、各々システム誤差と観測誤差の共分散を意味する。

以上の式から、初期条件の  $\tilde{x}_0$  (状態変数) と  $\tilde{P}_0$  (誤差の共分散) のもとで、連続的に観測データを取り込み、順次最尤推定量を求めることができる。各式の変数の定義ならびに計算手順については Table 1 を参照されたい。

さて、以上のアルゴリズムを本論文で扱う強震計に適用してみる。その内部構造の定式化を考えると、状態方程式と観測方程式は連続時間の関数で表される。そこで、次の(14)式と(15)式の連続型状態方程式を(10)式と(11)式のように離散化することを考える。

状態方程式:

$$\frac{d}{dt} x(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (14)$$

観測方程式:

$$y(t) = M(t)x(t) + w(t) \quad (15)$$

(14) 式の状態方程式の両辺に  $e^{A\Delta t}$  をかけて整理すると、

$$x_{k+1} = x_k e^{A\Delta t} + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A_p \Delta p} \cdot B u_k \quad (16)$$

となる。さらに、

$$\Phi = e^{A\Delta t}, \quad \Gamma = \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} e^{A_p \Delta p} \cdot B$$

とおくと、(16)式は(10)式に一致する。つまり、 $e^{A\Delta t}$  を計算することにより、離散型状態方程式を求めることができる。

### 3.2 地震外乱推定のための定式化

デジタル式強震計の内部構造の動特性(振動系と見なす)と出力としての地震記録が既知であれば、地震計への入力である地動の推定は逆問題として捉えることができる。ここでは、カルマンフィルターを適用することにより、動特性と強震記録から雑音成分を除去してより確かな入力波形を推定することを試みる。なお、カルマ

Table 1 Filter variables and Kalman filter algorithm.

Variable	Definition	Dimension
$\hat{x}(k/k)$	State estimate at $t_k$ given $y_k$	$n \times 1$
$P(k/k)$	Covariance matrix of the error in $\hat{x}(k/k)$	$n \times n$
$\Phi(k+1/k)$	State transition matrix (from $t_k$ to $t_{k+1}$ )	$n \times n$
$\Gamma(k+1/k)$	System noise coefficient matrix	$n \times r$
$Q(k)$	System noise covariance matrix	$r \times r$
$\hat{x}(k+1/k)$	State estimate at $t_{k+1}$ given $y_k$	$n \times 1$
$P(k+1/k)$	Covariance matrix of the error in $\hat{x}(k+1/k)$	$n \times n$
$M(k+1)$	Measurement matrix	$m \times n$
$R(k+1)$	Measurement noise covariance matrix	$m \times m$
$K(k+1)$	Filter (Kalman) gain matrix at $t_{k+1}$	$n \times m$
$y_{k+1}$	Measurement (observation) at $t_{k+1}$	$m \times 1$
1.	Store the filter state [ $\hat{x}(k/k)$ , $P(k/k)$ ];	
2.	Compute the predicted state $\hat{x}(k+1/k) = \Phi(k+1/k) \cdot \hat{x}(k/k)$ ;	
3.	Compute the predicted error covariance matrix $P(k+1/k) = \Phi(k+1/k) \cdot P(k/k) \cdot \Phi^T(k+1/k) + \Gamma(k+1/k) \cdot Q(k) \cdot \Gamma^T(k+1/k)$ ;	
4.	Compute the filter gain matrix $K(k+1) = P(k+1/k) \cdot M^T(k+1) [M(k+1) \cdot P(k+1/k) \cdot M^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}$ ;	
5.	Process the observation $y_{k+1}$ $\hat{x}(k+1/k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k+1) [y_{k+1} - M(k+1) \cdot \hat{x}(k+1/k)]$ ;	
6.	Compute the new error covariance matrix by $P(k+1/k+1) = [I - K(k+1) \cdot M(k+1)] P(k+1/k)$ ;	
7.	Set $k = k + 1$ , and return to step 1.	

ンフィルターのアルゴリズムを地震加速度記録の計器補正と変換システムに応用するには、ただ単に成書<sup>15),16)</sup>の踏襲に終わるのではなく、問題に応じた表現が肝要であり、また主題の解決のためのテクニックと独創性が必要なことを特に強調しておきたい。

さて、地震外乱を推定するに当たり、強震計の動特性としては公称値を採用せず、拡張カルマンフィルターの手法を用いてシステムのパラメーターを同定した。同定したパラメーターは、換振器の減衰定数  $h$ 、固有振動数  $\omega_0$ 、電気的定数  $K$ 、ハイパスフィルター回路の  $1/RC$  の4つを選んだ。疑似調和波 (以下の加振実験1) を用いて推定したパラメーター値は、 $h = 243$ ,  $\omega_0 = 29.8(\text{rad/sec})$ ,  $K = 43.2$ ,  $1/RC = 0.1$  であった。<sup>8)</sup> 公称値と比べて、各パラメーターには数%から数十%の誤差が見込まれた。そのため、本研究で用いた強震計固有の特性を考え、数値計算では上記のパラメーターを用いて地動を推定することにした。

本研究では長周期領域に重点をおくことにし、換振器であるサーボ型加速度計とハイパスフィルターの構造のみの定式化を考え、強震記録から地動を推定する方法を提案する。その際、以下の2点を考慮した。<sup>11)</sup>

1. 状態変数には地動の加速度を含めるが、さらに速度と変位も組み入れる。その結果、時々刻々観測データを読み込む過程で雑音成分を的確に除去しつつ、地震入力加速度・速度・変位を一度に推定することができる。
2. 入力加速度は、時間の2次式で近似できるものと仮定する。つまり、加速度の時間に関する3階微分は0になる。

1. で述べたように、構造系への入力地震動を推定するのにカルマンフィルターを適用した研究としては、文献12)と13)とが挙げられる。著者らの知る限り、この他の研究例としては、土木工学分野ではほとんど見られ

ない。そこで、本研究では文献13)と同様に、構造モデルの状態方程式をたてる際、状態変数に地震外乱を含めるアルゴリズムを導入することにした。

前述のように、著者らは文献8)で強震計の内部構造を表す数学モデルに対してパラメーターの同定を行い、構造モデルの状態方程式を導いた。デジタル式強震計の雑音は、内部が複雑な回路で構成されていることもあって、それを物理的に説明することは困難である。本研究では、原加速度記録に含まれる雑音をホワイトノイズと仮定し、カルマンフィルター法によってどの程度記録補正をすることが可能なかを調べることを目的としている。

まず、(4)式を微分すると、次式が得られる。

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 2h\omega_0 \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 \frac{dx}{dt} = -\frac{d^3u}{dt^3} \quad (17)$$

この式と、(3)式、(6)式から、連続型の状態方程式を導く。状態変数として、

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{dx}{dt} & x_2 &= \frac{d^2x}{dt^2} & x_3 &= E_* & x_4 &= u \\ x_5 &= \frac{du}{dt} & x_6 &= \frac{d^2u}{dt^2} & x_7 &= \frac{d^3u}{dt^3} & x_8 &= \frac{d^4u}{dt^4} \end{aligned} \quad (18)$$

を選ぶと、状態方程式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -2h\omega_0 x_2 - \omega_0^2 x_1 - x_7 \\ Kx_2 - \frac{1}{RC}x_3 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_0^2 & -2h\omega_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & K & -\frac{1}{RC} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\rightarrow \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$$

上式は(14)式で、 $\mathbf{B}(t) = 0$ の場合に相当する。上式のように、連続型の状態方程式が得られれば、前述したように $e^{\mathbf{A}\Delta t}$ を求めて離散化すればよい。

$e^{\mathbf{A}\Delta t}$ の求め方としては、指数関数の展開による近似などが一般によく用いられる。しかし(19)式の行列Aは、 $h$ や $\omega_0$ の値が大きく、要素間の値の違いが著しい。そのため、何次まで指数展開するかによって行列Aの算定結果が大きく異なる。そこで本研究では、行列のスペクトル分解<sup>17)</sup>を利用して $e^{\mathbf{A}\Delta t}$ を効率的に計算することにした。行列Aは厳密には対角化不能であり、通常の方法でスペクトル分解をすることは不可能である。したがって、ここでは一般固有空間への射影を利用して $e^{\mathbf{A}\Delta t}$ を求めた。なお、行列のスペクトル分解による $e^{\mathbf{A}\Delta t}$ の計算法の詳細については文献17)を参照されたい。

上記の手順で求められた離散型状態方程式の状態遷移行列は、次式で表される。ただし、サンプリング時間間隔 $\Delta t$ は0.02秒とした。

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & +0.66 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.13 \times 10^{-5} & -0.13 \times 10^{-7} \\ -0.65 \times 10^{-1} & -0.13 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.63 \times 10^{-4} & -0.13 \times 10^{-5} \\ +0.59 \times 10^{-1} & +0.30 \times 10^{-2} & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.59 \times 10^{-4} & -0.59 \times 10^{-6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & +0.20 \times 10^{-1} & +0.20 \times 10^{-3} & +0.13 \times 10^{-5} & +0.67 \times 10^{-8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & +0.20 \times 10^{-1} & +0.20 \times 10^{-3} & +0.13 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & +0.20 \times 10^{-1} & +0.20 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & +0.20 \times 10^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

この(20)式の遷移行列 $\Phi$ から、次の事が理解される。

1.  $d^2u/dt^2$  に対応する状態変数  $x_6$  の列成分を見ると、1~3列の成分は0となっており、状態変数  $x_1, x_2, x_3$  に対し影響を与えないことがわかる。しかし、構造モデル(強震計)に加速度に対応した力が作用すると何らかの応答を生じるはずであり、このことは実際の現象と矛盾している。しかしこれは、状態方程式として(17)式を考えているためである。(17)式は(4)式と等価であり、(17)式では  $d^3u/dt^3$  が構造モデルの応答を支配している。すなわち、ここでの  $d^3u/dt^3$  は  $d^2u/dt^2$  を間接的に表しており、推定される  $d^2u/dt^2(x_6)$  は(4)式から推定される  $d^2u/dt^2$  と同じである。
2. (17)式の代わりに(4)式を考えた場合でも、 $u, \dot{u}$  に対応する状態変数  $x_4, x_5$  の1~3列の成分は0である。この場合も、 $u$  と  $\dot{u}$  は状態変数  $x_1, x_2, x_3$  に対して影響を与えない。これは、地動の変位や速度の値が直接的には構造モデルの動きに関与しないことを表しており、実際の現象に適合している。
3. 行列成分を一つ一つ見ると、オーダーが大きく異なることがわかる。これは、 $x_1 \sim x_8$  までの状態変数そのものに、大きなオーダーの違いが存在するためである。このままの状態では数値計算を行えば、数学的に不安定となる。そこで、 $x_4$  から  $x_8$  までの各状態変数のオーダーを次のように変更して数値計算を実行した。

$$x_4 \rightarrow x_4/10^2, \quad x_5 \rightarrow x_5/10^3, \quad x_6 \rightarrow x_6/10^4, \quad x_7 \rightarrow x_7/10^5, \quad x_8 \rightarrow x_8/10^7$$

以上の点を考慮し、(16)式から得られる離散型状態方程式にカルマンフィルターのアルゴリズムを組み込めば、地震外乱の推定値 ( $u, \dot{u}, \ddot{u}$ ) が時々刻々求められる。

#### 4. 地震外乱の推定結果と考察

##### 4.1 地動の推定値と実験値との比較

上記のカルマンフィルター・アルゴリズムを用いて、強震計に対する入力(地動)の推定を試みた。その場合、(15)式の観測方程式において

$$\begin{aligned} y(t) &: \text{強震記録を電圧値で示した出力、すなわち } E_u \\ w(t) &: \text{ホワイトノイズ } (E[w_k w_k^T] = R_k \delta_{kl}, E[w_k] = 0) \\ M(t) &= \{0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\} \end{aligned}$$

とした。これより状態変数  $x(t)$  の推定値を求めることができる。ここでは観測値  $y(t)$  として、次の2種類の加振実験より得られた地震データを用いた。

**加振実験1** この実験では、台車上に各種強震計を載せ、人為的にその台車を揺動させて長周期の疑似調和波を発生させた。実験装置の概要を Fig. 4 に示す。台車上には、加速度計として、デジタル式サーボ型強震計 SAMTAC-17E(以下 SAMTAC とする)、SMAC-B<sub>2</sub>(SMAC)ならびに携帯式振動測定装置(V401BR)のアナログ式加速度計を載せ、巻込み型変位計(DP-500B)により変位を検出した。水平一方向のみの振動が与えられるように、台車は固定したガイドレール内を移動できるようにした。

1秒から10秒までの周期の調和波を、最大振幅を変えて1~4種類励起させた。以下の解析で用いられる A300 という実験ケースは、周期1秒で最大加速度300 gal を目標に加振されたものである。

**加振実験2** 実験装置の概要を Fig. 5 に示す。<sup>5)</sup> 振動台の上には変位計として DP-500B と気象庁1倍強震計の水平成分測定装置、加速度計として SAMTAC-17E、SMAC-B<sub>2</sub>、V401BR を設置し、振動台の挙動は差動トランス型変位計で計測した。この変位計は、振動台とは縁を切った固定壁と振動台との間に設置されている。なお、使用した振動台の挙動は、約20秒の長周期まで信頼できる。



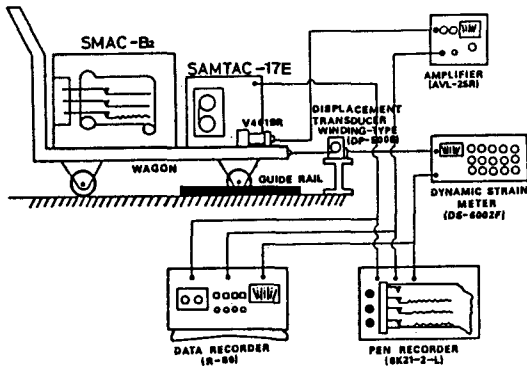


Fig. 4 Diagram of experiment 1.

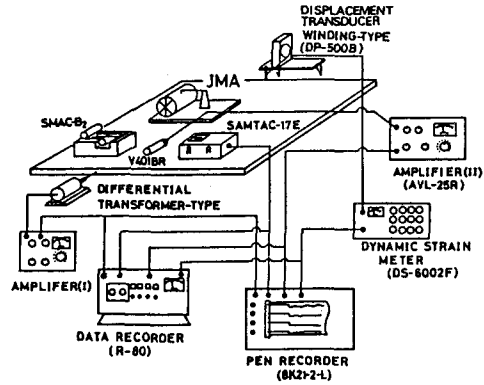
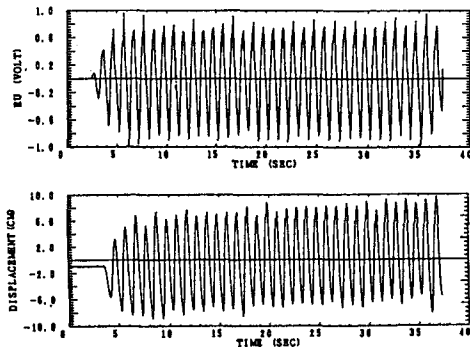
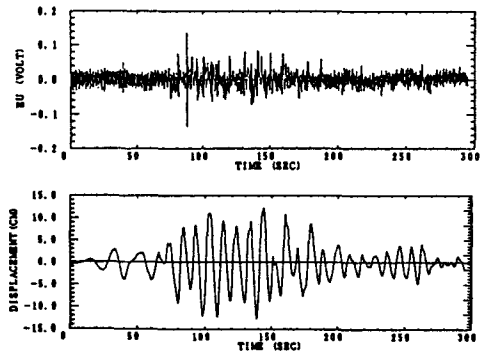


Fig. 5 Diagram of experiment 2.

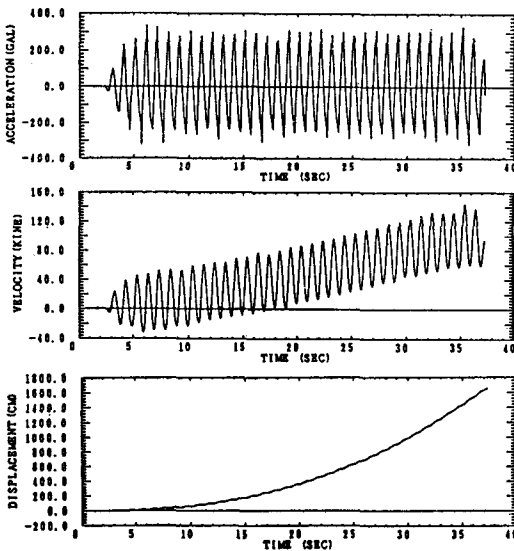


(a) A300 of experiment 1.

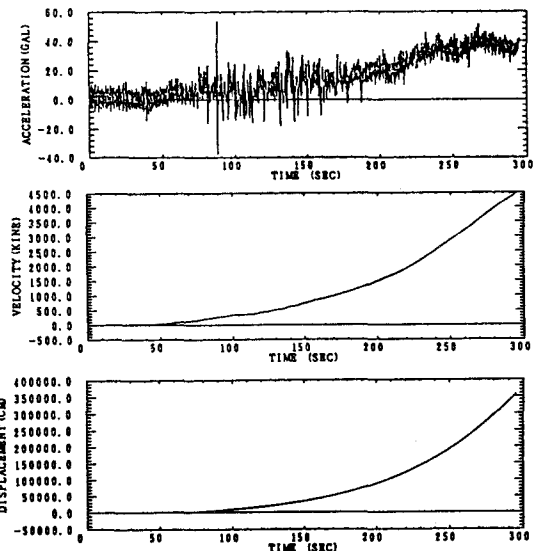


(b) TA12S of experiment 2.

Fig. 6 Observed time series.



(a) A300 of experiment 1.



(b) TA12S of experiment 2.

Fig. 7 Estimated time series.

入力波としては、1983年の日本海中部地震時に各地の気象台・測候所(森、苫小牧、八戸、室蘭)の1倍強震計で観測された地震記録のNS成分を用いた。以下の解析で用いたTA12Sという実験ケースは、苫小牧での記録を最大振幅12cmで入力したものである。

本実験の基準値としては、巻込み型変位計と差動トランス型変位計で記録された変位波を採用した。実験で使用した各種の加速度計と変位計の仕様および特性の詳細については文献5)を参照されたい。本研究では、両変位計の変位記録からFFTを用いて加速度を求め、この加速度波とデジタル式強震計記録から同定した波形を比較している。なお、変位計とデジタル式強震計の記録には、高周波の雑音を除去するために、チェビシェフ型等リップル漸化式フィルター法によるローパスフィルター(1.5 Hz以下)を通してている。

以下、疑似調和波として加振実験1のA300、ランダム波として加振実験2のTA12Sの2ケースを用いた結果について述べる。各実験ケースの強震計記録を電圧 $E$ の観測値に直した波形と、その観測波に対応する変位計の波形をFig. 6に示す。

(19)式の状態変数には、地動の加速度・速度・変位が含まれており、順次データを取り込む過程でそれらの推定値が同時に求められる。A300とTA12Sの各記録に対して推定した地動の波形結果はFig. 7のようになる。いずれの場合も、時間の経過とともに波形の中心がゼロ基線からずれて行く。長周期成分が波形に加わっており、特に速度・変位をうまく推定できていない。この理由としては、後述する $1/f$ 雑音の存在のほかに次の事が考えられる。

(20)式の状態遷移行列において、加速度・速度・変位の状態変数は、各々単にTaylor展開で結び付けられているにすぎない。例えば、変位 $u$ は、

$$u(k+1) = u(k) + \Delta t \dot{u}(k) + (\Delta t)^2 \ddot{u}(k)/2 + \dots \quad (21)$$

に従って逐次計算されている。地動の加速度 $\ddot{u}$ は、強震計の内部構造を考慮したカルマンフィルターのアルゴリズムによって求められる。しかし、 $u$ と $\dot{u}$ は $\ddot{u}$ にのみ依存して算出される。このことは、数値積分の精度が、速度と変位の推定精度に直接影響を与えることを意味している。したがって、本研究での仮定、すなわち加速度 $\ddot{u}$ の時間に関する2次近似は再考する必要があるかもしれない。

前節でも述べたが、 $u$ と $\dot{u}$ に相当する状態変数は、強震計の応答そのものに何ら影響を与えない。このことは逆に、強震計の応答の観測値から直接 $u$ や $\dot{u}$ を推定することが困難であることを示している。したがって、 $\ddot{u}$ を精度よく推定する方法を考案するか、 $u$ や $\dot{u}$ の求め方を工夫する必要があるだろう。

#### 4.2 雑音成分の検討

本研究では、カルマンフィルターを用いて強震記録の補正を試みたが、逆に長周期成分が強調されて波形が乱れた。その原因としては、前節で述べた数値積分の精度の問題の他に、雑音の形の問題が考えられる。本研究では、雑音としてホワイトノイズのみを仮定したが、電子計器の信号に含まれる雑音としては次のような種類と特徴がある。

ホワイトノイズ 換振器の分解能、周辺温度環境変化に伴う感度特性のゆらぎや、他成分振動の影響(横感度)が原因で発生する。計器設置点の傾斜、換振器のドリフトなどにより、ゼロ基線が片寄り、記録計に内蔵されたハイパスフィルターの回路が雑音の長周期帯を持ち上げて、SN比を低下させてしまう。

$1/f$ 雑音 フリッカーノイズとも呼ばれている。そのスペクトルは周波数 $f$ に反比例する形状をしており、自己相似性を有している。<sup>18)</sup> 長周期帯域では、回路を構成するものが半導体であれ真空管であれ、また抵抗体の材料が何であっても、必ず直流電流にともなって $1/f$ 形状のゆらぎが生じる。抵抗の値がわずかながらゆらいでいて、直流電流を流すと抵抗値の変動が電圧変動として観測される。直流電流が大きくなると、 $1/f$ 雑

音のレベルは直流電流の2乗に比例して増大する。 $1/f$ 雑音の原因は、ほとんどの場合電子部品の製造過程における不完全性であると言われている。<sup>18)</sup>

$1/f^2$ 雑音 振動台の傾斜運動に伴い、 $1/f^2$ 雑音が生じることがある。この原因としては、振動台の運動方向を規制するガイドの加工精度上の問題が考えられる。加振実験2では、水平・上下加振用の2軸形式の振動台を用いた。上下方向の加振信号を与えなくても、複数個ある上下加振用アクチュエーターがそれぞれ微妙に勝手な動きをすることにより、あるいは、水平加振で上下方向の支持に変動をとめない、振動台が揺動したことも考えられる。振動台が $0.06^\circ$ 傾斜すると、加速度計は見かけ上1 gal相当の信号を生じる。

仮に振動台を一定振幅で加振したとき、一定の傾斜角を伴うと、慣性力による加速度は加振周期が長くなるとともに低下する。しかし、傾斜角による見かけ上の加速度は、周期に無関係で一定値を維持する。傾斜による加速度は一定で小さくても、長周期での変位波で見た場合、 $1/f^2$ 信号が出現し、その影響はきわめて大きくなる。センサー原理に慣性力を利用している限り、センサーの信号出力を見て、水平振動なのか傾斜変動なのかを区別することはしにくい。

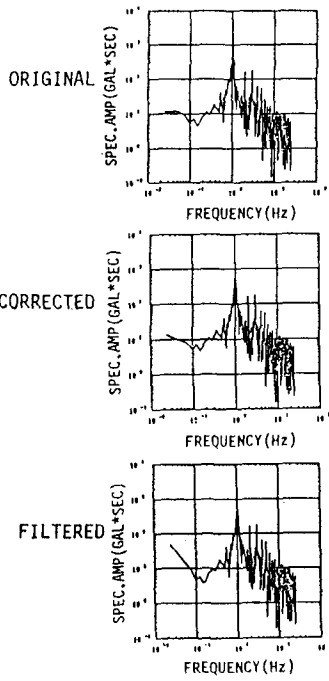
なお文献6)では、高密度アレー観測記録を用いて、デジタル式加速度計(SAMTAC)と村松式速度型地震計(SF101)の特性について、相対的な精度を検討している。その結果、1)速度記録から得られる加速度・変位波は十分な精度を有していること、2)約4秒より長い周期範囲で、加速度計記録には多くの誤差が含まれることを報告している。このような実記録の検討結果および長周期振動台を使用していない加振実験1の結果を勘案すれば、 $1/f^2$ 雑音は発生していないと考えられる。

以上のことから、特に長周期領域で支配的な $1/f$ 雑音によって、今回の推定結果が乱されているのではないかと考えられる。

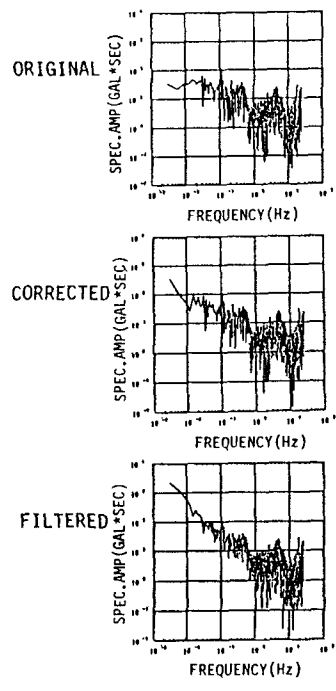
そこで、加速度波形にどのような雑音成分が含まれているのかを調べるために、A300とTA12Sの加速度フーリエスペクトルを求めた。Fig. 8は、上から順に原記録のスペクトル、計器補正後のスペクトル、カルマンフィルターによる推定波形のスペクトルを示している。なお、原記録のスペクトルは、電圧 $E_a$ のフーリエスペクトルに電圧から加速度への換算定数をかけたものに相当する。図より、推定波形のスペクトルは、約10秒以上の長周期側で大きく持ち上げられている。本研究ではホワイトノイズしか仮定しなかったため、長周期領域の雑音を除去するまでに至らず、かえって観測値に含まれていた $1/f$ 雑音を強調する結果になった。カルマンフィルターを用いて観測記録からより確かな地動(入力)を推定するには、この長周期の雑音を除去しなければならない。そのためには、システムの状態方程式あるいは観測方程式において、ホワイトノイズの他に $1/f$ 雑音の項を設けて定式化する必要がある。しかし、現実的には雑音の特性を活かさなければ、数値解法的に安定な定式化が困難で、計算結果が発散してしまう可能性がある。

本研究では、カルマンフィルターによって推定した入力加速度に含まれる雑音の傾向を把握するだけにとどまり、雑音の除去という本質的な問題の解決には至らなかった。今後さらに検討を加える必要があるが、ここでは将来の定式化への基本的な考え方を示すにとどめる。

なお、参考までに、ゼロ基線からのずれが顕著なTA12Sについて、 $1/f$ 雑音が出現する周期10秒以上の成分をチェビシェフ型漸化式ハイパスフィルターで除去し、フーリエ逆変換によって加速度を算出した。Fig. 9は、上から順に、原記録、計器補正後の波形、カルマンフィルターにより推定した波形、それにハイパスフィルターをかけた波形を示している。図より、10秒以上の長周期成分が推定加速度に大きな影響を及ぼしていることがわかる。このことは、 $1/f$ 雑音を的確に取り除くことができれば、より確かな入力波が推定できることを示唆している。こうして求めた加速度(Fig. 9(d))から、速度・変位を算出し、差動トランス型変位計の記録と比較したのがFig. 10である。同図は、上から順に強震計から同定した加速度・速度・変位、および差動トランス型変位計の変位である。Fig. 10(c)の変位波は周期10秒以上の成分をカットしているため、差動トランス型変位計の記録と単純に比較するわけにはいかない。しかし、Fig. 7(b)の変位波に比べ、推定結果は大幅に改善されている。



(a) A300 of experiment 1.



(b) TA12S of experiment 2.

Fig. 8 Fourier spectra of acceleration.

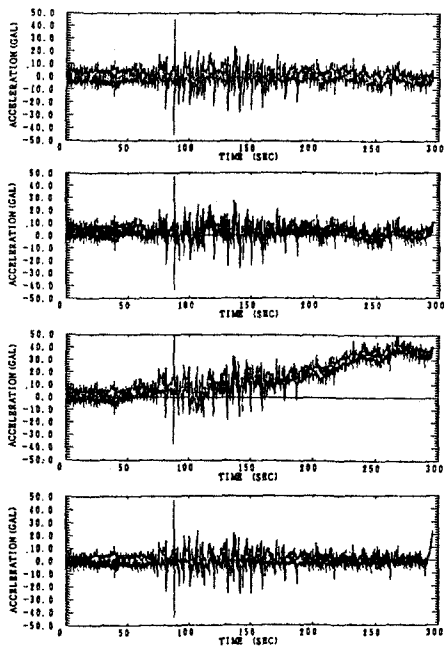


Fig. 9 Comparison of time series of acceleration.  
 (a) Original (b) Corrected  
 (c) Estimated (d) Filterd

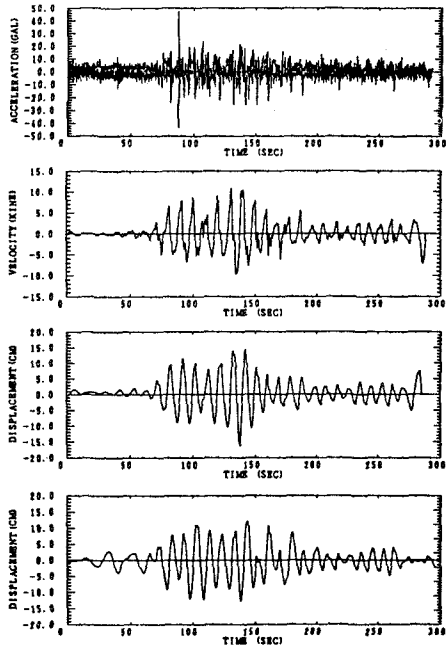


Fig. 10 Estimated time series of acceleration, velocity and displacement.  
 (a) Estimated acceleration (b) Estimated velocity  
 (c) Estimated displacement (d) Measured displacement

## 5. あとがき

最近、地震動観測には、高性能の電子計器を用いることが多くなってきた。地震計としては、工学的使用目的から、一般的には変位計や速度計よりも、加速度計がよく利用されている。加速度計の使用帯域(仕様)外において、高精度の測定を実施するには、電子計器における各種の雑音、オフセットやドリフトの非希望信号により生じる誤差を減らし、希望信号を抽出・再生しなければならない。地震記録を用いて解析する場合、単に与えられた(収集した)データを鵜呑みにしてそのまま利用するのではなく、原記録を何とか補正することを心がけ、ブラックボックスをできる限りなくす必要がある。そのためには、デジタル信号処理の理論を積極的に用いるのも一つの手段であろう。

本研究では、デジタル式強震計の記録を信号成分と雑音成分とが加算された時系列信号として捉えた。そして、その中の雑音成分を取り除き、意味のある信号成分のみを取り出すために、フィルタリングの一手法であるカルマンフィルターを適用するアルゴリズムを示した。また、加速度記録から変位波を漸的に算出するとともに、雑音成分の特性とその除去の必要性を指摘することを試みた。

本研究で得られた成果を要約すると以下の通りである。

1. 本研究では、デジタル強震計そのものを一種の構造モデル(システム)と考え、地動とその記録が得られるまでの過程を、構造モデルに対する入出力関係として捉えた。そして、カルマンフィルターのアルゴリズムを用いて、入出力関係の定式化を行った。ただし、雑音成分としてはホワイトノイズのみを仮定した。
2. 強震計の加振実験で得られた記録から、本アルゴリズムに従って地動(入力)の推定を試みた。推定する状態変数に地動の加速度・速度・変位を組み入れ、それらが一度に求められるように定式化した。
3. 本手法は、高周波領域の雑音の除去には有効であったが、低周波領域に現れた雑音を除去するまでには至らなかった。これは主に、雑音成分としてホワイトノイズのみの存在を仮定したことによる。状態変数である速度・変位は、本質的に加速度の数値積分により逐次求められるため、これらの推定は加速度の推定に強く依存する。推定した入力波形には長周期の波が乗っており、特にドリフトの影響が大きいことが明らかになった。加速度フーリエスペクトルから、 $1/f$ の形状の雑音と考えられる成分が、約10秒以上の周期帯域で顕著に現れていた。

著者らは、本文中でも指摘したように、以下の点に留意して記録補正の改善を試みているが、その結果については別の機会に発表の予定である。

1. 本研究で推定した入力加速度に見られる長周期波の雑音は、電子計器によく現れる  $1/f$  雑音であるのか、あるいは本手法の数値計算上の誤差が積み重なった結果なのかを明らかにする。その際、実記録だけでなく、数値シミュレーションにより得た波形からも推定問題を取り扱い、本手法の精度を把握する。
2. 雑音成分の特徴(傾向)が明らかになれば、カルマンフィルターのアルゴリズムの定式化の中で、ホワイトノイズばかりでなく、推定波形に悪影響を及ぼす本質的な雑音の項を組み入れる。

## 謝辞

本研究を進めるに当たっては、武蔵工業大学工学部土木工学科の星谷勝教授ならびに丸山収助手のご協力をいただいた。また、強震計の技術資料に関しては、横井勇氏をはじめ東京測振(株)の方々たいへんお世話になった。ここに記して謝意を表する次第である。

## 参考文献

- 1) 井合進・倉田栄一・土田肇：強震記録のデジタル化と補正，港湾技研資料，第286号，1978年3月。
- 2) 後藤尚男・亀田弘行・杉戸真太・今西直人：デジタル・フィルターによるSMAC-B<sub>2</sub>加速度計記録の補正について，土木学会論文報告集，第277号，pp.57~69，1978年9月。
- 3) 川島一彦・高木義和・相沢興：数値化精度を考慮したSMAC-B<sub>2</sub>型強震計記録の計器補正法および変位計算法，土木学会論文報告集，第325号，pp.35~44，1982年9月。
- 4) 土岐憲三・澤田純男・中瀬仁・杉山和之：SMAC強震記録の長周期成分の補正法について，京都大学防災研究所年報，第30号B-2，pp.19~44，1987年4月。
- 5) 山田善一・野田茂・岡市明大：加振実験による長周期帯域での各種地震計記録の評価，構造工学論文集，Vol. 34A，pp.923~935，1988年3月。
- 6) 清水昭男・阿部健一・寺田倫康・嶋田剛・神山眞：高密度アレー地震観測での速度記録の検討，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.886~887，1987年9月。
- 7) 田村敬一・川島一彦・相沢興・高橋和之：地震時地盤ひずみの解析を目的とした個別記録方式によるデジタル強震計の記録精度，土木学会論文集，第392号/I-9，pp.367~375，1988年4月。
- 8) 伊津野和行・山田善一・野田茂・土井弘次：デジタル式強震計の動特性の推定と記録補正に関する検討，土木学会第43回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.930~931，1988年10月。
- 9) 日野幹雄：水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，pp.39~47，1974年1月。
- 10) 星谷勝・斉藤悦郎：拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用，土木学会論文報告集，第339号，pp.59~67，1983年11月。
- 11) 星谷勝：逆解析問題とカルマンフィルタ，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.553~554，1985年9月。
- 12) 清野純史・土岐憲三・佐藤忠信：応答波形を用いた構造物動特性の同定と入力波形の推定，第19回地震工学研究発表会講演概要，pp.149~152，1987年7月。
- 13) 星谷勝・丸山収：構造系に対する入力地震動の同定，第19回地震工学研究発表会講演概要，pp.145~148，1987年7月。
- 14) 東京測振(株)：強震計(SAMTAC-17)技術資料。
- 15) 有本卓：カルマン・フィルター，産業図書，1979年1月。
- 16) 片山徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983年4月。
- 17) 伊理正夫他7名：現代応用数学の基礎，第2巻，別冊・数学セミナー，日本評論社，1987年6月。
- 18) T. H. Wilmshurst 著(今井秀樹・河野隆二共訳)：電子計器における雑音除去・信号再生技術(原題 Signal Recovery)，啓学出版，1987年1月。

(1988年10月12日受付)