

底板の浮き上り変形をともなう円筒タンクの 地震時変形解析

SEISMIC DEFORMATION ANALYSIS OF UNANCHORED CYLINDRICAL TANKS
ACCOMPANIED WITH THE UPLIFT OF THE BOTTOM PLATE

頭井 洋* 新家 徹**
By Hiroshi Zui and Tohru Shinke

A large number of liquid storage tanks are supported directly on the foundation without anchor.

The part of the bottom plate is lifted during earthquake in such unanchored tanks and high values of stresses are accompanied in the uplifted part of the tank wall and the bottom plate.

This report shows a calculation method for those problems. The effects of the uplift and large deformation of the bottom plate are considered using the cell collocation method. A static tilt test of model tanks are carried out to assess this calculation method. A comparison between the computed and measured results showed a good agreement.

1. まえがき

石油タンクに多くみられるように アンカーされずに直接基礎上に設置される円筒タンクでは、地震時転倒モーメントにより隅底部の一部が浮き上り、剛なスラブにアンカーされたタンクとはかなり異なった挙動を示す。宮城県沖地震では、石油タンクのいくつかが破損したが、浮き上り、沈下の繰返しにより隅底部に過大な変形、応力を生じたことがその主要原因と考えられている¹²⁾。このようなアンカーのない円筒タンクの地震時の挙動は複雑で、十分に究明されていない。この方面のこれまでの研究として 微小変形の範囲で取扱ったものが多く、底板をウインクラ型のパネで支持された円板とみなし浮き上りを無視した解析的な研究^{1),2),3)} や、部分的な浮き上りを考慮した有限要素法による研究⁴⁾が行われている。さらに円筒部を剛体とみなし、浮き上り変形と基礎からの反力分布に簡単な仮定を設けて、浮き上り範囲や、側板軸圧縮力の計算手法を提示した D.P. Cloughの研究¹⁶⁾、API Appendix Eにも採用されている Wozniakらによる剛塑性耐力をもとにしたアニューラー板の設計公式⁵⁾やその応用による隅底部の耐震設計法の提案⁶⁾も行れ

* (株) 神戸製鋼所機械研究所, 主任研究員 (〒651 神戸市中央区脇浜町1丁目3-18)

** 工博 (株) 神戸製鋼所機械研究所, 次席研究員 (〒651 神戸市中央区脇浜町1丁目3-18)

ている。しかし、これらの研究は、底板を梁置換したり、底板の大撓みや膜力を無視した解析がほとんどで、破壊に至るような大変形下での円筒タンクの地震時挙動を取扱った研究は少ない。最近、円筒部は剛体とみなし、浮き上り変形や浮き上り抵抗力の分布に簡単な仮定を設け、底板を完全弾塑性梁に置換した解析¹³⁾が報告されている。また、有限要素法により円筒シェルおよび底板を板要素に分割し底板の浮き上りやすべり、大撓み、弾塑性等の非線形性を考慮した解析⁷⁾も報告されている。

有限要素法は、構造や境界条件を任意に取扱える等の利点を有する反面、地震時の円筒タンクの浮き上り変形解析のような問題に適用すると、底板部は軸対称構造としての取扱いができなくなることから自由度が大きくなり、計算時間が相当かかる。一方、重み付き残差法の一つである Cell Collocation Method⁸⁾

(以下 CCM と略称する) は、差分法と同じ微分方程式の直接解法であり、有限要素法のような数値積分を必要とせず、自由度もかなり低減できる。また局所座標として任意の曲線座標を用いることができ、離散化のための分割間隔も一定にする必要がない等の利点を有する。

本文では以上のような数値計算上の利点を有する CCM を応用して アンカーのない円筒タンクの地震時における浮き上り変形解析を行う。底板は、ウインクラ型鉛直バネおよび水平バネで支持された円板とみなし、大撓みや浮き上り、すべりを考慮して CCM により離散化した定式化を行う。一方円筒シェル部は、計算効率の上から微小変位を仮定し、文献 3) と同様、軸対称構造の境界値問題としての数値解析法¹⁰⁾を適用する。そして両者を 側板下端と底板の接合部における変形の適合条件式と力の釣合い条件式より連立させて全体の解析を行う。このようにして開発した数値計算法の妥当性を検証するため、模型タンクによる静的な傾斜実験を実施し、数値計算との比較を行った。

2. 理論解析

(1) 仮定と記号

底板の浮き上り、すべりおよび大撓みを考慮して円筒タンクの変形・応力解析を行うにあたり以下の仮定を用いた。

- (a) 材料の応力とひずみは弾性関係にある。
- (b) 円筒シェル部の大変形の影響は無視できる。
- (c) タンクを支持する基礎は、ウインクラ型鉛直バネおよび水平バネで表示できる。

円筒シェル部についても、正確には大変形を考慮すべきであるが、本文で注目しているのは隅底部の挙動でありこの部分に円筒シェルの大変形が及ぼす影響は比較的小さいと考えられることと、計算の効率の上から、上記(b)の仮定を導入した。

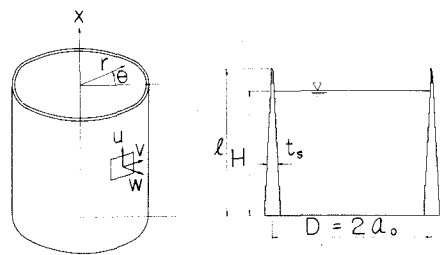


図1 円筒タンクの座標系と記号

図1に 本文で用いた座標系とタンクの諸元を表わす記号を示す。また図2に円筒シェルおよび底板の微小要素の断面力および断面モーメントを示す。

(2) 円筒シェルの解析

文献9)と同様、Timoshenkoの薄肉円筒シェルの基礎方程式から、周方向 Fourier級数展開により軸方向座標のみに関する正規形常微分方程式を導びくこととなる。

$$\frac{dZ^{(k)}}{dx} = A^{(k)} \cdot Z^{(k)} + P_S^{(k)} \quad (1)$$

式(1)で(k)はk次の Fourier級数の係数であることを示す。Z^(k) は状態量ベクトルで

$$Z^{(k)} = \{u, v, w, w', M_x, V_x, S_{\theta x}, N_x\}^T \quad (2)$$

である。ここに

$$w' = dw/dx, \quad V_x = Q_x + \partial M_{\theta x}/a \cdot \partial \theta, \quad S_{\theta x} = N_{\theta x} - M_{\theta x}/a$$

である。また P_S^(k) は荷重ベクトルで次式で与えられる。

$$P_S^{(k)} = \{0, 0, 0, 0, -P_r, -P_{\theta}, -P_x\}^T \quad (3)$$

A^(k) は8行8列の係数マトリクスである。

式(1)の解法として、文献3)と同様、係数マトリクスの固有値解析により数値的に境界値問題の一般解を求め、一般解に含まれる定数係数を境界条件より求める方法¹⁰⁾を用いた。この部分の解析の詳細は文献10)に示されているので、ここでは概要のみを示す。

係数マトリクスA^(k)

は Jordan 標準形を

D^(k)として次式に分解される。

$$A^{(k)} = R^{(k)} \cdot D^{(k)} \cdot (R^{(k)})^{-1} \quad (4)$$

ここで

D^(k): A^(k) の固有値を対角成分にもつ (8×8) のマトリクス

R^(k): D^(k) の固有値に対応する固有ベクトルおよび主要ベクトルを列成分に持つ (8×8) のマトリクス

式(4)を用いると式(1)の境界値問題の一般解 Z^(k)(x) は、次式で表わされる。

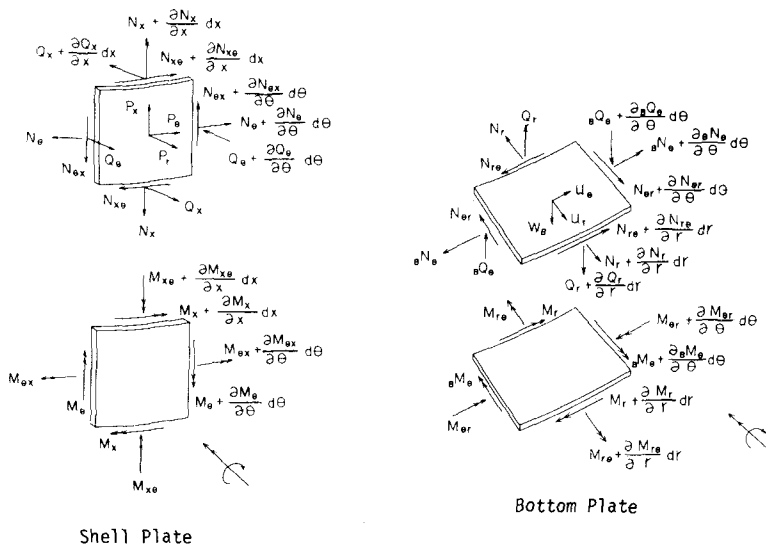


図2 円筒シェルおよび底板の断面力および断面モーメント

$$Z^{(k)}(x) = R^{(k)} \cdot e^{D^{(k)} \cdot x} \cdot d_s^{(k)} + R^{(k)} \cdot e^{D^{(k)} \cdot x} \int_0^x e^{-D^{(k)} \cdot s} \cdot (R^{(k)})^{-1} \cdot P_s^{(k)}(s) ds \quad (5)$$

ここで $d_s^{(k)}$ は境界条件より定まる未知定数ベクトルである。式(5)の右辺第2項は特解で荷重ベクトル $P_s^{(k)}$ を与えれば、数値積分より計算できる¹⁰⁾。円筒シェル部については板厚の変化するごとに分割し、上端および下端での境界条件と分割点において変位・断面力が連続する条件より未知定数ベクトル $d_s^{(k)}$ が決定できる。未知定数ベクトルが決定できると、任意位置における変位・断面力は式(5)より求められる。

(3) アニユラー板および底板の解析

(a) 基礎方程式

アニユラー板および底板はウインクラ型のパネで支持された円板とみなしてCCMにより解析する。大撓み項を含む円板の微分方程式は、図1、2の座標系で次のように与えられる¹¹⁾。

面外方向の釣合い式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 M}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial M}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 M}{\partial \theta^2} - k_V w_B \\ & = -q(r, \theta) - \left\{ N_r \frac{\partial^2 w_B}{\partial r^2} + N_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_B}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_B}{\partial \theta^2} \right) + 2N_{r\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_B}{\partial r \cdot \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right) \right\} \quad (6) \\ & \frac{\partial^2 w_B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_B}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_B}{\partial \theta^2} + \frac{M}{D_B} = 0 \quad (7) \end{aligned}$$

面内方向の釣合い式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1 - \nu_B}{2r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{1 + \nu_B}{2r} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r \cdot \partial \theta} - \frac{3 - \nu_B}{2r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{k_H(1 - \nu_B^2)}{E_B t_B} u_r \\ & = - \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial^2 w_B}{\partial r^2} \right) - \frac{1 + \nu_B}{2r^2} \left(\frac{\partial^2 w_B}{\partial r \cdot \partial \theta} \right) \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right) - \frac{1 - \nu_B}{2r^2} \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial^2 w_B}{\partial \theta^2} \right) \\ & \quad + \frac{1 + \nu_B}{2r^3} \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{1 - \nu_B}{2r} \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right)^2 \quad (8) \\ & \frac{3 - \nu_B}{2r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{1 + \nu_B}{2r} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r \cdot \partial \theta} - \frac{1 - \nu_B}{2r^2} u_\theta + \frac{1 - \nu_B}{2r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1 - \nu_B}{2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} \\ & \quad - \frac{k_H(1 - \nu_B^2)}{E_B t_B} u_\theta = - \frac{1}{r^3} \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right) \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta^2} \right) - \frac{1 - \nu_B}{2r} \left(\frac{\partial^2 w_B}{\partial r \cdot \partial \theta} \right) \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right) \\ & \quad - \frac{1 - \nu_B}{2r^2} \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right) - \frac{1 - \nu_B}{2r} \left(\frac{\partial^2 w_B}{\partial r^2} \right) \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

(断面力と変位の関係式)

$$\left. \begin{aligned} M_r &= -D_B \left\{ \frac{\partial^2 w_B}{\partial r^2} + \nu_B \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_B}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_B}{\partial \theta^2} \right) \right\} \\ B_M \theta &= -D_B \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial w_B}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_B}{\partial \theta^2} + \nu_B \frac{\partial^2 w_B}{\partial r^2} \right\} \\ M_{r\theta} &= M_\theta r = -(1 - \nu_B) D_B \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w_B}{\partial r \cdot \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} N_r &= \frac{E_B t_B}{1-\nu_B^2} \left\{ \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\nu_B u_r}{r} + \frac{\nu_B}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right)^2 + \frac{\nu_B}{2r^2} \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \\ N_\theta &= \frac{E_B t_B}{1-\nu_B^2} \left\{ \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \nu_B \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\nu_B}{2} \left(\frac{\partial w_B}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right)^2 \right\} \\ N_{r\theta} &= \frac{E_B t_B}{2(1+\nu_B)} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_B}{\partial r} \cdot \frac{\partial w_B}{\partial \theta} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(6)~(11)で、 t_B はアニュラー板もしくは底板の板厚、 E_B は弾性係数、 ν_B はポアソン比、 $D_B = E_B t_B^3 / 12 (1 - \nu_B^2)$ 、 k_V = 基礎の鉛直方向バネ定数、 k_H = 基礎の水平方向バネ定数である。また、式(6)のMは、次式で定義される合モーメントである。

$$M = (M_r + M_\theta) / (1 + \nu_B) \quad (12)$$

式(6)、(7)は CCMを適用するため、面外方向の釣合い式を2階の連立微分方程式で表している。また、式(6)~(9)で大撓み効果を表わす非線形項は、すべて右辺の荷重項にもってこることにより線形方程式としている。

(b) CCMによる基礎方程式の数値解析

本文では、式(6)~(9)の微分方程式の数値解析法としてCCMを適用する。いま、対象としている円筒タンクは軸対称構造であり、作用する荷重は軸対称荷重である静液圧および鉛直地震による動液圧と周方向に $\cos\theta$ 分布する水平地震による動液圧である。したがって荷重により生じる変形・応力は $\theta = 0, \pi$ の面に関し対称となる。これを利用して、アニュラー板・底板の半円部分を取り出し、これを図3に示すように小領域 (Cell) に分割する。CCMでは、図3(b)に示すような9個の節点からなるCellごとに局所座標系 $\xi_a - \xi_b$ を規定し、Cell内の未知数UをLagrangeの補間関数 ϕ を用いて次式で近似する。

$$U = \Phi^T \cdot U \quad (13)$$

Uは未知数Uの各節点における値である。

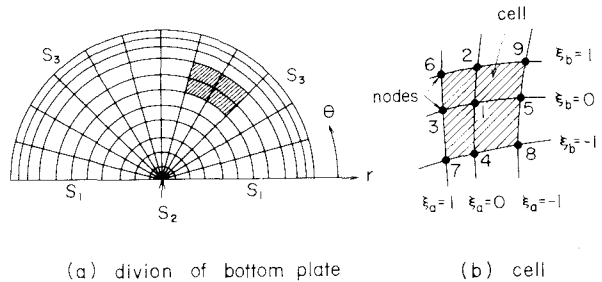
$$U = \{U_1, U_2, \dots, U_9\}^T \quad (14)$$

式(13)と同様の補間関数を用いてCell内の座標 $r - \theta$ は次式で表示できる。

$$\left. \begin{aligned} r &= \Phi^T \cdot \mathbf{r} \\ \theta &= \Phi^T \Theta \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)で \mathbf{r} と Θ は、9個の節点の r, θ 座標値である。

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \{r_1, r_2, \dots, r_9\}^T \\ \Theta &= \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_9\}^T \end{aligned} \quad (16)$$



(a) division of bottom plate (b) cell

図3 底板の分割とCell要素

未知数Uの r, θ による偏微分と ξ_a, ξ_b による偏微分の間には次式の関係がある。

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial U}{\partial \xi_a} \frac{\partial \xi_a}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial \xi_b} \frac{\partial \xi_b}{\partial r} \quad (17)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\partial U}{\partial \xi_a} \frac{\partial \xi_a}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial \xi_b} \frac{\partial \xi_b}{\partial \theta} \quad (18)$$

式 (17), (18) は次のように表示できる。

$$U_{,i} = T_i^m \cdot U_{,m} \quad (19)$$

ここで添字の i と m はそれぞれ全体座標系 $r-\theta$ と局所座標系 $\xi_a-\xi_b$ 座標に対応している。同様に2次の偏微分は次式で表示できる。

$$U_{,ij} = T_i^n T_{i,n}^m U_{,m} + T_j^n T_i^m U_{,mn} \quad (20)$$

T_i^n や $T_{i,n}^m$ は、 r, θ の ξ_a, ξ_b による偏微分項より計算できる。⁸⁾

詳しくは文献8)に示されているのでここでは省略する。式 (19), (20) を式 (6), (7), (8), (9) に代入すると、基礎方程式が局所座標系に変換される。さらに、未知数U (ここでは、 w_B, M, u_r, u_θ) の局所座標に関する偏微分を式 (21) を用いて、Cell 内の9個の節点におけるUの値で表せば、基礎方程式は節点における未知数に関する連立代数方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \xi_a} &= \frac{\partial \Phi^T}{\partial \xi_a} \cdot U, \quad \frac{\partial U}{\partial \xi_b} = \frac{\partial \Phi^T}{\partial \xi_b} \cdot U, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_a^2} &= \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi_a^2} \cdot U, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_a \partial \xi_b} = \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi_a \partial \xi_b} U, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_b^2} = \frac{\partial^2 \Phi^T}{\partial \xi_b^2} U \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式 (21) は、式 (13) より得られる。式 (21) よりCell 内の任意節点における $\partial U/\partial \xi_a, \partial U/\partial \xi_b$ 等が計算できる。図2(b)を参照して、中央点1 ($\xi_a = \xi_b = 0$) における $\partial U/\partial \xi_a, \partial U/\partial \xi_b$ 等は、差分法より得られる表現と一致することがわかる。境界条件は図3(a)のそれぞれの境界に対し次のように与えている。

i) 対称境界 (図3(a) S_1)

$$\frac{\partial u_r}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial w_B}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial \theta} = 0, \quad u_\theta = 0 \quad (22)$$

ii) 内側境界 (図3(a) S_2)

$$u_r = 0, \quad u_\theta = 0, \quad M = 0, \quad w_B = w_{B0} \quad (23)$$

iii) 円筒シェルとの結合境界

$$\frac{\partial w_B}{\partial r} = w', \quad \bar{Q}_r = N_x + \Delta Q_r, \quad N_r = V_x, \quad N_r \theta = S \theta_x \quad (24)$$

式 (23) で w_{B0} は静液圧と中央における基礎の鉛直方向バネ定数 k_v より定まる w_B の初期値である。式 (24) で \bar{Q}_r は境界における換算せん断力で次式より得られる。

$$\bar{Q}_r = Q_r + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta} = \frac{\partial M}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta} \quad (25)$$

また式 (24) 右辺の $w', N_x, V_x, S_{\theta x}$ はシェル下端の回転角および断面力, ΔQ_r はアニュラー板張り出し部が分担するせん断力である。式 (22) ~ (24) も式 (19), (20) を用いて局所座標系に変換し、さらに式 (21) を用いて節点における未知数に関する連立代数方程式とする。以上のようにして、図 3(a) の全節点における未知数 u_r, u_{θ}, w_B, M に関する代数方程式が得られる。面内方向に関しては u_r と u_{θ} の連立方程式となり、面外方向に関しては w_B, M の連立方程式となる。荷重項に含まれる非線形項は、繰返し計算において前回の計算より求まる値を用いる。

(c) 浮き上りおよびすべりの判定と処理

アニュラー板あるいは底板の浮き上りの判定は鉛直変位 w_B の正負で行い、 w_B は下向きを正としているので

$$w_B \leq 0 \quad (26)$$

の場合は浮き上りが生じているものとして式 (6) の右辺荷重項に $-k_v w_B$ を加えることにより浮き上りを考慮している。またすべりの判定は次式により行っている。

$$\sqrt{N_r^2 + B N_{\theta}^2} \geq \mu_s k_v w_B \quad (27)$$

式 (27) で μ_s はアニュラー板および底板と基礎地盤間の摩擦係数である。すべりが生じた場合の処理も式 (8), (9) の右辺荷重項に $-k_H(1-\nu_B^2) u_r/E_{BTB}$, $-k_H(1-\nu_B^2) u_{\theta}/E_{BTB}$ を加えることにより行っている。

(d) アニュラー板張り出し部の取扱い

張り出し部が浮き上っている場合は、張り出し部の断面力の分担は無いが、めり込んでいる場合せん断力 ΔQ_r と曲げモーメント ΔM_r が生じ円筒シェルとの結合部における力の釣合いに考慮する必要がある。本文では結合部における鉛直変位 w_B と回転角 dw_B/dr を与えて文献 3) で報告した線形解析より $\Delta Q_r, \Delta M_r$ を求めている。

(4) 全体系の解析

円筒シェルの解析とアニュラー板および底板部の解析とを結合して全体系の解析を行うため、以下のような手順で計算を行っている。

円筒シェル部については、周方向に Fourier 級数展開された各次数ごとに式 (5) を解くことになるが、未知定数ベクトル $d_s^{(k)}$ を求める際の境界条件として次の境界条件を用いる。

$$\text{上端 (} x = \ell \text{) で } \quad M_x = 0, V_x = 0, S_{\theta x} = 0, N_x = 0 \quad (28)$$

$$\text{下端 (} x = 0 \text{) で } \quad u = -w_B, v = u_{\theta}, w = u_r, M_x = M_r - \Delta M_r \quad (29)$$

式 (28) で w_B, u_r, u_{θ} は結合部におけるアニュラー板の変位, $M_r, \Delta M_r$ はアニュラー板の曲げモーメント, 張り出し部アニュラー板の曲げモーメントである。式 (5), (28), (29) と各シェル要素間における変位・断面力の連続条件より次式が得られる。

$$y_B = K_B \cdot z_B + P_B \quad (30)$$

$$y_B = \left\{ w', N_x, V_x, S_{\theta x} \right\}_{x=0}^T \quad (31)$$

$$z_B = \{w_B, u_\theta, u_r, M_r - \Delta M_r\}^T \quad (32)$$

K_B, P_B は、それぞれ 4×4 のマトリクス、 4×1 のベクトルで $R^{(k)}, (R^{(k)})^{-1}, D^{(k)}, P_S^{(k)}$ よりあらかじめ求めておくことができる。

計算の手順として荷重漸増法を用い、各荷重ステップごとに、まず文献3)の線形解析より求まる y_B あるいは前回の計算ステップより計算される z_B を式(30)に代入して求まる y_B を初期境界条件としてアニュラー板および底板部の解析を行う。その際、浮き上り、すべりおよび大撓みを考慮しているため、得られた変位が収束するまで計算を繰返す。その結果としてえられる z_B を用いて式(30)より y_B を求め直し再度アニュラー板および底板部の解析を行う。この計算を y_B が収束するまで繰返し、収束したら次の荷重ステップへ進む。繰返し計算のステップに入る前に、アニュラー板および底板部の連立代数方程式の前進消去および円筒シェル部の $R^{(k)}, (R^{(k)})^{-1}, D^{(k)}, K_B, P_B$ 等の計算を行っておけば、繰返しステップの計算ではアニュラー板および底板部の連立代数方程式の後代入および式(30)のマトリクスの乗算のみの計算を行えばよく効率的な計算を行える。

3. 静的傾斜実験

ここでは、本文の理論の妥当性を検討するために行った模型タンクによる静的傾斜実験について述べる。本文で対象としている円筒タンクの地震時隅底部挙動の問題では、タンクの高さと直径の比 l/D 、円筒シェルの板厚と直径の比 t_s/D 、アニュラー板と側板の板厚比 t_B/t_s 、地盤の剛性を表わす k_{va}/E 等が重要な無次元量となる。これらの無次元パラメータをできるだけ実際の円筒タンクで考えられる値に近くなるように模型を製作した。

(1) 模型タンクの諸元と製作方法

図4に模型タンクの寸法を示す。

A-Tank は $l/D = 0.875$ 、B-Tank は $l/D = 0.53$ とし、ともに $t_B/t_s = 1$ 、 $t_s/D = 1/2670$ としている。また材料にはアルミ合金 Al 5052 を用いている。材料の公称 0.2%耐力は 191 MPa (19.5 kg/mm²) である。溶接による残留変形をできるだけ少なくするため側板は一板の板を突合せ溶接し、底板との接合はスポット溶接と接着材より行っている。また側板上部の補強アングルとの接合にもスポット溶接を用いている。

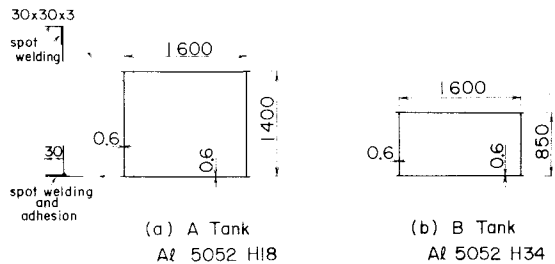


図4 模型タンクの寸法

(2) 実験方法

十分に堅固な支持台を偏心支持し、この支持台上に地盤を模擬した厚さ50mmのゴム(硬度55)を乗せ、その上に模型タンクを設置した。載荷試験より求めたゴムマットのバネ定数は $k_v = 59 \text{ MN/m}^3$ (6 kgf/cm³) であった。テンションバーにより水平を保ったまま所定の深さまで水を入れた後テンションバーをゆるめながら支持台を傾斜させた。液深はAタンク100cm、Bタンク60cmとした。傾斜角度は高精度傾斜計により測定した。写真-1に実験状況を示す。側板下端鉛直変位と側板上部アングルの法線方向変位を周方向各位置で(30°ピッチで計13点)、また、側板上部アングルの $\theta = \pm 90^\circ$ における接線方向変位を差動型変位計

により測定した。側板下端底版の浮き上り範囲はすきまゲージにより測定した。また下端より10cmの側板に30°ピッチで3軸ゲージを、 $\theta = 0^\circ$ と $\theta = 180^\circ$ の隅底部には2軸ゲージを、 $\theta = \pm 90^\circ$ の底版には3軸ゲージを貼付してひずみを測定した。

(3) 実験結果と数値計算との比較

(a) 各傾斜角度における変形過程

図5に、 $\theta = 0^\circ$ (沈下側) と $\theta = 180^\circ$ (浮き上り側) における側板下端の鉛直変位と傾斜角度の関係を示す。実験値と計算値は、良く一致しているといえる。当然のことながら、 H/D の大きなAタンクの方がBタンクに比べ α_i の小さい段階から浮き上り変形が生じ、その値も H/D の小さいBタンクよりかなり大きくなっている。

図6には、 $\theta = \pm 90^\circ$ における側板上部アングルの接線方向変位と傾斜角度の関係を示す。実験値は $\theta = 90^\circ$ と $\theta = -90^\circ$ の計測値の平均値を示している。この場合も実験値と計算値はよく一致している。

図5の傾斜実験の結果を、水平地震動による浮き上りロッキング挙動と関連づけるため次のように整理しなおしてみる。静的傾斜による転倒モーメントは次式で表される¹⁴⁾。

$$M_{BS} = (\pi/2) \gamma_L a^4 \sin \alpha_i \left\{ (H/a)^2 + (1/4) \tan^2 \alpha_i \right\} \quad (33)$$

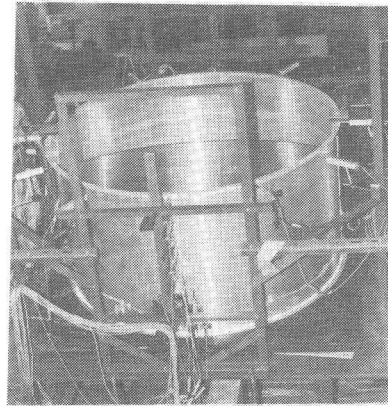


写真1 傾斜実験の状況

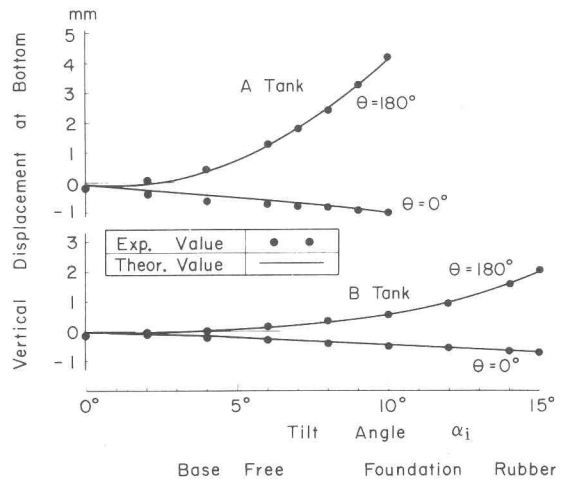


図5 円筒タンク下端の鉛直変位と傾斜角度の関係

一方、水平地震動による転倒モーメントは近似的に次のように与えられる¹⁵⁾。

$$M_{Bd} = m_r H_{re} \beta_a (\ddot{u}_g)_{max} \quad (34)$$

式(34)で m_r は固定液質量, H_{re} は固定液質量の等価高さ, β_a は基本固有周期と応答スペクトルより定まる加速度の応答倍率, $(\ddot{u}_g)_{max}$ は最大地表面加速度である。式(33)と(34)はともにタンク自重の影響を無視している。式(33)と(34)とを等しいとおいて転倒モーメントと浮き上りによるロッキング変形との関係として図5を整理しなおしたものが図7である。図7で縦軸は水平地震動による転倒モーメントを固定液に作用する水平加速度 $\beta_a (\ddot{u}_g)_{max}$ と重力加速度 g の比(修正震度に相当)を単位として表示している。ここでは静的な傾斜実験による転倒モーメントを地震時の動的な転倒モーメントと等価としているので $\beta_a (\ddot{u}_g)_{max}$ は応答加速度の静的換算量を表している。また横軸のロッキング回転角 ψ_r は $(u_{\theta=0} - u_{\theta=\pi})/D$

を表わしている。ここで $\psi_0=0$ および $\psi_0=\pi$ は図5に示した $\theta=0^\circ$ と $\theta=180^\circ$ における側板下端の鉛直変位である。

図7には参考のため浮き上りを無視した場合の線形関係¹⁵⁾を破線で示した。図7より次のようなことがいえる。

$H/D=0.625$ とやや大きな液深・高さ比を有するAタンクでは、修正震度が0.15より小さい間は、 M_B と ψ_r は、ほぼ線形関係にあり修正震度が0.2を越ると浮き上り変形によりかなり強い非線形性を示す。一方、 $H/D=0.375$ とやや小さな液深・高さ比を有するBタンクでは、修正震度が0.2程度まではほぼ線形性を保ち、0.3を越るとやはり非線

形性が強く表われてくる。A、Bタンクともに修正震度が小さい間は、浮き上りを無視した場合の線形回転バネにより転倒モーメントとロッキング回転角との関係を表わすことができる。

図7の転倒モーメントとロッキング回転角との関係は、浮き上

りによる非線形を考慮したロッキング振動の解析の際の回転剛性として使用できる^{13),15)}。

図8には、Aタンク ($\alpha_i=10^\circ$)、Bタンク ($\alpha_i=15^\circ$) それぞれの側板下端円周方向各位置における鉛直変位を示す。また図9には、Aタンク ($\alpha_i=10^\circ$)、Bタンク ($\alpha_i=15^\circ$) それぞれの側板上端アングルの円周方向各位置における法線方向を示す。図8、9においても実測値と計算値は良い対応を示している。図8、9より次のようなことがわかる。 H/D のやや大きなAタンクでは浮き上り変形にともない側板上部の法線方向変位に $\cos 2\theta$ 成分が大きく表われており、側板下端の鉛直変位の周方向分布は、 $\theta = \pm 75^\circ$ あたりから生じた浮き上り変形が、 $\theta = 180^\circ$ に近づくにつれ加速度的に大きくなっている。一方 H/D のやや小さなBタンクでは、側板上部の法線方向変位の周方向分布は、ほぼ $\cos\theta$ 分布に近く、側板下端の鉛直変位は、 $\theta = \pm 70^\circ$ あたりから生じた浮き上り変形が $\theta = 180^\circ$ に近づくにつれ漸増するが $\theta = 150^\circ$ あたりから増加の程度が緩慢になっている。このように、浮き上り変形にともなう円筒部の弾性変形は H/D の相違によりかなり異なった挙動を示す。したがって、浮き上り挙動の解析に際して円筒部を

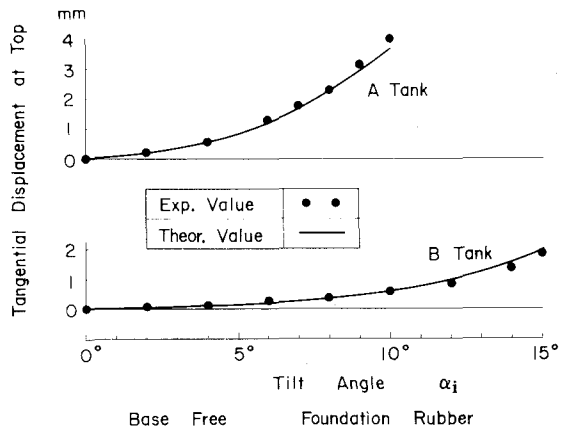


図6 側板上部 () の接線方向変位と傾斜角度の関係

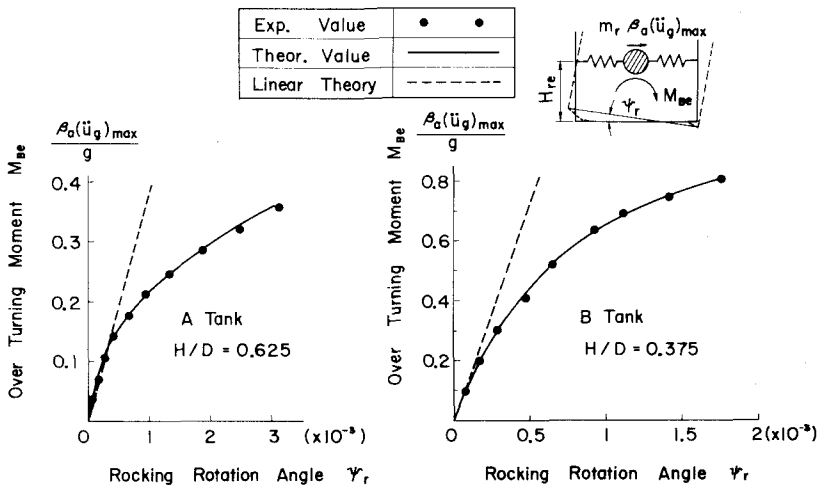


図7 転倒モーメントのロッキング回転角の関係

剛体として扱うには無理があり、円筒部の変形が重要な役割を果たすと考えられる。

図10には、A、B両タンクの底板の浮き上がり領域を示した。この場合も、計算値は実測値よりやや小さめであるが、実測値とほぼ一致している。本実験モデルでは、やや厚めの底板を用いているが、それでも浮き上がり領域は側板直下の狭い範囲に限られている。

以上示したように、本文の計算式は変形に関しては実測値とかなり良い一致を示しており、浮き上りにともなう弾性変形に対し妥当な解を与えるものと考えられる。

(b)隅底部近傍に生じる応力

図11に側板下端より100mmの位置における側板軸方向膜力 N_x とせん断力 $N_{\theta x}$ の周方向分布を示す。図11より、せん断力については実験値と計算値とは良く一致していることがわかる。軸方向膜力については、分布の状況はほぼ一致しているものの浮き上り側で、実験値は計算値よりやや大きな値となっている。

図12に、沈下側 ($\theta = 0^\circ$) および浮き上り側 ($\theta = 180^\circ$) の隅底部の軸方向膜力分布および軸方向曲げ応力分布を示す。側板膜力と浮き上り側底板の膜力および曲げ応力については実験値と計算値は比較的良く一致している。沈下側の底板膜力と曲げ応力については実験値の方が計算値に比べかなり大きくなっており、側板の曲げ応力については沈下側、浮き上り側ともに実験値の方が計算値より小さくなっている。

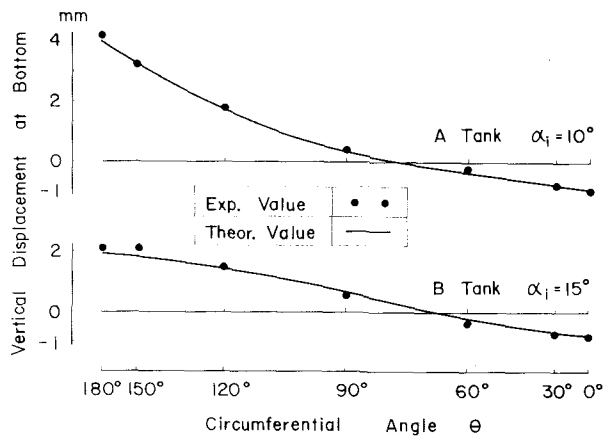


図8 側板下端周方向各位置の鉛直変位

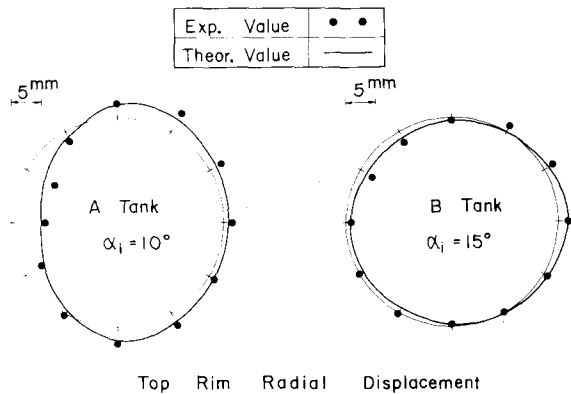


図9 側板上端周方向各位置の法線方向変位

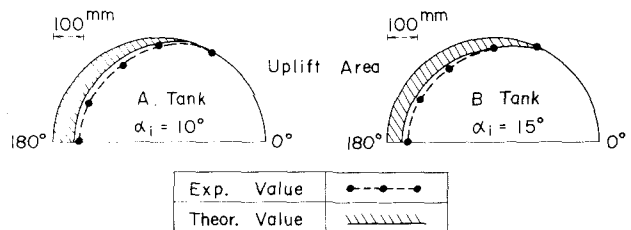


図10 底板の浮き上がり領域

以上示したように応力については実験値と計算値との対応は必ずしも良くない。この理由としては実験値には、底板の一部が最初わずかではあるが部分的に浮き上がっているなど初期不整の影響が含まれており応力分布は、この影響を大きく受けやすいこと、基礎の鉛直バネおよび水平バネをすべての位置で一定とし、かつ線形のバネ定数を用いていることなどが考えられる。しかし、本文の計算法は、強度計算上重要な底板の浮き上りによる底板曲げモーメントの増大や浮き上り大撓みによる底板膜力の増大などについてはほぼ妥当な解を与えていると考えられる。図12よりわかるように、浮き上り側の底板には、かなり大きな軸方向膜力および曲げ応力が生じている。また、これにともない図12に示さなかったが実験値、計算値ともに浮き上り側の側板下端にはかなり大きい周方向圧縮膜力が生じている。なお、本文は弾性解析であるが、図12の計算による最大曲げ応力 (116 MPa) は、材料の公称 0.2%耐力 (191 MPa) を下回っている。

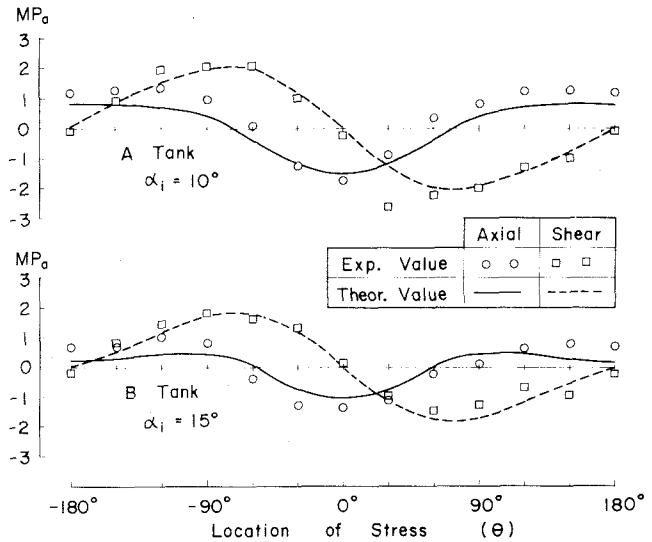


図11 側板下端 (x = 100 mm) における側板軸方向膜力とせん断力の周方向分布

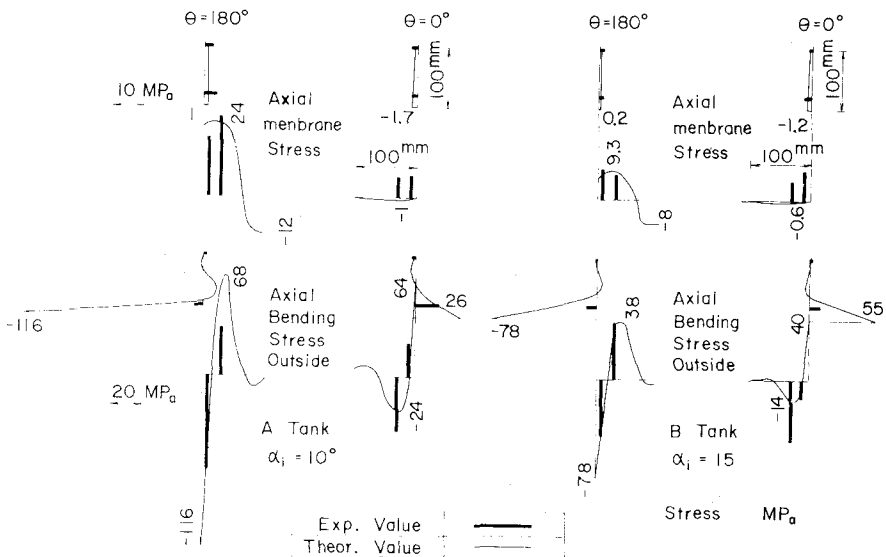


図12 沈下側 ($\theta = 0^\circ$) および浮き上り側 ($\theta = 180^\circ$) の隅底部応力分布

4. あとがき

アンカーのない円筒タンクの地震時転倒モーメントによる底板の浮き上り挙動に関し、静的な解析と傾斜実験とを行い、以下の知見を得た。

- (1) 底板の大撓み効果と浮き上り、すべりを考慮したCCMによる解析は、変形に関しては傾斜実験の結果と良く一致する。また、実験結果によると、浮き上りにより隅底部曲げモーメントや底板膜力の増大が観測された。計算値は、これらの現象をかなり良く説明できる。
- (2) 浮き上り挙動は、液深とタンク直径との比 H/D によりかなり異なった挙動を呈する。また円筒部の変形の影響を強く受け、円筒部を剛体とみなすには無理がある。
- (3) 転倒モーメントとロッキング回転角との関係は、転倒モーメントが小さい間は、浮き上りを無視した線形の回転剛性により関係づけられる。しかし、 $H/D=0.625$ のタンクで修正震度が0.2程度、 $H/D=0.375$ のタンクで修正震度が0.3程度を越えると、転倒モーメントと回転角の間には強い非線形性が表われてくる。

浮き上り挙動をともなう円筒タンクの地震時挙動は、強い非線形性を併うので、修正震度法に基づく現行の耐震設計法の根本からのみなおしが必要であり、残された課題は多い。

終りにあたり、傾斜実験および数値計算に協力していただいた(株)神戸製鋼所の西村春久氏、三村裕一氏に深く感謝致します。

参考文献

- 1) 河野和間：鋼製円筒タンク底隅角部の応力解析，建築学会論文報告集，第245号，1976
- 2) 小林信之：タンク隅底部の応力解析，石川島播磨技報，第16巻第6号，1976
- 3) 頭井 洋他：平底円筒タンクの地震時隅底部応力解析，圧力技術，Vol. 20, No. 6, 1982, Vol. 21, No. 3, 1983
- 4) 佐々木康夫他：基礎地盤に部分的なタンク不支持領域を有する場合の円筒形石油貯槽タンクの有限要素法による構造解析，日本海事協会誌，No. 163, 1978
- 5) Wozniak, R. S. and W. W. Mitchell : Basis of seismic design provisions for welded steel tanks, Refining Dept, API, 1978
- 6) 安藤 柱他：鋼製平底円筒貯槽隅角部の耐震設計法に関する研究，圧力技術，Vol. 19, No. 4, 1981
- 7) 岡本晴仁他：鋼製平底円筒貯槽の耐震構造強度の研究 その3 FEMによる非線形解析，圧力技術，Vol. 20, No. 4, 1982
- 8) Lau, P. C. and C. A. Brebbia : The cell collocation method in continuum mechanics, Int. J. mech. Sci., Vol. 20, 1978
- 9) 頭井 洋，新家 徹：壁面に初期不整を有する円筒タンクの地震応答解析，土木学会論文報告集，第350号，1984
- 10) 中村秀治：円筒，円錐形状をもつ管路のシェルとしての応力解析，土木学会論文報告集，第285号，1979

- 11) Timoshenko S. P. and S. Woinowsky-Krieger : Theory of plates and shells, McGraw-Hill, 1959
- 12) Kawano, K. et al : Damage of oil storage tanks for off Miyagi prefecture earthquake of June 12, 1978, 7th World Conf. on Earthquake Engineering, 1980
- 13) 小林信之, 石田和雄 : アンカーのない円筒タンクのロッキングに対する耐震解析法 (第1報, 転倒モーメントによるタンク底板浮き上り変形), 機械学会論文集 (A編) No. 83-0196, 1984
- 14) Clough, R. W and A. Niwa : Static tilt test of a tall cylindrical liquid storage tank, University of California Berkeley, EERC 79/06, 1979
- 15) 頭井 洋, 新家 徹 : ロッキング及びスウェイを考慮した円筒タンクの耐震解析, 圧力技術, Vol. 20, No. 3, 1982
- 16) Clough, D. P. : Experimental evaluation of seismic design methods for broad cylindrical tanks, University of California Berkeley, EERC-77/10, 1977