

## 擬静的解析による斜面上基礎の地震時支持力

SEISMIC BEARING CAPACITY OF A FOUNDATION NEAR A DOWN-HILL SLOPE BY PSEUDO-STATIC ANALYSIS

能町純雄\* 澤田知之\*\* 松岡健一\*\*\* 岸徳光\*\*\*\*

BY Sumio G. NOMACHI, Tomoyuki SAWADA, Kenichi G. MATSUOKA and Norimitsu KISHI

The finite element technique may be a mighty way to find deformation of the element in the structure and evaluate its safety through the computation. It may, however, be far more difficult and complicated to find a progressive failure concerning soil structures. The conventional pseudo-static approach is indeed a simple way to compute the upper limit of a slope under seismic load but may not inform of a sliding displacement as such. In this paper, an upper-bound technique of the limit analysis is used to find bearing capacity of a foundation near a down-hill slope is discussed upon the assumptions that a logarithmic spiral rupture starts at an edge of the loaded area far from the slope, a sliding part of soil behaves as a rigid body and inertia force acts at its center of gravity. The expression that the rate of kinematic energy of the sliding soil block together with the load should be equal to the dissipation of internal energy rate along the sliding line, leads to the equation of ultimate load by optimizing the various parameters in it. Thus obtained numerical results are compared with those by Kötter's method as well as a kind of finite element method.

### 1. まえがき

斜面上基礎の極限支持力を理論的に推定する方法には、弾塑性体要素<sup>1)</sup>あるいは剛体バネ要素<sup>2,3)</sup>による有限要素法解析および境界要素法解析などが広く用いられつつある。これらの方法は設計指針を良い精度で与え得るものであるが、解析には、かなり煩瑣な計算を必要とし、演算量も大きなものとなるのは避けられない。また、それぞれの精度の問題もあり、どの段階を上界とするか、特に地震時における安全率の決定について一定の規準を得るに至っていないと思われる。現在の試案<sup>5)</sup>では、支持力は道路橋示方書等による支持力公式の支持力係数に斜面の影響を示す補正係数を乗じた式で算定される。

本論文では、極限解析の上界法<sup>4)</sup>を用いて、図-1に示すような斜面上基礎に荷重が作用する場合の限界荷重( $P_c$ )を斜面の形状を表わす $\theta_0$ 、 $\theta_h$ を媒介変数とした関数解として表わし、この最小の上界値を、斜面天端上の基礎の載っていない部分である余裕幅( $b$ )を考慮して、非線形最適化問題として求めるものである。さらに本解析法は地震時のマウンド基礎および荷重システムに水平地震加速度を考慮した場合もその限界荷重を同様に求め得る。この場合、斜面のす

\* 工博 北海道大学 教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

\*\* 工修 苫小牧工業高等専門学校 助教授 土木工学科 (〒059-12 苫小牧市錦岡443番地)

\*\*\* 工博 室蘭工業大学 教授 土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)

\*\*\*\* 工博 室蘭工業大学 助教授 土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)

べり土塊は完全塑性体でモール・クーロンの破壊規準に従い、塑性ひずみ増分の主軸方向に一致し、塑性媒体の幾何学的変形は無視すると仮定する。上記により、斜面の極限支持力における支持力係数を求めて、従来の分割法との比較によって崩壊すべり面が対数螺旋であると仮定する本解析法の検討を行なうものである。

## 2. 解析理論

図-1に示す滑り領域ABCの自重および地震慣性力による回転中心(O)に関する仕事率を各々 $\dot{W}$ ,  $\dot{W}'$ とすると、 $\dot{W}$ および $\dot{W}'$ は領域OACがすべて土と仮定して算出されるところの点Oに関する仕事率から領域OBCと領域OABのものを差し引くことにより得られ次の形で表わされる。

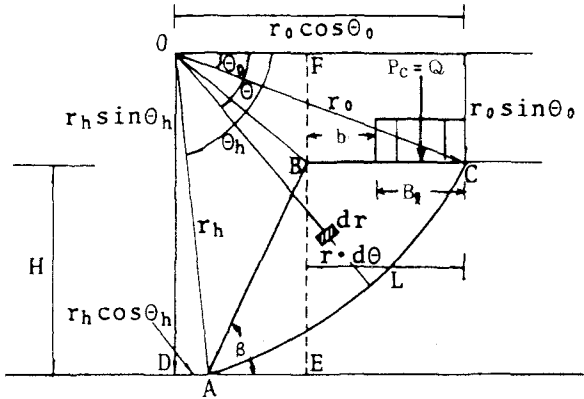


図-1 一般図

$$\dot{W} = \dot{W}_{OAC} - \dot{W}_{OBC} - \dot{W}_{OAB} = \gamma r_0^3 \Omega (f_1 - f_2 - f_3) \quad (1)$$

$$\dot{W}' = \dot{W}'_{OAC} - \dot{W}'_{OBC} - \dot{W}'_{OAB} = \gamma r_0^3 \Omega (f_4 - f_5 - f_6) \quad (2)$$

また同様に基礎の載荷重(P)およびその慣性力 $\times KP$ による仕事率を各々 $\dot{W}_p$ ,  $\dot{W}_p'$ とすると次の如く示される。

$$\dot{W}_p = P r_0^2 \Omega \frac{L}{r_0} (\cos \theta_0 - \frac{L}{2r_0}) = P r_0^2 \Omega f_p \quad (3)$$

$$\dot{W}_p' = \times KP r_0^2 \Omega \frac{L}{r} \sin \theta = \times KP r_0^2 \Omega f_q \quad (4)$$

次に対数螺旋すべり面に沿って生じる粘着抵抗の総和である内部逸散エネルギー( $E_i$ )は次のように求め得る。

$$\begin{aligned} \dot{E}_i &= \int_s (cV_s) ds = cV_0 r \int_{\theta_0}^{\theta_h} \text{Exp} [2(\theta - \theta_0) \tan \phi] d\theta \\ &= \frac{c r_0^2 \cdot (V_0 / r_0)}{2 \tan \phi} \{ \text{Exp} [2(\theta - \theta_0) \tan \phi] - 1 \} = c r_0^2 \Omega f_c \quad (5) \end{aligned}$$

ここで

$\gamma$ : 土の単位体積重量 ( $\text{Kg/m}^3$ )       $\Omega = \frac{V_0}{r_0}$ : すべり土塊の点Oに対する回転速度 ( $\text{rad/s}$ )  
 $C$ : 土の粘着力 ( $\text{Pa}$ )       $V_s, V_0$ : すべり土塊のすべり面上のすべり速度、初速度  
 $K$ : 水平地震加速度係数 (水平震度)       $\times$ : 載荷重(P)と地盤との質量比 ( $\text{m/s}$ )

また

$$f_1 = \frac{1}{3(1+9 \tan^2 \phi)} \{ \text{Exp} [3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] (3 \tan \phi \cos \theta_h + \sin \theta_h) - 3 \tan \phi \cos \theta_0 - \sin \theta_0 \}$$

$$f_2 = \frac{L}{6r_0} (2 \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0}) \sin \theta_0 \quad f_5 = \frac{1}{6} \left\{ 2 \frac{L}{r_0} \sin \theta_0 \sin \theta_0 \right\}$$

$$f_3 = \frac{1}{6} \text{Exp} [(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \left\{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right\} \left\{ \cos \theta_0 - \frac{L}{r_0} + \cos \theta_h \text{Exp} [(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \right\}$$

$$f_4 = \frac{1}{3(1+9 \tan^2 \phi)} \left\{ (3 \tan \phi \sin \theta_h - \cos \theta_h) \text{Exp} [3(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] - 3 \tan \phi \sin \theta_0 + \cos \theta_0 \right\}$$

$$f_6 = \frac{1}{6} \text{Exp} [(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \left\{ \sin(\theta_h - \theta_0) - \frac{L}{r_0} \sin \theta_h \right\} \left\{ \text{Exp} [(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \sin \theta_h + \sin \theta_0 \right\}$$

故に、すべり土塊の外力による仕事率の総和とすべり面における内部逸散エネルギーを等しく置くことにより次のように釣り合い式が求められる。

$$\dot{E}_i = \dot{W} + \dot{W}_p + \dot{W}' + \dot{W}_p' \quad (6)$$

### 2-1 静的な場合の関数解

図-2に示すように斜面天端における崩壊長さ(L)と載荷重分布長さ(B<sub>ℓ</sub>)の差を余裕幅(b)とおくと、上記の限界釣り合い式(6)式において水平地震加速度係数、K=0.0と置く場合に当たる。よって載荷重(P)を目的関数とする非線形最適化問題におけるこの場合の関数解は次のように表わされる。

$$P(\theta_0, \theta_h) = \frac{c \cdot f_c - \gamma r_0 (f_1 - f_2 - f_3)}{f_p} \quad (7)$$

### 2-2 地震時慣性力を考慮する場合の関数解

ここでKcを地震の水平方向慣性力により斜面が動き始める最小の加速度を重力加速度で割ったもので限界地震加速度係数と定義することにより、図-3から同様の考え方で慣性項を考慮して表わすと目的関数Pは次の式のように示される。

$$P(\theta_0, \theta_h) = \frac{c \cdot f_c - \gamma (f_1 - f_2 - f_3) - K_c \gamma (f_4 - f_5 - f_6)}{f_p + x K_c f_q} \quad (8)$$

故に、次の条件を満足する時P(θ<sub>0</sub>, θ<sub>h</sub>)は最小値を取る。

$$\frac{\partial P}{\partial \theta_0} = 0 \quad \frac{\partial P}{\partial \theta_h} = 0 \quad (9)$$

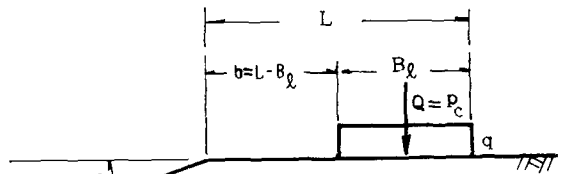
よって、限界載荷重(P<sub>c</sub>)すなわち支持力(Q)は次のように表わされる。

$$P_c = Q = \min. P(\theta_0, \theta_h) \quad (10)$$

一方、幾何学的関係よりL/r<sub>0</sub>、および対数螺旋すべり面の深さH<sub>h</sub>は次式のように示される。

$$\frac{L}{r_0} = \frac{\sin(\theta_h - \theta_0)}{\sin \theta_h} - \frac{\sin(\theta_h + \beta)}{\sin \theta_h \sin \beta} \left\{ -\sin \theta_0 + \sin \theta_h \text{Exp} [(\theta_h - \theta_0) \tan \phi] \right\} \quad (11)$$

$$H_h = r_0 \left\{ \text{Exp} \left[ \frac{\pi}{2} + \phi - \theta_0 \right] \sin \left( \frac{\pi}{2} + \phi \right) - \sin \theta_0 \right\} \quad (12)$$



C: 粘着力 (Pa)  
 γ: 単位体積重量 (Kg/m)  
 φ: 内部摩擦角

図-2 静的な場合

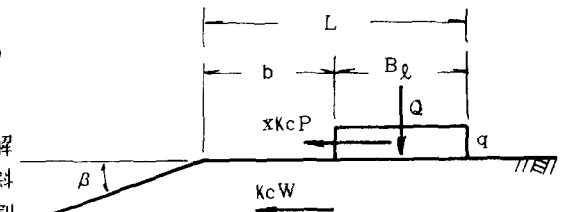


図-3 地震慣性力を考慮する場合

### 3. 解析結果および考察

以下に解析結果を示す。数値計算における演算プログラムは次に示すような3つの大きな部分より成っている。(1) 主プログラム (2) 目的関数を定め最小の載荷重を計算するサブプログラム (3) 制約条件を計算するサブプログラムである。ここで主プログラムは次の2つの目的を持つ。

(a) 媒介変数の初期値決定および(b) 準ニュートン法のB・F・G・Sの手法による解析である。つまり斜面の限界静止状態においてその安全率が1.0となる場合の載荷重の解集合を求め、2次元面上において一軸方向探索を行ない、3次元近似を持って限界載荷重(Pc)を求めるものである。これは、極限解析の上界法であり、条件を満たす値の中での最小値を採用するものである。

#### 3-1 静的解析結果の従来法との比較

ここで従来の分割法による本・四連絡橋調査研究小委員会(以下、本・四)の水中斜面を想定した解析結果と比較するため $\gamma=0.0$ として計算した。計算諸元を示し、図-4に解析結果の比較を表-1および図-5に示す。本・四の簡便法では分割ブロック相互の不静定力はすべて釣り合っているものとして解析を行っており水平方向の不静定力を考慮しているビショップ法等との結果とは絶対値では大きく異なるが、実際の設計計算に用いるところの補正係数( $\alpha$ )は近似した値を示している。

本解析値は、ビショップおよびケッターの値に近く、本解析値からの $\alpha$ は他の解析値とよく一致した値を示す。

図-6には、本解析によるすべり線と分割法によるものとの比較を示したものである。全体の形状として比較的良好に似ていると言え、すべり形状における最深の距離も円弧すべり面と直線による複合すべり面を仮定する本・四の解析結果の20.65mと比べて対数螺旋すべり面を仮定する本解析値の19.74mとはほぼ一致している。

表-2には内部摩擦角 $\phi$ の変化による解析結果を示す。これより、 $\phi$ の影響は大きいことが示されている。なお計算諸元

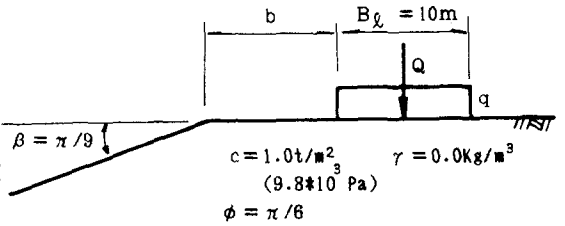


図-4 計算諸元

表-1 本解析値と従来法(分割法)との比較

解法	b/B <sub>L</sub>	半無限水平位置(∞)	Q (Pa) × 10 <sup>3</sup>				
			0.0	1.0	2.0	5.0	
簡便法	Q	17.9 (175.5)	12.8 (123.6)	13.7 (134.4)	14.7 (144.2)	17.7 (173.6)	
	比率 $\alpha$	1.00	0.70	0.77	0.82	0.99	
Bishop	Q	30.3 (297.1)	21.8 (213.8)	24.5 (240.3)	28.7 (259.8)	30.3 (297.1)	
	比率 $\alpha$	1.00	0.72	0.81	0.88	1.00	
Kötter	Q	30.3 (297.1)	19.6 (192.2)	20.9 (205.0)	23.0 (225.6)	30.3 (297.1)	
	比率 $\alpha$	1.00	0.65	0.69	0.76	1.00	
本解析値	Q	37.6 (368.7)	23.0 (225.6)	25.9 (254.0)	28.5 (279.5)	36.9 (361.9)	
	比率 $\alpha$	1.00	0.61	0.69	0.76	0.88	

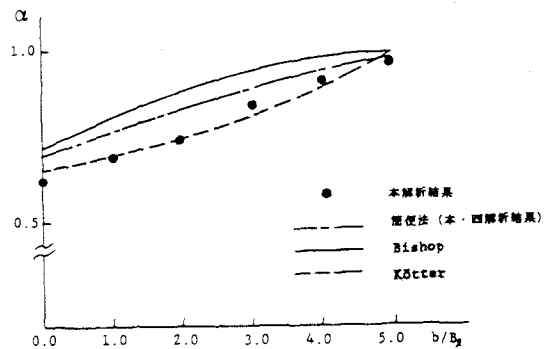


図-5 本解析値と従来法(分割法)との比較

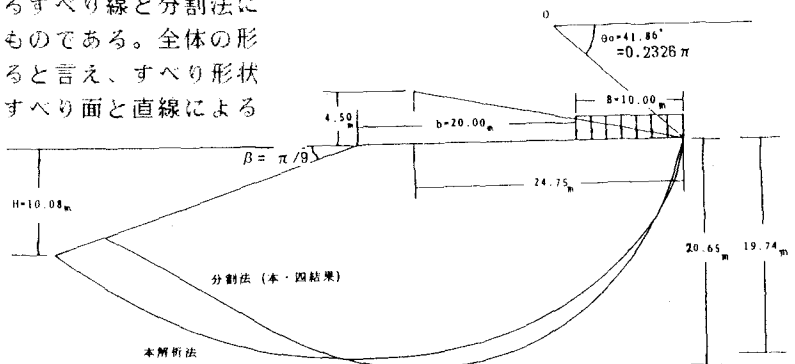


図-6 本解析法と分割法のすべり線の比較

は図-7に示す如くである。また、 $\phi$ が大きくなるに従って、すべり土塊の体積は大きくなること  
が示されているが $\phi$ の増加に伴い支持力(Q)は  
大きな値を取り斜面の安定度は大きくなる(図-  
8参照)。

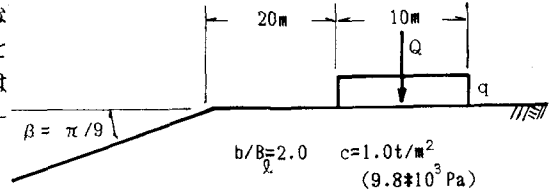


図-7 計算諸元

3-2 地震時慣性力を考慮した場合の解析結果

表-3には水平方向地震慣性力を考慮しない静  
的な値( $K=0.0$ )と考慮する場合との比較を $b$   
/ $B_{\ell}$ の変化に従って示したものである。表-4  
には $b/B_{\ell} = 2.0$ における水平方向地震慣性力  
の変化に対する解析値を示す。表-3および表-  
4から明らかなようにすべり土塊および載荷重の  
慣性力の影響は共に大きく支持力を減少させるこ  
とを示している。なお、計算諸元は図-9の値  
を用いて行なっている。

表-2 支持力の内部摩擦角 $\phi$ による変化

$\phi$	$\pi/36$	$\pi/18$	$\pi/9$	$\pi/6$	$2\pi/9$
Q (支持力) $t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$	7.53 (73.84)	9.42 (92.38)	15.59 (152.89)	28.53 (279.78)	61.53 (603.40)
H <sub>r</sub> (すべり縁) (掘削長さ) m	9.86	10.46	13.90	19.74	30.81

また、表-5と表-6には限界地震加速度係数  
( $K_c$ )と $b/B_{\ell}$ のそれぞれが変化する場合の  
解析結果を示す。いずれも $K_c$ が大きくなるに従  
いまたは $b/B_{\ell}$ が小さくなるにつれて支持力Q

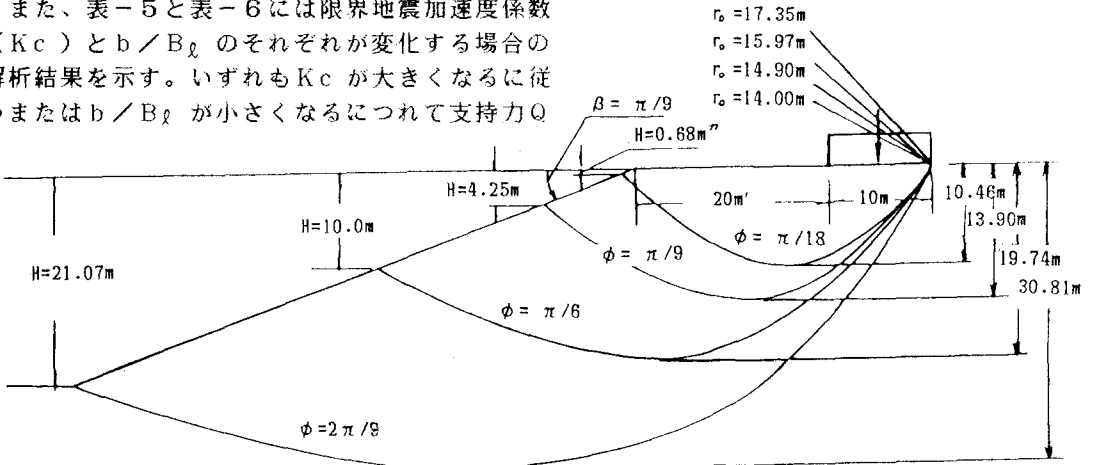


図-8 内部摩擦角 $\phi$ の変化によるすべり量の比較

表-3 慣性力を考慮した場合の $b/B_{\ell}$ の変化による支持力

表-4 限界地震加速度係数 $K_c$ の変化による支持力

$b/B_{\ell}$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
Q $k=0.0 t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$	23.00 (225.55)	25.85 (253.50)	28.53 (279.78)	31.10 (304.99)	33.77 (331.17)	36.88 (361.67)
$\alpha$	0.61	0.68	0.76	0.83	0.90	0.98
Q $k=0.1 t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$	18.29 (179.36)	20.79 (203.88)	23.14 (226.93)	25.42 (249.29)	27.67 (271.35)	30.22 (296.36)
$\alpha$	0.49	0.55	0.62	0.68	0.74	0.80
Q $k=0.3 t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$	11.20 (109.84)	13.14 (128.86)	15.00 (147.10)	16.74 (164.16)	18.51 (181.52)	20.33 (199.37)
$\alpha$	0.30	0.35	0.40	0.45	0.49	0.54

支持力	$K_c$	0.1	0.15	0.20	0.25	0.35	0.40	0.45
Q $t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$	$K_c$	23.14 (226.93)	20.77 (203.68)	18.62 (182.60)	16.89 (163.67)	13.42 (131.61)	12.06 (118.27)	10.87 (106.60)

$\alpha=1.0$   $b/B_{\ell} = 2.0$ の場合

(極限載荷重  $P_c$ ) は小さく表われてくる。

表-7には載荷重と地盤との質量比である  $x$  の変化に対する解析値を示す。表から明らかのように  $x$  の増加に伴い支持力は小さくなり斜面は不安定に進む。従って  $x$  の影響も大きいと考えられる。

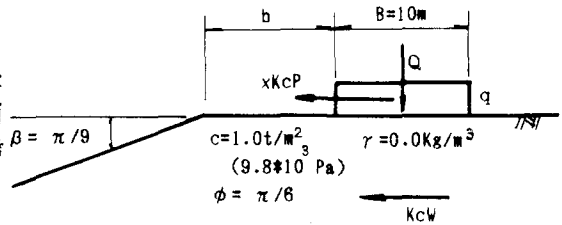


図-9 計算諸元

#### 4. まとめ

以上の結果より次のようにまとめることができる。

- (1) すべり線を対数螺旋すべり面と仮定して斜面上基礎の支持力解析を極限解析の上界法で行なうと、分割法によるところの円弧すべり面と直線の複合すべり面の解析形状と近似なものが求め得る。
- (2) 道路橋示方書等による支持力係数の斜面の影響を考慮する補正係数を本解析法で求めると従来からの分割法等の結果および本・四試案の結果と比較的よく一致する値が得られる。
- (3) 斜面上基礎の支持力を本解析法で求めると分割法等の結果より大きめの値を得る。よって従来法は安全側と考えられる。
- (4) 本解析法で地震慣性力を考慮して支持力を求めると慣性項の影響も大きく現われる。

表-5  $K_c$  の変化による支持力

$x = 1.0$	$b/B_f = 0.0$	$Q$ $t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$
$K_c = 0.1$		18.99 (186.23)
$K_c = 0.3$		12.15 (119.15)
$K_c = 0.4$		9.51 (93.26)
$K_c = 0.5$		7.61 (74.63)

表-6  $b/B_f$  の変化による支持力

$x = 0.0$	$K_c = 0.5$	$Q$ $t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$
$b/B_f = 0.0$		7.61 (74.63)
$b/B_f = 1.0$		9.52 (93.36)
$b/B_f = 2.0$		11.30 (110.82)
$b/B_f = 3.0$		12.96 (127.09)
$b/B_f = 4.0$		14.53 (142.49)
$b/B_f = 5.0$		16.21 (158.97)

よって、載荷重 ( $P$ ) を目的関数と置くことにより斜面上基礎の支持力評価を簡便的に行なうことができ、さらに地震時等慣性力を考慮する場合も本解析法で簡明に解析値を求め得る。

なお、粘着力が不均質、異方性である斜面および多層斜面に設置される基礎の支持力評価は今後の課題と考えられる。

#### 参考文献

- 1) 最上武雄編著：土質力学、技報堂、1982
- 2) 土質工学会編：土質工学ハンドブック、技報堂、1982
- 3) 川井忠彦編：物理モデルによる連続体力学諸問題の解析（生研セミナーテキスト）、1978、1979
- 4) W.F.Chen: Limit Analysis and Soil Plasticity, Elsevier Scientific Publishing Co., 1975
- 5) 土木学会・本四連絡橋耐震、地盤に関する調査研究小委員会：本州四国連絡橋の耐震、地盤に関する調査研究報告書、1984
- 6) W.F.Chen and T.Sawada: Earthquake-Induced Slope Failure in Nonhomogeneous, Anisotropic Soil, Soils and Foundations, Vol.23, No.2, June, PP.125-139, 1983
- 7) T.Sawada, S.G.Nomachi, W.F.Chen and Y.Takahashi: Evaluation of Limit Seismic Factor in Anisotropic Cohesion slopes, Proceedings of the fifth E.M.D Specialty Conference, ASCE, Vol.2, August, PP. 997-1001, 1984

表-7  $x$  の変化による支持力

$K_c$	$x$	$Q$ $t/m^2$ (Pa) $\times 10^3$
0.1	0.1	28.09 (275.47)
	0.5	26.34 (258.31)
0.2	0.1	27.65 (271.15)
	0.5	24.21 (237.42)
	1.0	20.22 (198.29)
0.5	0.1	26.34 (258.31)
	0.3	22.16 (217.32)
	0.5	18.40 (180.44)
	1.0	11.30 (110.82)