

## (2) ライフライン系の耐震性診断のための重要度分析

京都大学工学部 山田 善一

京都大学工学部 家村 浩和

京都大学工学部 野田 茂

### 1. まえがき

システムとしてのライフライン建造物の健全度・耐震性を的確にチェックし、判定することは、震災後の復旧方法の確認や安全性の保持のために重要である。最近、ライフライン系の一部の建造物の補修・補強や、新設する建造物を長期の供用に耐えるものにするための最適な計画を策定することが、要請されてきている。しかしながら、ライフライン系の耐震診断・健全度・補修などを実施するに際し、現実にはその測定法・データ処理・判定基準・方法論などが明確になっていないのが実情である。

本研究は、ライフライン系の各構成要素あるいはそのカットセットの重要度を表示する測度を導入するとともに、フォールトツリー解析<sup>1)~8)</sup>を応用して、ライフライン系の信頼度評価・耐震性確保に関する基礎理論の確立を目的としたものである。

まず、この重要度なる尺度の概念を示した。これらの指標は、ネットワーク網の中の各リンクのシステム全体に及ぼす影響力や投資効果などの定量的な評価に使用した。また、ネットワークの最適形状や新設リンクの布設順序を合理的に得るためのトポロジカルなあるいは構造的なアプローチを示し、ライフライン系の耐震設計を実施するための基礎的な考察を加えた。重要度分析の有効性については、東京都と仙台市の上水道網に適用して検討した。その結果、システムの連結性と機能性能からみた重要度の定義の相違を指摘できた。

さらに、分散性重要度の概念に基づくシステムの耐震性診断のための方法論を提案した。ライフラインの各構成要素の信頼度・被害率・復旧率の予測には、それらのデータが少ないことによる不確定性、得られたデータ源による相違、地震環境や使用条件などの変動などにより、予測のばらつきが生じる。そこで、本研究では、ライフライン要素の非連結度の分散がシステム全体の非連結度の分散に寄与する度合の尺度として、いくつかの分散性重要度を定義し、それらの特性を明確にした。これらの分散重要度の大きい構成要素から、ライフライン系の耐震診断や震後復旧を実施するための方法を示した。

### 2. 重要度の概念<sup>2)~8)</sup>

ここでは、リンク  $i$  に着目した Birnbaum の重要度  $I_i^B$ <sup>5)</sup>、クリティカリティ重要度  $I_i^{CR}$ <sup>6)</sup>、Fussell-Vesely の重要度  $I_i^{FV}$ <sup>7)</sup> と、Fussell-Vesely によるカットセット  $K_i$  の重要度  $I_{K_i}^{FV}$ <sup>7)</sup> を取り扱った。ただし、ライフライン系の各ノードは地震時に無被害であり、各リンクの破壊生起は統計的に独立であると仮定した。また、システムの信頼性の評価基準には、カットセット列挙<sup>9)</sup>に基づく需給端の非連結確率  $g(\bar{\mathbf{q}})$  ( $\bar{\mathbf{q}}_i$  = リンク  $i$  の平均破壊確率、 $n$  = 要素数) を用いた。

$$g(\bar{\mathbf{q}}) = g(\bar{\mathbf{q}}_1, \bar{\mathbf{q}}_2, \dots, \bar{\mathbf{q}}_n)$$

$$= 1 - \prod_{j=1}^{N_c} (1 - Q_{K_j}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$Q_{K_j} = \prod_{i \in K_j} \bar{q}_i, \quad N_c = \text{カットセットの総数} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式は、 $N_c$ 個の最小カットAND構造のOR結合としてのシステムの信頼度の近似評価法である。最小パスセットと最小カットセットに基づく近似式の精度については、文献(10),(11)で議論している。ここで、 $\bar{q}_i$ は、地震危険度解析や地震災害における復旧予測モデルによって算定する。Bayes統計によって信頼度 $q_i$ を確率変数と考え、その分布 $f_{Q_i}(q_i)$ の広がり値の不定度に対応する。この手法により、リンク $i$ の非連結度 $q_i$ の平均値 $\bar{q}_i$ と分散 $\sigma_{q_i}^2$ は、以下のように求める。

$$\bar{q}_i = \int_0^1 q_i f_{Q_i}(q_i) dq_i, \quad \sigma_{q_i}^2 = \int_0^1 (q_i - \bar{q}_i)^2 f_{Q_i}(q_i) dq_i \quad \dots\dots\dots (3)$$

(1)  $I_i^B$  ————— あるリンク $i$ の破壊確率を減少させたときどれだけシステム全体の地震時破壊生起確率(需給端の非連結確率)が減少するか、その比をもってリンク $i$ の確率重要度を考える。すなわち、

$$I_i^B = g(1_i, \bar{\mathbf{q}}) - g(o_i, \bar{\mathbf{q}}) \\ = \frac{\partial g(\bar{\mathbf{q}})}{\partial q_i} \\ = \frac{1 - g(\bar{\mathbf{q}})}{1 - P(K^i)} P_1(K^i) \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。ここに、 $K^i$ =リンク $i$ を含む最小カットセットの和集合、 $NK^i$ =リンク $i$ を含む最小カットセットの総数、 $P_1(K^i)$ =リンク $i$ と $K^i$ の破壊がともに生起する確率とすると、

$$P_1(K^i) = 1 - \prod_{\substack{\ell \in K_j - \{i\} \\ i \in K_j}}^{NK^i} \bar{q}_\ell \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$P(K^i) = K^i \text{の破壊生起確率} \\ = 1 - \prod_{\substack{\ell \in K^i \\ i \in K^i}}^{NK^i} \bar{q}_\ell \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。今、 $K^{\neq i}$ =リンク $i$ を含まない最小カットセットの和集合、 $P_0(K^i)$ =リンク $i$ は安全だが、リンク $i$ を含む最小カットセットの破壊が生起する確率=0で、カットセットの統計的な独立性を仮定すると、

$$\left. \begin{aligned} g(\bar{\mathbf{q}}) &= P(K^i U K^{\neq i}) \\ &= P(K^i) + \{1 - P(K^i)\} P(K^{\neq i}) \\ P(K^{\neq i}) &= \frac{g(\bar{\mathbf{q}}) - P(K^i)}{1 - P(K^i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{である。したがって、} \quad g(1_i, \bar{\mathbf{q}}) &= P(K^{\neq i}) + \{1 - P(K^{\neq i})\} P_1(K^i) \\ g(o_i, \bar{\mathbf{q}}) &= P(K^{\neq i}) + \{1 - P(K^{\neq i})\} P_0(K^i) \\ &= P(K^{\neq i}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

より、式(4)が得られる。<sup>6)</sup>

この重要度は、リンク $i$ が機能しているということがそのシステムにとってクリティカルである確率を意味し、システム全体の信頼度に対する影響力を示す。

(2)  $I_i^{CR}$  ————— より信頼度の高い構成要素の信頼度を向上させることはより信頼度の低い構成

要素の信頼度を向上させることより一層困難である，という一般的事実が  $I_i^B$  に反映されていない。そこで，クリティカルティ重要度  $I_i^{CR}$  を式(9)によって定義する。これによれば， $\bar{q}_i$  が小さければ小さいほど， $I_i^{CR}$  は  $I_i^B$  に比較して小さくなる。また， $I_i^{CR}$  の大きい構成要素の破壊発生確率を小さくすることによって，システム全体の破壊生起を合理的に低減させることができる。

$$I_i^{CR} = \frac{\partial \ln g(\bar{q})}{\partial \ln \bar{q}_i} = \frac{\bar{q}_i}{g(\bar{q})} I_i^B \quad \dots\dots\dots (9)$$

(3)  $I_i^{FV}$  ———— 地震後にシステムの破壊が確認されても，単一のカットセットだけではなく多くのカットセットが破壊している可能性がある。したがって，破壊している要素を震後早急に復旧させることによっても，システムが必ずしも機能するようになるとは限らない。すなわち，ある要素の破壊がクリティカルな状態になく，システムの破壊に寄与することが可能である。この場合には，システムが破壊している条件下で，リンク  $i$  がカットセットの破壊に寄与している度合として，重要度を定義する。

$$I_i^{FV} = \frac{P(K_i)}{g(\bar{q})} \quad \dots\dots\dots (10)$$

(4)  $I_{K_i}^{FV}$  ———— カットセット  $K_i$  がシステムの破壊に寄与している確率として， $K_i$  の重要度を次式によって表わす。

$$I_{K_i}^{FV} = \frac{Q_{K_i}}{g(\bar{q})} \quad \dots\dots\dots (11)$$

### 3. 分散重要度による耐震診断の定量的評価

ライフライン系に対する各構成要素の分散重要度を定義し，ランキングの大きい要素に資金を投じてその信頼度を高めるよう努力すべきかを合理的に決定する。データ収集のための費用を考えないなら，分散重要度の大きいものより耐震診断・補修・補強・復旧などをするのが，システム不信頼度の分散を有効に減らすことができる。

(1)  $IV_i^B, IV_i^{CR}$  ————  $I_i^B, I_i^{CR}$  と同様にして，各リンクの非連結性能のばらつき（分散）がシステムの非連結確率のばらつき（分散）に寄与する度合として，分散重要度を定義する。今，システムの非連結確率  $g(\bar{q})$  に対して，その分散  $V(\bar{q}, \sigma_q^2)$  を評価関数として採用する。 $\bar{q}$  と  $\sigma_q^2$  は経時変化するもの ( $q(t), \sigma_q(t)$ ) とし，式(3)から求める。

システムの  $g(\bar{q})$  をリンク  $i$  の非連結度の平均値  $\bar{q}_i(t)$  のまわりに Taylor 展開し，2次以上の高次項を無視すると， $g$  の分散  $V$  は以下ようになる。ただし，各リンクの破壊は互いに独立で，非連結性能の間に相関性はなく  $Cov(q_i, q_j) = 0 (i \neq j)$  と仮定している。

$$V = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g(\bar{q})}{\partial \bar{q}_i} \right)^2 \sigma_{q_i}^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

したがって， $I_i^B$  と同様にして，コヒーレント構造関数と  $V$  の多重線形性から<sup>1)~3)</sup> リンク  $i$  の分散重要度を次式で定義する。

$$IV_i^B(t) = V_{\sigma_{q_i}^2=1} - V_{\sigma_{q_i}^2=0} = I_i^B(t)^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

一方， $I_i^{CR}$  に対応させて， $IV_i^{CR}$  を次式で定義する。すなわち， $IV_i^{CR}$  は，リンク  $i$  の非連結度の分散を

$$IV_i^{CR}(t) = \frac{\sigma_{q_i}^2(t)}{V(\bar{q}(t), \sigma_q(t)^2)} IV_i^B(t) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$\sigma_{q_i}^2$  から 0 まで減じたときのシステム非連結度の分散への寄与度に対応している。

例えば、単純な直列系と並列系よりなるシステムに、これらの概念を適用してみる。

a) 直列系

$$g(\bar{q}(t)) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \bar{q}_i(t)), \quad \frac{\partial g}{\partial q_i} = \frac{1 - g(\bar{q}(t))}{1 - \bar{q}_i(t)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$IV_i^B(t) = \left( \frac{1 - g(\bar{q}(t))}{1 - \bar{q}_i(t)} \right)^2, \quad IV_i^{CR}(t) = \left( \frac{\sigma_{q_i}(t)}{1 - \bar{q}_i(t)} \right)^2 \bigg/ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\sigma_{q_i}(t)}{1 - \bar{q}_i(t)} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

b) 並列系

$$g(\bar{q}(t)) = \prod_{i=1}^n \bar{q}_i(t), \quad \frac{\partial g}{\partial q_i} = \frac{g(\bar{q}(t))}{\bar{q}_i(t)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$IV_i^B(t) = \left( \frac{g(\bar{q}(t))}{\bar{q}_i(t)} \right)^2, \quad IV_i^{CR}(t) = \left( \frac{\sigma_{q_i}(t)}{\bar{q}_i(t)} \right)^2 \bigg/ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\sigma_{q_i}(t)}{\bar{q}_i(t)} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

(2)  $IV_i^{FV}$  ————— リンク  $i$  を含むカットセットが破壊するとき、リンク  $i$  がシステムの非連結確率の分散への寄与度として、分散重要度を定義する。式(10)から、関数  $P(K^i)$  を平均値  $\bar{q}(t)$  のまわりに Taylor 展開して、 $P(K^i)$  の分散  $VP(K^i)$  を求める。式(12)における  $g$  の分散  $V$  と同様にして、

$$VP(K^i) = \left( \frac{1 - P(K^i)}{\bar{q}_i} \right)^2 \sigma_{q_i}^2 \left\{ \sum_{j=1}^{NK^i} \frac{\prod_{\substack{\ell \in K_j \\ i \in K_j}} \bar{q}_\ell}{1 - \prod_{\substack{\ell \in K_j \\ i \in K_j}} \bar{q}_\ell} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

上式と式(12)から、  $IV_i^{FV}(t) = \frac{VP(K^i)}{V} \quad \dots\dots\dots (20)$

(3)  $IV_i^{BP}, IV_i^{SC}$  ————— Barlow-Proschan の重要度  $I_i^{BP}$ <sup>8)</sup> と Sequential Contributory 重要度  $I_i^{SC}$ <sup>6)</sup> の表現を拡張させて、分散重要度の時系列的概念を導入する。これは、時刻  $t$  でシステムが機能しなくなったとき、構成要素  $i$  の破壊がその原因となる確率であるから、この時系列重要度の考え方を震後復旧の事後調査(耐震診断)などに応用することができる。システムの復旧戦略のためのチェックリストを作成しておけば、最短時間でシステムの機能停止を引き起こした構成要素の破壊を見出すこともできる。

今、地震災害復旧予測モデルから算定された、リンク  $i$  とシステムの被害復旧確率密度関数を、 $W_{f,i}(t)$  と  $W_{f,s}(t)$  とする。これらは、例えば、文献(12)の方法によって求めることができる。さて、 $E(N_{s,i}(t))$  と  $E(N_s(t))$  を、震後復旧の経過時間内  $[0, t]$  でリンク  $i$  の破壊によって生起するシステム破壊の期待数と、 $[0, t]$  内でのシステムの破壊の期待数とすれば、

$$W_{f,s}(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g(\bar{q}(t))}{\partial \bar{q}_i(t)} W_{f,i}(t), \quad E(N_{s,i}(t)) = \int_0^t I_i^B(t) dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$E(N_s(t)) = \sum_{i=1}^n E(N_{s,i}(t))$$

であるから、  $I_i^{BP}(t) = E(N_{s,i}(t)) / E(N_s(t)) \quad \dots\dots\dots (22)$

一方、同様にして  $[0, t]$  内で、リンク  $i$  のシステム復旧への生起確率とシステムの復旧確率を、期待数ではなく分散でとらえてみた

結果が、 $IV_i^{BP}$  である。  $IV_i^{BP}(t) = \frac{\int_0^t IV_i^B(t) W_{f,i}(t) dt}{\sum_{i=1}^n \int_0^t IV_i^B(t) W_{f,i}(t) dt} \quad \dots\dots\dots (23)$

リンク  $i$  と  $j$  が少なくとも 1 つの最小カットセットに属するとき，リンク  $j$  がシステムの破壊を引き起こすとき，リンク  $i$  がシステムの破壊に寄与する確率は，

$$\int_0^t \{g(1_i, 1_j, \bar{q}(t)) - g(1_i, 0_j, \bar{q}(t))\} \bar{q}_i(t) W_{f,i}(t) dt / E[N_s(t)] \quad (24)$$

である。一般に，リンク  $i$  を有する少なくとも 1 つの最小カットセットに出現する他の複数のリンク  $j$  がシステムの破壊に起因するとき，リンク  $i$  がシステムの破壊に寄与する確率として， $I_i^{SC}$  を定義する。

$$I_i^{SC}(t) = \sum_{\ell=1}^{N_f} \sum_{\substack{j \\ i \neq j \\ i, j \in K_\ell}} \int_0^t \{g(1_i, 1_j, \bar{q}(t)) - g(1_i, 0_j, \bar{q}(t))\} \bar{q}_i(t) W_{f,i}(t) dt / E[N_s(t)] \quad (25)$$

同様にして，分散性重要度  $IV_i^{SC}(t)$  を以下のように定義する。今，

$$\{V(1_i, 1_j, \sigma_q(t)^2) - V(1_i, 0_j, \sigma_{q_i}(t)^2)\} \sigma_{q_i}(t)^2 = \left(\frac{\partial g(\bar{q})}{\partial \bar{q}_j}\right) \sigma_{q_i}^2 \sigma_{q_j}^2 \quad (26)$$

$\sigma^2[N_s(t)] = [0, t]$  でのシステムの被害数の分散

$$= \int_0^t \sum_{i=1}^n (I_i^B(t))^2 W_{f,i}(t) dt \quad (27)$$

であるから，

$$IV_i^{SC}(t) = \sum_{\ell=1}^{N_c} \sum_{\substack{j \\ i \neq j \\ i, j \in K_\ell}} \int_0^t (I_j^B(t))^2 \sigma_{q_i}(t)^2 \sigma_{q_j}(t)^2 W_{f,i}(t) dt / \sigma^2[N_s(t)] \quad (28)$$

(4)  $IV_{K_j}^{FV}$  —————  $I_{K_j}^{FV}$  と同様にして，式(2)から  $Q_{K_j}$  の分散を求め，カットセット  $Q_{K_j}$  の分散重要度を定義する。

$$\begin{aligned} VQ_{K_j} &= E\{ (Q_{K_j} - \bar{Q}_{K_j})^2 \} \\ &= \sum_{i \in K_j} \bar{q}_i(t) \sum_{i \in K_j} \frac{\sigma_{q_i}(t)^2}{\bar{q}_i(t)} \end{aligned} \quad (29)$$

となるから，

$$\begin{aligned} IV_{K_j}^{FV}(t) &= \frac{VQ_{K_j}}{V} \\ &= \frac{g(\bar{q}(t)) I_{K_j}^{FV}(t)}{V(\bar{q}(t), \sigma_q(t))} \sum_{i \in K_j} \frac{\sigma_{q_i}(t)^2}{\bar{q}_i(t)} \end{aligned} \quad (30)$$

すなわち， $IV_{K_j}^{FV}$  は，カットセット  $K_j$  の不信頼度の分散のシステム不信頼度の分散への寄与度に相当する。

#### 4. 簡単なモデルネットワークへの適用例

2. で示した方法を，Fig. 1 の自然流下方式の上水道モデルに適用した。ノード 1 が供給端，ノード 6 が需要端である。各リンクの破壊確率  $\bar{q}_i$  は同一に設定したが，システムの非連結確率  $g(\bar{q})$  に応じて変化させている。

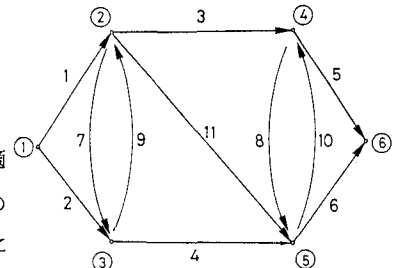


Fig.1 Model Network System

Fig. 2 には，横軸に  $g(\bar{q})$  を，縦軸に  $I_i$  ( $i=1 \sim 11$ ) あるいは  $I_{K_j}^{FV}$  ( $i=1 \sim 9$ ) をとり，各重要度分析

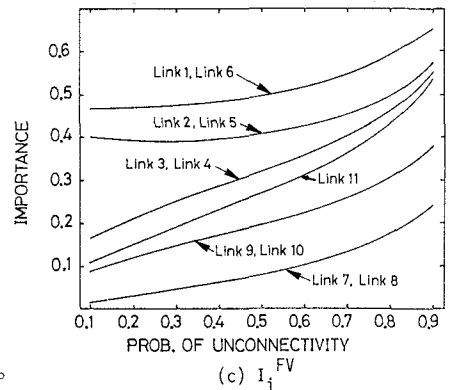
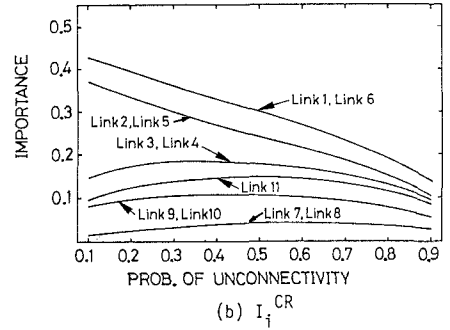
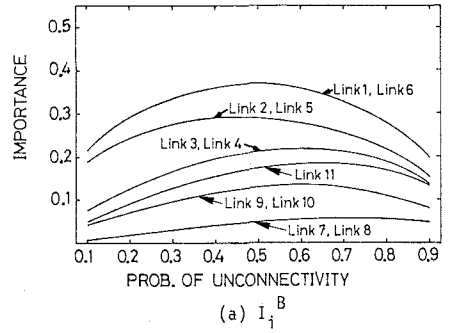
の結果を示す。いずれの重要度の定義によっても、システムの破壊確率の大小にかかわらず、構成要素とカットセットのランキングは同一である。リンク 2, 5 よりもリンク 1, 6 の重要度が高いのは、リンク 1 1 の存在によるネットワークの幾何形状の影響が一因である。同図から、需給端に直結するリンクの耐震性を高めることの必要性が明確になった。比較的冗長なリンク (7, 8, 9, 10) の重要度は低い。

(1)  $I_i^B$  —————  $g(\bar{q})$  が 0.5 付近で、各リンクの重要度は極大となっている。 $g(\bar{q})$  が小さいと、システムに複数のタイセットが存在している可能性が高く、あるリンクを破壊から正常状態に復旧させることによる効果はさほど大きくない。一方、システムの破壊の可能性が高まると、多くのカットセットの危険度が増すので、あるリンクに震後復旧対策を施しても、それだけでは需給端が連結されていることにはならない。

(2)  $I_i^{CR}$  ————— システムの破壊確率が小さいと、リンク 1, 6, 2, 5 の重要度と他のリンクの重要度の差は大きくなる。クリティカリティ重要度はもともと投資効果を考慮したものであるから、信頼度の高いシステムを設計するには、需給端に直結したリンク 1, 6, 2, 5 の耐震性を増すことが必要である。

(3)  $I_i^{FV}$  ————— システムの破壊確率が大きくなるにつれて、カットセットの破壊の期待数が増し、システムの破壊に寄与しているリンクが多くなり、各リンクの重要度は高まる。特に、リンク 3, 4, 11 の重要度はリンク 2, 5 のそれに漸近している。しかし、システムの信頼度が高いと、需給端に直結したリンクのシステム破壊への寄与が大きい。

(4)  $I_{K_i}^{FV}$  ————— 一般に、位数の少ないカットセットほど重要であることがわかる。やはりリンク 1, 2, 5, 6 の構造的な弱点を示しているのは先の結果と同じであり、これらリンクの耐震補強をすることが望ましいと考えられる。システムの破壊が増せば、カットセット  $K_i$  ( $i=3\sim 5$ ) も連鎖的な破壊原因となる。



CUT SET 1 (Link 1,2)      6 (Link 1,6,9,10)  
 2 (Link 5,6)      7 (Link 2,3,7,11)  
 3 (Link 1,4,9)      8 (Link 4,5,8,11)  
 4 (Link 3,4,11)      9 (Link 2,5,7,8,11)  
 5 (Link 3,6,10)

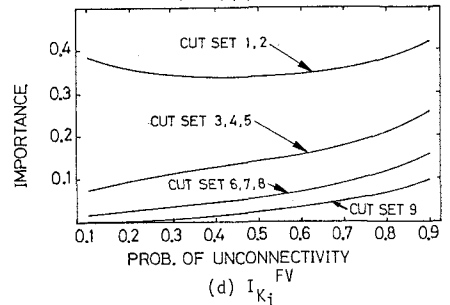


Fig.2 Importance Measures for System in Fig.1

## 5. 東京都上水道ネットワーク<sup>13)</sup>の耐震性評価への応用

Fig. 3 において、供給端 2,3,4 から需要端 14,15 への同時疎通性を考えた。信頼度 1.0 の仮想り

リンク(----→)と仮想ノードを設定し、システムの断水確率を求めた。重要度分析の結果が Table 1 である。

(1)  $I_i^B$  —— リンク 2, 3, 4 から需要端 14 への疎通性をもたないことと中継リンク 9, 15 の信頼度が低いため、供給端に直結するにもかかわらず、リンク 2, 3, 4 の重要度は小さい。供給端 3 から各需要端に最短経路で配水できるから、リンク 10 の重要度は高い。②→⑬の経路が長くリンク 18 の信頼度が低いため、リンク 1 と 6 のリンクはリンク 10 の次である。

(2)  $I_i^{CR}$  ——  $I_i^B$  と異なり、供給端付近のリンクは信頼度が低く、重要度は高い。高い信頼度を有する需要端近くのリンクのランクが下がっているのが特徴的である。

(3)  $I_i^{FV}$  —— 重要度のランクは 10, 15, 1, 9 であり、これらを正常状態に復旧する確率はかなり高い。しかし、この場合にはシステムの破壊を引き起こすリンクが広域的に散在していることがわかる。したがって、この指標  $I_i^{FV}$  をシステムの機能停止の震後調査に応用し、チェックリスト<sup>1), 6)</sup>を作成して、地震後の復旧戦略を策定することはかなり合理的な方法論であろう。

(4)  $I_{K_i}^{FV}$  —— カットセットの総数は 92 であるが、生起確率の高い  $K_i$  ( $i=1\sim 5$ ) について計算した。システムの破壊形態の中では、供給端 2, 3 に直結したリンクと節点 12 付近の低い信頼度を有するリンクの破壊によるものがかなり多い。

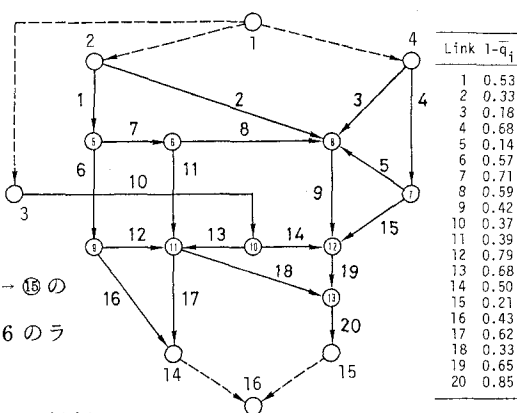


Fig.3 Water Distribution System in Tokyo

Table 1 Importance Ranking for System in Fig.3

No.	Importance Measures			
	$I_i^B$	$I_i^{CR}$	$I_i^{FV}$	$I_{K_i}^{FV}$
1	10 (0.400)	10 (0.295)	10 (0.804)	1 (0.160)
2	1 (0.292)	15 (0.215)	15 (0.674)	2 (0.122)
3	6 (0.233)	1 (0.162)	1 (0.667)	3 (0.068)
4	15 (0.232)	9 (0.154)	9 (0.612)	4 (0.065)
5	9 (0.226)	6 (0.118)	6 (0.575)	5 (0.062)
6	17 (0.211)	3 (0.102)	17 (0.517)	
7	19 (0.180)	18 (0.101)	18 (0.459)	
8	20 (0.150)	2 (0.097)	2 (0.445)	
9	4 (0.147)	17 (0.094)	3 (0.445)	
10	13 (0.134)	11 (0.077)	19 (0.437)	
11	18 (0.128)	19 (0.074)	11 (0.385)	
12	2 (0.123)	16 (0.073)	16 (0.380)	
13	7 (0.118)	14 (0.068)	14 (0.366)	
14	14 (0.115)	5 (0.067)	13 (0.366)	
15	16 (0.110)	4 (0.055)	4 (0.355)	
16	11 (0.107)	13 (0.051)	5 (0.326)	
17	3 (0.106)	7 (0.040)	7 (0.272)	
18	12 (0.082)	20 (0.027)	20 (0.237)	
19	5 (0.065)	8 (0.022)	12 (0.148)	
20	8 (0.045)	12 (0.020)	8 (0.138)	

Contained Links

$K_1 = (1, 9, 10, 15)$

$K_2 = (1, 10, 19)$

$K_3 = (6, 11, 13, 19)$

$K_4 = (1, 4, 9, 10)$

$K_5 = (1, 13, 19)$

a (b) : Link or Cut Set No. (Importance)

## 6. ライフライン系の形状決定への検討

システムの連結性と機能性能からみて、冗長度配分方策を与えたりして耐震性を確保し、ネットワークの最適な形状を決定するのに、重要度分析の結果  $I_i^B$  を活用した。

### (1) 方針

設計段階で計画されたネットワーク網において、コストの関係からリンク数を減少しなければならないときがある。このとき、ネットワーク全体の信頼度に与える影響の小さいリンクか

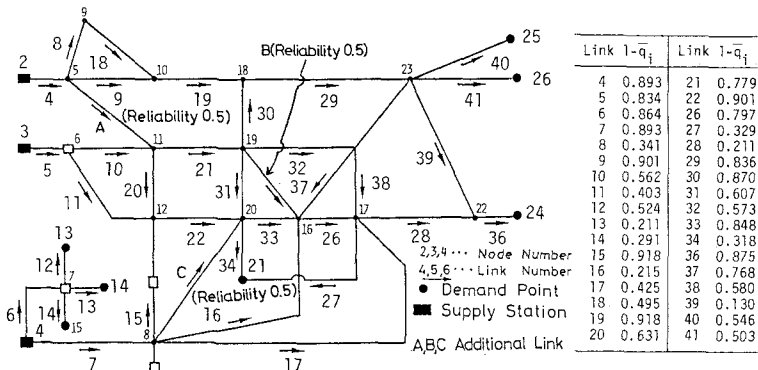


Fig.4 Water Distribution System in Sendai City (Newly Constructed Link ; A,B,C)

ら取り除いていけば、最適形状が得られる。ただし、複数のリンクを削除する場合には1つ取り除くごとに、各リンクの重要度が変化するので、そのつど重要度分析を繰り返し実施して、取り除くリンクを決定する。

一方、ネットワークの信頼度をより向上させるために、新設リンクを追加するときその布設順序を決定することも可能である。その手順は以下のようなものである。追加リンクをすべて仮想リンクとしてネットワークに組み込み重要度分析を行い、重要度の最も低い仮想リンクのランクを最下位とする。次に最下位の仮想リンクをネットワークから取り除いて、再び重要度分析を適用し、同様の手続きをすべての仮想リンクの順位が決定するまで反復するのである。

一般に、複雑なネットワークで、 $n$ 本の追加リンクの順位を決定するには $n!$ 回の信頼度解析を必要とする。

しかし、ここで提示した方法によれば、 $n$ 回の計算で比較的容易に形状が決まる。

(2) 適用例

対象としたモデルは、仙台市の単純化した上水道網<sup>11)</sup>である。Fig. 4には、後述する新設リンクA,B,Cも併記している。ここでは供給端2,3,4から需要端24への連結性に着目した。供給端2と需要端を連結するパスの中で、信頼度の高いリンクの重要度が一様に高い (Table 2, Original 1 参照)。

そこで、これらのリンクの冗長重要度 (あるリンク  $i$  に並列に同じ信頼度を有するリンク  $j$  をもう1つ布設するときの効果)

$$I_i^R = \Delta R_i \cdot I_i^B \quad (31)$$

を計算した。ここに、 $\Delta R_i$  はリンク  $i$  を並列化することによって向上した信頼度である。 $I_{28}^R = 0.109$ ,  $I_{39}^R = 0.05$ ,  $I_{36}^R = 0.02$  となったので、リンク 28 の冗長性はかなり耐震性に富むことがわかる。

上記のことを基準に、ネットワークの形状について考察した。5本のリンクを削除するために、一連の重要度分析を Table 2 のように実施した。ただし、リンク 8 を除くとリンク 18 は機能的に意味がないので、同時に除いている。最終的に、Fig. 5 のようなネットワークが得られた。

次に、信頼度 0.5 のリンク A,B,C ( Fig. 4 ) の布設効果と設置順序を検討した。この重要度分析の結果が Table 3 である。リンク A を新設すると供給端 2 からの断水確率が減少するので、リンク A の重要度は中程度のランクにある。リンク B と C はシステムの冗長性を増すが疎通性に富まないで、これらの重要度は低い。その結果、リ

Table 2 Scheme for finding Optimum Network Topology

NO.	Birnbbaum Importance $I_i^B$			
	Original 1	2	3	4
1	28 (0.659)	28 (0.656)	28 (0.649)	28 (0.650)
2	39 (0.446)	39 (0.444)	39 (0.440)	39 (0.443)
3	36 (0.186)	36 (0.185)	36 (0.183)	36 (0.184)
4	29 (0.160)	29 (0.161)	29 (0.162)	29 (0.163)
5	4 (0.119)	4 (0.119)	4 (0.119)	4 (0.120)
6	9 (0.119)	9 (0.118)	9 (0.118)	9 (0.117)
7	19 (0.117)	19 (0.116)	19 (0.116)	9 (0.112)
8	10 (0.076)	10 (0.075)	7 (0.077)	7 (0.076)
9	26 (0.071)	26 (0.071)	26 (0.070)	10 (0.072)
10	5 (0.067)	7 (0.069)	10 (0.073)	26 (0.070)
11	7 (0.067)	5 (0.067)	5 (0.066)	21 (0.066)
12	21 (0.065)	21 (0.064)	21 (0.066)	5 (0.066)
13	17 (0.045)	17 (0.045)	17 (0.045)	17 (0.045)
14	33 (0.038)	22 (0.037)	22 (0.037)	32 (0.037)
15	22 (0.035)	33 (0.037)	33 (0.037)	33 (0.037)
16	32 (0.034)	32 (0.035)	32 (0.036)	22 (0.036)
17	38 (0.026)	38 (0.026)	38 (0.026)	38 (0.026)
18	15 (0.016)	30 (0.017)	15 (0.021)	15 (0.021)
19	37 (0.013)	15 (0.017)	30 (0.018)	30 (0.017)
20	30 (0.012)	16 (0.013)	37 (0.014)	37 (0.014)
21	16 (0.012)	37 (0.013)	16 (0.013)	16 (0.013)
22	11 (0.006)	11 (0.007)	11 (0.010)	11 (0.010)
23	8 (0.006)	18 (0.006)	18 (0.006)	18 (0.006)
24	18 (0.006)	8 (0.006)	8 (0.006)	
25	20 (0.002)	20 (0.003)		
26	31 (0.002)			

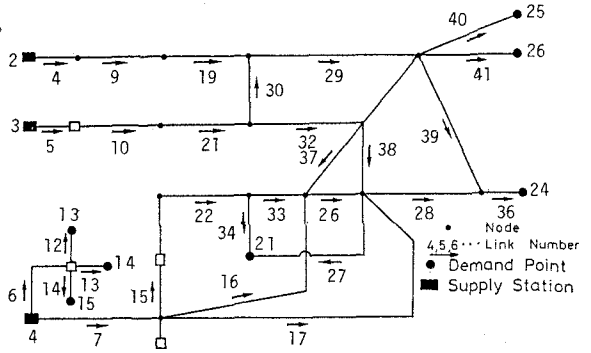


Fig.5 Optimum Network System based on This Strategy

Table 3

NO.	$I_i^B$
1	28 (0.685)
2	39 (0.498)
3	36 (0.209)
4	29 (0.143)
5	4 (0.132)
6	9 (0.098)
7	19 (0.093)
8	21 (0.073)
9	26 (0.073)
10	7 (0.059)
11	10 (0.053)
12	5 (0.049)
13	17 (0.038)
14	A (0.037)
15	32 (0.036)
16	33 (0.032)
17	38 (0.026)
18	30 (0.017)
19	22 (0.016)
20	37 (0.010)
21	16 (0.0076)
22	15 (0.0061)
23	8 (0.0044)
24	18 (0.0043)
25	11 (0.0041)
26	C (0.0034)
27	8 (0.0032)
28	20 (0.0023)
29	31 (0.0010)



リンク A→C→B の順に布設するのが最適であることがわかった。なお、各供給端から需要端 21 への連結性能を考えたときのリンク A, B, C の設置順序に変更はなかった。

## 7. あとがき

本研究は、ライフライン系の信頼度の減少を最小限に留めて、耐震的な機能面から診断・補強・最適な形状と配置を決定するために、重要度分析の手法を示し、2, 3 の考察を行なった。また、分散重要度の概念を提案した。得られた主な結果をまとめれば、以下のようになる。

- (1) 重要度分析の手法によって、ライフラインのシステム工学的解析が可能となり、各構成要素のシステム全体に及ぼす影響力や投資効果などの定量的評価基準が得られた。
- (2) ネットワークのトポロジカルなアプローチを実施し、最適形状を得るための合理的手法を示した。最適な冗長度配分方策を与えたり、システムの機能停止に及ぼす最も確からしい構成要素の検出やシステムの耐震診断のためのチェックリストの作成が容易に実施できることがわかった。
- (3) 各構成要素の信頼度に関する情報が不足しているときでも、合理的なネットワークの設計が可能となった。また、この重要度分析を適用することにより、震後の復旧戦略の検討が明確になると考えられる。

**謝 辞** 本研究は、昭和 56 年度文部省科学研究費（自然災害特別研究(1)）の補助を受けたことを付記する。また、数値計算に関しては大森浩一氏（現・大阪府富田林土木事務所）に協力を頂いた。末筆ながら深謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 井上 威恭監修：FTA 安全工学，日刊工業新聞社，昭和 54 年 4 月。
- 2) Henley, E. J. and Kumamoto, H.: *Reliability Engineering and Risk Assessment*, Prentice-Hall, Inc., 1981.
- 3) Barlow, R. E. and Proschan, F.: *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1975.
- 4) Tsuchiya, M. and Shibata, H.: Seismic reliability analysis of lifeline systems (2), 生産研究, 第 31 巻第 2 号, 研究速報, pp. 41~44, 昭和 54 年 2 月。
- 5) Birnbaum, Z. W.: On the importance of different components in a multicomponent system, in *Multivariate Analysis - II* edited by Krishnaiah, P. R., Academic Press, pp. 581-592, 1969.
- 6) Lambert, H. E.: Fault trees for decision making in systems analysis, UCRL-51829, Lawrence Livermore Laboratory, University of California, October 1975.
- 7) Fussell, J. B.: How to hand-calculate system reliability and safety characteristics, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-24, No. 3, pp. 169-174, August 1975.
- 8) Barlow, R. E. and Proschan, F.: Importance of system components and fault tree events, Stochastic Processes and Their Applications, Vol. 3, pp. 153-173, 1975.
- 9) Pearson, G. D. M.: Computer program for approximating the reliability characteristics of acyclic directed graphs, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-26, No. 1, pp. 32-37, April 1977.
- 10) Noda, S., Yamada, Y., Iemura, H. and Ogasawara, Y.: A decomposition method for lifeline risk analysis, Lifeline Earthquake Engineering - The Current State of Knowledge 1981, ASCE, pp. 171-186, 1981.
- 11) 山田善一・家村浩和・野田茂・小笠原洋一：反復分割法による震災後の上水供給系の時変信頼性解析，土木学会論文報告集，第 326 号，pp. 1~13，1982 年 10 月。
- 12) 星谷勝・小池精一：ライフラインの地震災害における復旧予測モデル，土木学会論文報告集，第 308 号，pp. 25~35，1981 年 4 月。
- 13) 田村重太郎・川上英二：モンテカルロ法による地中埋設管システムの耐震性の評価方法，土木学会論文報告集，第 311 号，pp. 37~48，1981 年 7 月。

# Importance Analysis for Aseismic Diagnosis of Lifeline Systems

Yoshikazu Yamada<sup>\*</sup>, Hirokazu Iemura<sup>\*\*</sup> and Shigeru Noda<sup>\*\*\*</sup>

For lifeline utility systems in a modern urban area, the necessity of predisaster planning and preparedness including accurate damage estimation for future earthquake disaster has been strongly emphasized. It is obvious that post-disaster strategy should differ with different level of seismic disaster. Therefore, not only accurate estimation of seismic damage but also optimum countermeasures for the restoration process must be made. The seismic damage to lifeline systems is difficult to repair and costly to society as a whole. Emphasis should be placed on the general aseismic diagnosis of these systems in addition to the damage inflicted on each component of structures or equipments.

In this paper, a methodology based on concepts of probabilistic importance was developed to determine rational countermeasures for seismic damage of lifeline systems. Various measures of the importance can be quantitatively used to evaluate ranking of system components and cut sets in fault trees.

The aseismic importance analysis for lifeline systems is based on a sensitivity analysis of terminal reliability. The various measures of reliability based importance is intended for efficient diagnosis of the component's contribution to the occurrence of system failure after earthquake ;  $I_i^B$ ,  $I_i^{CR}$ ,  $I_i^{FV}$  and  $I_{K_i}^{FV}$  (Eqs.(4), (9), (10) and (11)).

The uncertainty of system unconnectivity is estimated by the Bayesian decision theory. The variance of system unconnectivity is, then, adopted as a measure of uncertainty. It is assumed that the mean and variance of reliability of component are given. Then, the new importance based on mean and variance of a component is proposed by using a relative sensitivity coefficient of component and the variance of component reliability ;  $IV_i^B$ ,  $IV_i^{CR}$ ,  $IV_i^{FV}$ ,  $IV_i^{BP}$ ,  $IV_i^{SC}$  and  $IV_{K_i}^{FV}$  (Eqs.(13), (14), (20), (23), (28) and (30)). Since components with the greater importance contribute more to system variance, it is found that the greatest variance importance has the greatest effect in aseismic diagnosis.

Fig.2 shows a typical example of each of the importance functions. A case study is made for a water supply system for Sendai City hit by the 1978 Miyagiken-oki earthquake. By repeating the importance analysis to a system in Fig.4, the spatial optimization of the system shown in Fig.5 is considered, where the importance rankings are listed in Table 2. From this study, the process of functional restoration and its dependence on the patterns of the order of repair works have been discussed quantitatively.

From the numerical examples, it is found that the method proposed herein can be applied, 1) to suggest the most optimal approach to upgrade system, 2) to find weak components in system design and operation, 3) to determine the optimal location of spatial system, 4) to generate repair checklists on basis of the importance measures, 5) to diagnose the aseismicity of lifeline systems, and 6) to evaluate the rational restoration strategies.

---

<sup>\*</sup>, <sup>\*\*</sup>, <sup>\*\*\*</sup> ; respectively, Professor, Associate Professor and Research Associate of Civil Engineering, Kyoto University