(11) 地震時構造物応答の極限解析

— 構造物の極限耐震性評価の基礎理論 —

河村 廣 (神戸大学・工学部)

1. 序

地震時における構造物の応答や損傷の程度が、その構造物の極限崩壊状態を基準として定量化されなければ、真の意味での耐震安全性の評価はなされない。極限耐震性に関する既往の研究は、基準物理量を何に設定するかによって大別される。例えば、耐力[1]、エネルギー[2]~[5]、そして疲労損傷率[6]~[9]が挙げられる。筆者の従来の研究[10]~[13]は、疲労崩壊的立場を起点として、更に地震入力と構造物応答をも包含する処に特色があったが、その簡明性と大胆さに対して批判もあった[14]~[16]。

筆者の研究は、元々構造崩壊特性から出発したものであったが、その後、構造物の共振疲労特性[17]、地震と地震動[18]、地震応答性状[19][20]等に関する研究を重ねるにつれ、次の如き認識を持つに到った。即ち、構造物の極限状態を論じるには、地震時の応答も極限状態そのものにおいて解析する理論が必要であり[21]、更に、本理論は地震動特性と構造崩壊特性を定量化し、連結し得るものでなければならない。

本研究は、如上の観点から、地震時の構造物応答を極限状態において解析する手法を提示し、極限耐震性評価の基礎理論を体系的に記述しようとするものである。本研究の理論的骨子のアナロジーを強いて求めるならば、構造物の崩壊荷重を解析するための*Limit Analysis*に相当するものと言えようか。

2. 前提条件と基本原理

本研究が構造物の動的挙動を対象とする以上、Newtonの運動の法則を基盤とする古典力学の範疇に属することは言う迄もない。しかし、入力としての地震動には極めて不確定要因が多く、又、構造物崩壊も多種多様の相を有しており、運動の微分方程式万能主義[22]では、正攻法ではあっても、構造物の応答崩壊挙動の全貌を把握し切る迄の道程は遠いように思われる。

本論では、動的挙動に対し次の如き前提を設ける。

(1) 系は一質点振動子(Fig.1)である。

(2) 質点の応答は*Monotonic*な変形(Fig.2)と、原点対称振幅の*Cyclic*な振動(Fig.3)に大別され、両者は二者択一的とする。

(3) 地震動は、スペクトル特性と継続時間で与えられるランダム波(Fig.4)である。

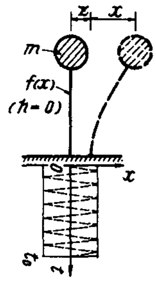

Fig.1 S.D.F. System

上記前提の内、第(2)項が不自然な観を与えよう。何故ならば、ランダムな入力に対する応答はランダムであり、又、変位がどちらか一方に片寄る現象も実際は生じるからである[22]。しかし、ランダムさの中にはある平均的な量も存在するはずであり、Fig.3はその平均的な応答の像を与えており、一方、不安定性、偏向性のある応答もその極値をとればFig.2の如くなる。Figs.2,3は、応答を極値と平均値とに分解したものと言える。

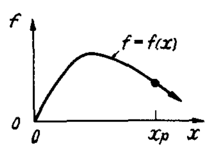

Fig.2 Monotonic Force-Defomation Curve

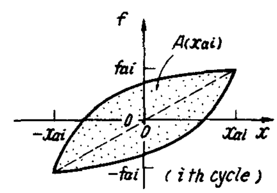

Fig.3 Cyclic Force-Deformation Curve

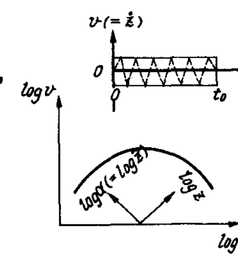

Fig.4 Earthquake Ground Motion Spectrum

上記の前提条件の下で、質点の応答は以下の如き選択極大応答原理[21]に基づき評価されるものとする。即ち、系は自己に最大の変位又は変形振幅を生じさせるような入力の波形を、ランダムな入力波の中から選択する。本原理の普遍性、妥当性についての数値実験的検証は[19][20][22]~[25]、その一部分を終えたに過ぎないが、現時点で未だ著しい不都合も生じておらず、ここでは、基本的原理として採用する。系が与えられた入力の下で最大応答量を示そうとすることと、ランダムな入力に対し選択性を発揮することとは、個々に見ればさ

程不自然な原理でもない。 理論的には，この両者を結合させることの可否が問題として残るであろうが，更に考察を進めれば，両者はより深い一般的力学原理（例えばハミルトンの原理？）により統一的に説明されるかも知れない。 しかし，ここではこれ以上深入りせず，議論を前へ進めることとする。

3. パルス応答解析

Fig.2 のMonotonicな応答は，パルス的な入力により生じるものと考えられるので，ここではパルス応答と名付ける。 即ち，今ある入力波パルス(Fig.5)により，

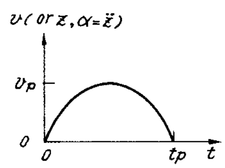

Fig.5 Single Pulse

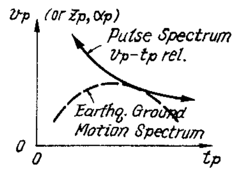

Fig.6 Pulse Spectrum

Fig.2 の点P ($x=x_p$) に到ったとしよう。 パルスの振幅を v_p (or $z_p, \alpha_p=\ddot{z}_p$)，継続時間を t_p とする時，$x=x_p$ に対し，Fig.6 の如き双曲線状の v_p-t_p 関係が存在する。一方，入力波のスペクトル(Fig.4)を $T/2 \to t_p$ に調節してFig.6 中破線の如く示せば，その特性から一般に上に凸状となろう。 従って，前章で述べた選択極大応答原理に依れば，$x=x_p$ が最大応答変位ならば，v_p-t_p 関係は入力波スペクトルに接するように，即ち上限として存在することになる。

叙上の原理により，入力波スペクトルが与えられたならば，それに接する上限としての v_p (or z_p, α_p)$-t_p$ 関係を選出することにより，最大応答変位 x_p が求まる。又，逆に，x_p が崩壊点ならば，その v_p-t_p 関係に接する上限としての入力波スペクトルが系に崩壊をもたらすと考えられる。 最大応答変位 x_p を求めることをパルス応答解析と称することができるが，その主たる作業は v_p (or z_p, α_p)$-t_p$ 関係を求めることにある。 この v_p (or z_p, α_p)$-t_p$ 関係をパルススペクトルと称することにする。

ここで問題となるのは，Fig.5のパルス波形状と縦座標の物理量の決め方である。 本論では一例として，単一矩形パルスで振幅は速度及び加速度の場合におけるパルススペクトルの解析式を導いて見よう。注(1)

(A) 単一矩形速度パルスを受ける場合

系のMonotonicな復元力－変位関係と入力矩形速度パルスをFig.7の上・下段に示す。 初期条件と極大応答条件は，

$$t=0;\ x=0,\ \frac{dx}{dt}=v_p \quad —(1)$$

$$t=t_p;\ x=x_p,\ \frac{dx}{dt}=0 \quad —(2)$$

で与えられるものとする。

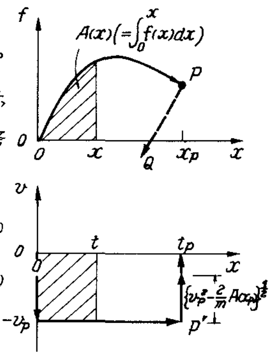

Fig.7 Monotonic Force-Deformation Curve and Velocity Single Pulse

エネルギーの保存則より，$0\leq x\leq x_p$，$0\leq t\leq t_p$ において，次式が成立する。

$$\frac{1}{2}mv_p^2=A(x)-\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \quad —(3)$$

但し，
$$A(x)=\int_0^x f(x)dx \quad —(4)$$

式(3)を変数分離型の微分方程式と見れば，x, t につき各々 $x=x_p$, $t=t_p$ 迄の定積分をとることにより，

$$\int_0^{x_p}\frac{dx}{\left\{v_p^2-\frac{2}{m}A(x)\right\}^{\frac{1}{2}}}=\int_0^{t_p}dt=t_p \quad —(5)$$

の形で v_p-t_p 関係，即ちパルススペクトルが与えられる。 これを図示すれば，Fig.8の如く双曲線状を描くことは明らかである。

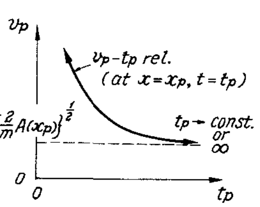

Fig.8 Velocity Pulse Spectrum

但し，ここで補足説明を要する。 それは式(2)の極大応答条件を満たすためには，入力速度 v は $t=t_p$ で $v=-\left\{v_p^2-\frac{2}{m}A(x_p)\right\}^{\frac{1}{2}}$ になればよく，$v=0$ 迄戻るとすれば(Fig.7参)，系の応答変位もFig.7破線の如く P→Q の履歴を描くことである。 然るに，前提条件として入力波は不確定的に与えられており，又，応答もCyclicの範疇に入ってくることから，ここではそれ以上の解析的追跡はできない。 選択極大応答原理によれば，以後の解析をパルス的に行なうことも不可能ではなく，今後の課題としたい。 完全剛塑性型，Slip剛塑性型，角柱剛体の躍動等については，既に若干の試みを行なっている。(23)(24)

本論では，Cyclicな応答は定常，非定常を含めて次章の有限共振応答解析によるものとする。

(B) 単一矩形加速度パルスを受ける場合

Fig.9 はMonotonicな横力ー変位関係とそれに対応する単一矩形加速度パルスである。初期条件，パルス終了条件，極大応答条件は，

$$t=0;\quad x=0,\ \frac{dx}{dt}=0 \qquad -(6)$$

$$t=t_p;\quad x=x_p \qquad -(7)$$

$$t=t_u;\quad x=x_u,\ \frac{dx}{dt}=0 \qquad -(8)$$

で与えられる。運動方程式は，$0 \leqq t \leqq t_p$ において，

$$m\ddot{x}+f(x)=m\alpha_p \qquad -(9)$$

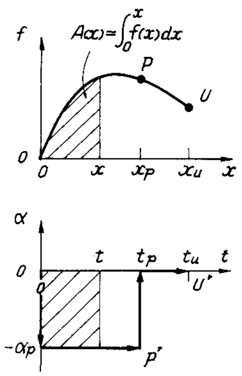

Fig.9 Monotonic Force-Deformation Curve and Acceleration Single Pulse

となり，$t \geqq t_p$においては右辺は零となる。上式をxについて積分すれば，

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+A(x)=m\alpha_p x \qquad -(10)$$

を得，変数分離型として $x=x_p$, $t=t_p$ 迄の定積分を行なえば，

$$\int_0^{x_p}\frac{dx}{\left\{\frac{2}{m}(m\alpha_p x-A(x))\right\}^{\frac{1}{2}}}=\int_0^{t_p}dt=t_p \qquad -(11)$$

の如く，$\alpha_p - t_p$ 関係を得る。但し，x_p は $x=x_u$, $t=t_u$ 迄の定積分より，

$$\frac{A(x_u)}{m\alpha_p}=x_p \qquad -(12)$$

で与えられる。

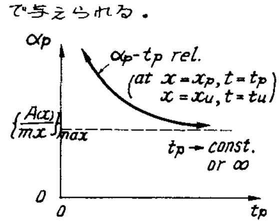

Fig.10 Acceleration Pulse Spectrum

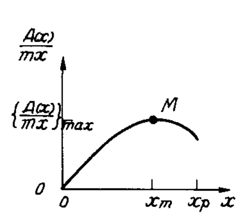

Fig.11 A(x)/mx - Deformation Curve

式(10)を図示すれば，Fig.10の如き双曲線状の関係が得られるが，α_pは，Fig.11で$A(x)/mx - x$ 関係が与えられる時，その極大点Mに対応する $\{A(x)/mx\}_{max}$ を越えて存在し得ないので，この値がFig.10のスペクトルの下限値を与えることになる。

注(1) 入力波を正弦波形でなく矩形パルスで評価することの定量的な検討は，Appendix にて行なう。

4. 有限共振応答解析[19][20][25]

Fig.3 の Cyclic な履歴ループを描いて系が振動する場合，等価線形化が近似的に可能であり，かつ地震動スペクトルが比較的平坦と見做せる領域においては，選択極大応答原理から選択共振原理が導かれる。Fig.3 のループにおいて，等価固有周期T_eと等価粘性減衰定数h_eとを（i を省略して），

$$T_e=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m x_a}{f_a}} \qquad -(13)$$

$$h_e=\frac{1}{4\pi}\frac{A(x_a)}{\frac{1}{2}f_a x_a} \qquad -(14)$$

で与えられるものとしよう。Fig.9は共振曲線である

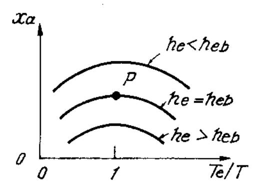

Fig.12 Resonance Curve

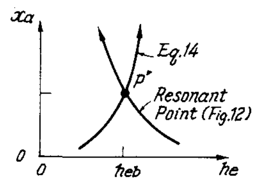

Fig.13 x_a - h_e Curve

が，$h_e=h_{eb}$ の時系は選択極大応答原理よりx_aが最大となるP点で与えられるように，地震動周期T_eを選択し共振する。その時のh_{eb}は次の如く求まる。即ち，x_aが大になれば式(14)よりh_eも大となり，逆にFig.12の共振曲線よりhが大になるとx_aは小となる。その関係を図示したのがFig.13であり，h_{eb}は両曲線の交点P'で与えられることになる。

共振応答性が完全であり，又選択する入力波が正弦波であるとするならば，応答倍率βは等価線形振動論により，

$$\beta=\frac{1}{2h_e} \qquad -(15)$$

で与えられる。

一方，入力波の速度スペクトルを$v(T)$とすれば，iサイクル目において

$$x_{ai}=\beta\cdot\frac{T_{ei}}{2\pi}v(T_{ei}) \qquad -(16)$$

$(\because T=T_{ei})$

が成立する。

式(16)に式(15),(13),(14)を代入すれば，最終的に，

$$v(T_{ei})=\frac{1}{\sqrt{m}\,\pi}\cdot\frac{A(x_{ai})}{\sqrt{f_{ai}x_{ai}}}\ (=C_{Rvi}) \qquad -(17)$$

を得る。C_{Rv}を共振速度容量と称することとする。[17]

ここで，$A(x_{ai})$, f_{ai}, T_{ei} が x_{ai} の関数で表わされるならば，式(17)を解くことによりx_{ai}が求まることになる。

粘弾性系の応答スペクトルS_Vを見れば，粘性減衰定数hが零の場合でもS_Vは有限値である。 この有限性は，過渡的共振応答時間の有限性によるものと考えられる。 共振継続時間に有限性を与える因子として，地震動そのものの継続時間はいささか長過ぎるので，地震動そのものの性質として有効な共振波数N_Wを有するものと仮定し，N_Wを平均的な応答スペクトルから定量化して見よう。

過渡的共振時の変位応答倍率βは近似的に，

$$\beta=\frac{1}{2h}\left(1-e^{-2\pi h N_W}\right) \qquad \text{—(18)}$$

で与えられるが，速度に対しても近似的に適用可とする。 一方，Housnerの平均速度応答スペクトル[26]と，高田,大久保,栗林の標準速度応答スペクトル[27]から，$h=0$のS_{V0}に対しh時のS_{Vh}の低下する割合い$\frac{S_{Vh}}{S_{V0}}$を横軸hに対して plot すると Fig.14を得る。 式(16)を用いれば，

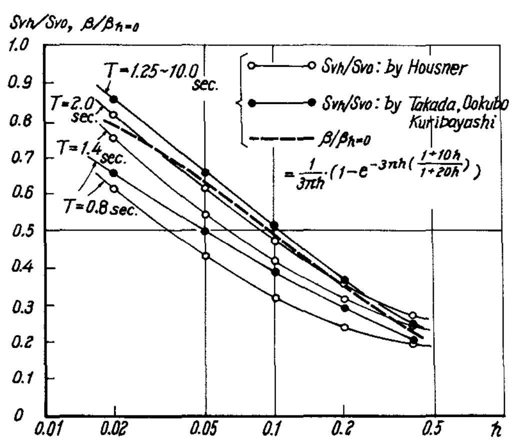

Fig.14 Deterioration of Velocity Responses[20]

$S_{Vh}/S_{V0}=\beta/\beta_{h=0}$ であり，ここで，

$$N_W=1.5\left(\frac{1+10h}{1+20h}\right) \qquad \text{—(19)}$$

とおけば，Fig.14中の太い破線を得ることから，βとして

$$\beta=\frac{1}{2h}\left(1-e^{-3\pi h\left(\frac{1+10h}{1+20h}\right)}\right) \qquad \text{—(20)}$$

の如くhの関数として近似化できよう。[20] 勿論，周期Tも影響を与えることはFig.14より明らかであるが，本論では無視することとした。 ここで，$h=h_e$と等価におき，更に式(20)を簡単な代数式に近似化すれば，

$$\beta=\frac{0.6\pi}{\pi h_e+0.4} \qquad \text{—(21)}$$

とおくことができる。 式(20)(21)を比較して示したのがFig.15であり，参考迄に式(15)も併記した。

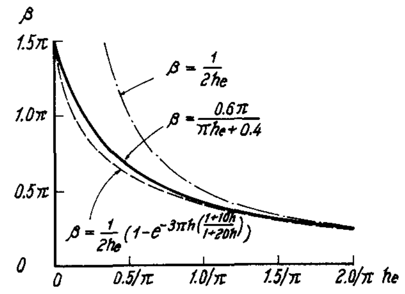

Fig.15 Approximation of Magnification Factors[20]

式(16)に，式(21)と式(13)(14)を代入すれば，最終的に，

$$v(T_{ei})=\frac{1}{\sqrt{m}}\left\{\frac{A(x_{ai})}{1.2\pi\sqrt{f_{ai}x_{ai}}}+0.212\sqrt{f_{ai}x_{ai}}\right\} \qquad \text{—(22)}$$

$$(=C'_{RVi})$$

を得る。[19][20] 右辺をC'_{RV}とおけば，有限共振速度容量と称することができる。

結局，式(22)を解き，x_{ai}を求めることが有限共振応答解析であり，解としてはx_{ai}のみならず，総繰返し回数n_0（式(42)参）及び総履歴面積ΣA_i等も得られる。

式(20)を解くことは数学的な問題となるが，そのスペクトル上，幾何学上の意味について考えて見よう。C'_{RVi}は一般にx_{ai}の関数となるが，式(13)からT_eも亦x_{ai}の関数として与えられる。 従って，今，iサイクル目において，C'_{RVi}をT_eの関数として表わせば，Fig.16の実線の如き関係が得られよう。 これを有限共振速度容量スペクトルと名付ければ[21]，本スペクトルと地震動スペクトルvとの交点Pが，iサイクル目において入力と応答の釣合う点となる。

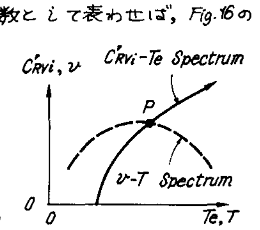

Fig.16 Spectrum of Finite Resonance Velocity Capacity

一般には，vが上凸，C'_{RVi}が漸増関数とは言え，交点が一ヶとは限らないが，複数個存在する場合は，選択極大応答原理によりx_{ai}が大即ちT_eが大なる方を解とすべきであろう。 本解析が有効なのは，地震動の継続時間t_0に対し，

$$\Sigma T_{ei}\leq t_0 \qquad \text{—(23)}$$

の範囲に限られることは選択共振性より明らかであろう。 定常非定常応答を含めて，有限共振性が近似的に成立することは文献[19][20][25]で検証済みである。

5. 地震動スペクトル[18][19]

パルス応答解析ではパルススペクトルの，有限共振応答解析では有限共振速度容量スペクトルの解析法を示したが，最終的な応答のPointは地震動スペクトル(Fig.4)が定量化されなければ定まらない。

地震動スペクトルの定量化には二通りのアプローチが考えられる。一つは，ある与えられた時刻関数としての確定波から求める方法[19][20]と，もう一つは，地震のメカニズムを考慮し，地震学的な知見に基づく方法である。[18]

前者は，式(20)の有限共振応答倍率を用いれば可能となる。即ち，式(20)のβについて，

$$\beta = 1 \;;\; h = h_1 (= 0.453) \qquad -(24)$$

となるようなh_1において，与えられた地震波の応答スペクトルを求めればよいことになる。この場合h_1は0.453となる。[20] 応答スペクトルということで，定量的には過大評価となろうが，本スペクトルの物理的意味としては，系にパルス的有限共振の応答を生じさせるべき入力波の周期成分を与えていると考えられる。議論を更に厳密にするならば，本スペクトルが地震動始点からの応答として与えられる時，パルス応答解析と$i=1$迄の有限共振応答解析に対してのみ有効である。$i \geq 2$については，系が選択すべき入力波としては，過去に経過した$\sum^{i-1} T_{ei}$を除いた残りの波を対象とすべきである。一般的に図示するならば，Fig.17の如く，v-T-t空間を考え，v-t平面t軸上に地震波を描き，v-T平面に応答スペクトルを描く必要がある。$t=0$平面上のスペクトルは，$i \leq 1$において有効であり，$i=j$サイクル目については，

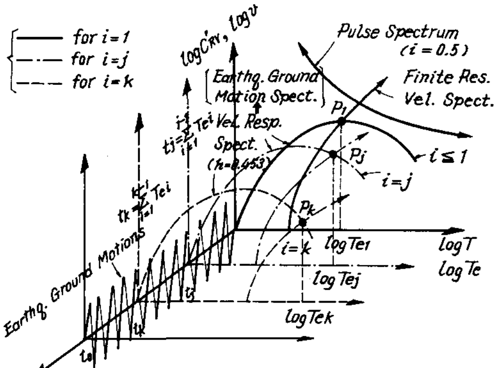

Fig.17 General Spectrum Analysis of Earthquake Ground Motions

$$t = t_j = \sum_{i=1}^{j-1} T_{ei} \qquad -(25)$$

の時刻を始点とする波のスペクトルを用いなければならない。$t=t_0$に達すると，当然スペクトルは消失する。図中，P_1, P_j, P_k点は，有限共振応答解析で求まる解の点であり，t-T座標上では，各々$(0, T_{e1})$，(t_j, T_{ej})，(t_k, T_{ek})で与えられる。

地震動スペクトルを定量化する手法の後者として挙げた，地震学的知見に基づく方法は，震源メカニズムや地震気象そのものに不確定要因が多く，断定的なことは言えないが，一つの試案として提示する。[18]

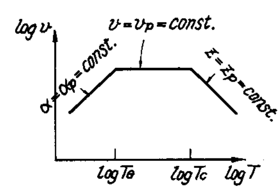

Fig.18 Idealized Trapezoidal Spectrum of Earthquake Ground Motions

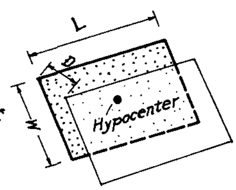

Fig.19 Fault Model of Earthquake Source

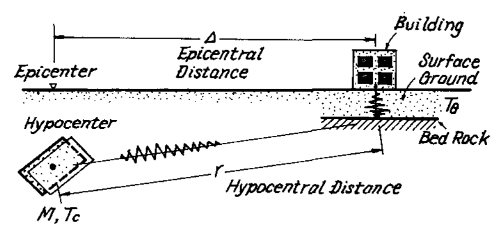

Fig.20 Propagation Path of Earthquake Waves

基本的な考え方は以下の仮定に従う。

(1) v-Tスペクトル特性はFig.18, Eq.26の如く台形とする。

$$\left.\begin{array}{lll} T \leq T_g & ; & \alpha = \alpha_0 = const. \\ T_g \leq T \leq T_c & ; & v = v_0 = const. \\ T_c \leq T & ; & z = z_0 = const. \end{array}\right\} \qquad -(26)$$

(2) 折点周期は，T_g(表層地盤卓越周期)及びT_c(震源折点周期)とする。(Fig.20参)

(3) 震源は断層モデル(Fig.19)とし，折点周期T_cは，

$$T_c = 2 \cdot \frac{D/2}{\bar{v}} \qquad -(27)$$

で与えられるものとする。注(2) 但し，Dは断層のずれの量，$\bar{v}$はずれの平均速度である。

(4) z_0は気象庁設置の地震計による最大地動変位振幅

とする。

(5) 日本における平均的な T_G を 0.3 sec. とし，z_0 は $T_G/0.3$ に比例するものとする。

(6) 主要地震動の継続時間 t_0 は，次式で与えられる。

$$t_0 = L/V \qquad -(28)$$

但し，L は断層長さ(Fig.19)，V は亀裂伝播速度とする。

上記の考え方に基づけば，最終的に，Fig.18 の α_0, v_0, z_0, T_G, T_C を，マグニチュード M，震央距離 Δ km，地盤卓越周期 T_G sec の関数として表わすことができる。気象庁発表の M は次式の坪井式により算出されている。

$$\log z_0 = M - 1.73\log\Delta - 3.17 \qquad -(29)$$

$$(z_0 : cm,\ \Delta : km)$$

従って，仮定(5)より T_G なる地盤上では，

$$\log z_0 = M - 1.73\log\Delta - 3.17 + \log\frac{T_G}{0.3} \qquad -(30)$$

となり，更に，仮定(1)(2)より，α_0, v_0 は，

$$\log v_0 = \log z_0 + \log\frac{2\pi}{T_C}, \quad -(31) \qquad \log\alpha_0 = \log v_0 + \log\frac{2\pi}{T_G} \quad -(32)$$

により与えられる。　一方，T_C は，仮定(3)と飯田の式[29] (Eq.33) を $M = 5\sim8$ の範囲内で変更した式(34) により，

$$\log D = 0.55M - 3.71, \quad (D : m) \quad -(33) \qquad \log D = 0.5M - 3.3 \quad (D : m) \quad -(34)$$

次式の如く M の関数で与えられる。注(2)

$$\log T_C = 0.5M - 3.00 \qquad -(35)$$

$$(T_C : sec)$$

更に t_0 は，V を横波の伝播速度 V_S に等しいとして，3 km/sec を仮定すれば，式(28)と大塚の式[30] (Eq.36) により，

$$\log L = 0.5M - 1.8, \quad (L : km) \quad -(36) \qquad \log t_0 = 0.5M - 2.28 \quad (t_0 : sec) \quad -(37)$$

式(37)の如く M の関数として与えられる。　簡単のため $t \leq t_0$ で Fig.18 のスペクトルを不変と考えることもできる。

地震動スペクトルの求め方について二法を述べたが，科学的見地から厳密には，Fig.17 と Fig.18 との比較検討を具体的な地震と地震動について行なう必要がある。検証の充分なされていない現段階としては，仮説的意味合いが濃いが，一応の科学的根拠に基づき誘導されたもので，後は定量的調整作業が残されていると考えている。

注(2) T_C を与える式が文献(18)と若干異ることに注意

6. 極限耐震性の評価

パルス応答解析，有限共振応答解析は，構造物の地震応答の極限解析と称することができる。　本解析により求まる x_{ai}, $A(x_{ai})$ に構造物の崩壊規準を適用すれば，地震入力による構造物の崩壊の有無，或いは損傷率(Damage Factor → D.F.)を算定することができる。　各種崩壊型における崩壊規準式と D.F. の算定式を以下に例示する。（パルス応答の場合は，$i = 0.5$ と考える。）

(1) 変形限界型

$$x_a = \delta_B\ ; \qquad D.F. = \frac{x_{an_0}}{\delta_B} \qquad -(38)$$

(2) 累積変形限界型

$$\sum_{i=1}^{n_0} x_{ai} = \delta_{BC}\ ; \qquad D.F. = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} x_{ai}}{\delta_{BC}} \qquad -(39)$$

(3) 総履歴吸収エネルギー限界型

$$\sum_{i=1}^{n_0} A(x_{ai}) = A_{BC}\ ; \qquad D.F. = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} A(x_{ai})}{A_{BC}} \qquad -(40)$$

(4) 疲労崩壊型

$$x_a \cdot N_B^{\gamma} = K\ ; \qquad D.F. = \sum_{i=1}^{n_0} \frac{1}{N_B(x_{ai})} \qquad -(41)$$

但し，δ_B, δ_{BC}, A_{BC}, γ, K は定数であり，n_0 は総繰返し回数で，$t_0 = \sum_{i=1}^{n_0}(T_{ei})$ —(42) で与えられる。　式(41)は線形マイナー則の適用であるが，非線形の場合，崩壊条件が $D.F. = 1$ になるとは限らない。

地震動から極限応答解析を経て，D.F. の算出に到る手順を総括して示したのが，Fig.21 である。

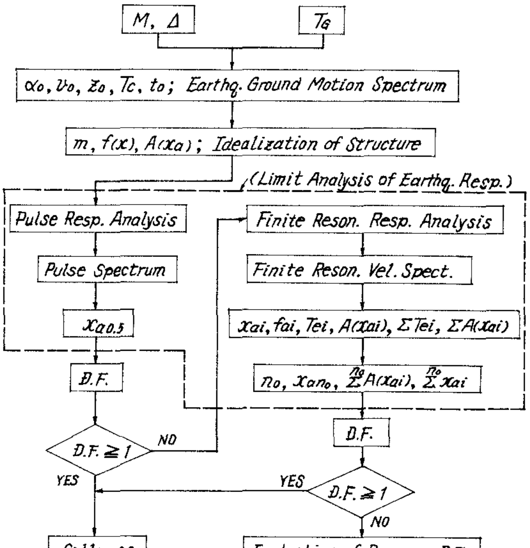

Fig.21 Flow Diagram of Evaluation of Ultimate Aseismic Safety (D.F.) of structures

7. 結

本論では，構造物の地震応答の極限解析法を提示し，本解析法が地震動スペクトルと構造物の崩壊規準を適用することにより，構造物の極限耐震性の定量化の為の理論的骨子を与えることを示した。 本解析は，選択極大応答原理により，Monotonicな応答に対するパルススペクトルを求めるパルス応答解析と，Cyclicな共振応答に対応する有限共振容量スペクトルを求める有限共振応答解析とよりなり，前者は応答の単純さの極値であり，後者は応答の複雑さの平均像を解析対象とするものである。

多質点系，地盤との連成系，上下振動，Monotonicと共振との遷移的崩壊，etc の克服すべき問題は多く残されているが，震源から構造物崩壊迄をバランスよくかつ明快に結合させ得る処が，本極限解析法の特色である。

謝 辞

本研究におきましては，神戸大学山田稔教授より御懇切なる御指導を，同・辻文三助教授より有益なる御示唆を，又，大成建設の西垣太郎氏，鴻池組の樫原健一氏より有益な御討議を頂きました。 ここに，厚く御礼申し上げます。

文 献

(1)佐野利器：家屋耐震構造論(上編)，震災予防調査会報告，No.83(甲)，大5.6.
(2)棚橋諒：地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見，建築雑誌，日本建築学会，昭10.5，pp.578～589.
(3)Housner, G.W.: Limit Design of Structutes to resist Earthquakes, Proc., 1st WCEE, Barkeley, 1956, pp.5-1～5-13.
(4)加藤勉，秋山宏：強震による構造物へのエネルギー入力と構造物への損傷，日本建築学会，論報，No.235，昭50.9，pp.9～18.
同：鋼構造筋違骨組の耐震極限設計，日本建築学会，論報，No.237，昭50.11，pp.59～65.
(5) 秋山宏：建築構造物の耐震極限設計，東大出版会，1980.9.
(6) Kasiraj, I., Jao, J.T.P.: Fatigue Damage in Seismic Structures, Proc., ASCE, Vol.95, ST8, Aug.1969, pp.1673～1692.
(7)南井良一郎：建築構造物の耐震安全性について，京大防災研究所，年報，13号A，昭45.11，pp.35～58.
(8)Mizuhata, K.: Low Cycle Fatigue under Multiaxial Stress Conditions, Proc., 4th WCEE, Santiago, Chile, Jan.1969, Vol.I, B-2, pp.31～46.
(9)Yamada, M.: Effect of Cyclic Loading on Buildings, Proc., International Conf., Planning & Design of Tall Buildings, ASCE-IABSE, Aug.1972, Vol.II, pp.725～739.
(10)山田稔，河村廣：鉄筋コンクリート構造物の耐震安全性について，日本建築学会，論報，No.190，昭46.12，pp.45～53，(2)No.209，昭48.7，pp.21～30，(3)No.213，昭48.11，pp.1～10，(4)No.225，昭49.11，pp.19～28.
(11)山田稔編著：鉄筋コンクリート構造物の耐震安全性について，技報堂出版，昭51.8.
(12)山田稔，河村廣：鋼構造物の耐震安全性について，日本建築学会論報，(1)No.227，昭50.1，pp.67～74，(2)No.230，昭50.4，pp.29～35，(3)No.278，昭54.4，pp.55～66，(4)No.283，昭54.9，pp.58～67，(5)No.284，昭54.10，pp.69～77.
(13)山田稔，河村廣：極限耐震設計の基本構想；日本建築学会，論報，No.240，昭51.2，pp.39～50.
(14)小谷俊介，柴田明徳：山田，河村両氏の論文「鉄筋コンクリート構造物の耐震安全性について(2)」に対する討論，日本建築学会，論報，No.223，昭49.9，pp.59～62.
(15)加藤勉，秋山宏：山田稔，河村広両氏のご討論に対する回答，日本建築学会論報，No.252，昭52.2，pp.146～148.
(16)文献(1)，序章，pp.1～6.
(17)山田稔，河村廣：構造素材及び要素の共振疲労特性，日本建築学会論報，(I)No.240，昭52.10，pp.35～45，(II)No.261，昭52.11，pp.61～69，(III)No.268，昭53.6，pp.31～38，(IV)No.269，昭53.7，pp.73～83，(V)No.277，昭54.3，pp.13～22，(VI)No.285，昭54.11，pp.93～99.
(18)山田稔，河村廣：極限耐震設計と設計用地震動，日本建築学会，論報，No.279，昭54.5，pp.29～40.
(19)山田稔，河村廣：有限共振原理に基づく履歴系構造物の地震応答解析，日本建築学会論報，No.287，昭55.1，pp.65～76.
(20)河村廣：整形骨組構造物の極限震性(I)，日本建築学会，近畿支部研報，昭54.6，pp.325～328，(II)日本建築学会，大会梗概集，昭54.9，pp.607～608.
(21)河村廣：振動系の地震応答における安定，不安定，崩壊，未崩壊の原理(I)，日本建築学会，近畿支部研報，昭55.6，pp.329～332，(II)日本建築学会，大会梗概集，昭55.9，pp.743～744.
(22)谷資信編著：構造物の動的解析(建築物の構造解析シリーズIV)，11.3 地震応答推状，pp.280～291，技報堂出版，昭53.2.
(23)山田稔，河村廣：地震時構造物応答における地震工学的原理，(I)，日本建築学会近畿支部研報，昭53.5，pp.353～356.
(24)山田稔，河村廣：地震時構造物応答における地震工学的原理，(II)，日本建築学会，大会梗概集，昭53.9，pp.717～718.
(25)山田稔，河村廣，土居靖：履歴系構造物の地震応答における有限共振原理，日本建築学会近畿支部研報，昭55.6，pp.325～328，日本建築学会，大会梗概集，昭55.9，pp.657～658.
(26)Housner, G.W.: Behavior of Structures During Earthquakes, Proc., ASCE, EM4, Oct.1959, pp.109～129.
(27)高田孝信，大久保忠信，栗林栄一：橋梁の耐震設計に関する研究(I)，土木研究所報告，128号，昭41.4，pp.1～51.
(28)坪井忠二：地震動の最大振幅から地震の規模Mを定めることについて，地震，2輯，7巻3号，1954.10，pp.185～193.
(29)Iida, K.: Earthquake Magnitude, Earthquake Fault, and Source Dimensions, Journ. of Earth Sciences, Nagoya Univ., Vol.13, No.II, 1965, pp.115～132.
(30)大塚道男：地震のマグニチュードと地表にあらわれる断層について，地震，2輯，18巻，1965，pp.1～8.

Appendix

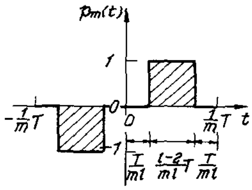

Fig.1 Periodic Rectangular Pulse

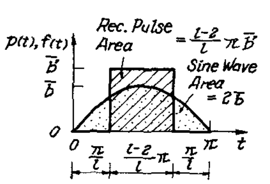

Fig.2 Area of Rectangular Pulse and Sine Wave

Fig.1の矩形パルス$p_m(t)$をフーリエ級数展開すれば，

$$p_m(t)=\frac{4}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{l}\sin\frac{m\pi}{T}T+\frac{1}{3}\cos\frac{3\pi}{l}\sin\frac{3m\pi}{T}T+\frac{1}{5}\cos\frac{5\pi}{l}\sin\frac{5m\pi}{T}T+\cdots\cdots\right),$$

一方，$-T\leqq t\leqq T$での周期的奇関数$f(t)$は，

$$f(t)=b_1\sin\frac{\pi}{T}t+b_2\sin\frac{2\pi}{T}t+b_3\sin\frac{3\pi}{T}t+\cdots\cdots,$$

ここで，　$f(t)=\sum_{m=1}^{\infty}b'_m p_m(t)$　とおき，即ち，$f(t)$を$p_m(t)$で級数展開できるものとすれば，その周期成分b'_mとフーリエ級数の周期成分b_mを比較してみよう。 個々の値よりも，簡単のため，平均的な値で比較するため，$\sum^{k}b_m$を考え，更に，$b'_1=b'_2=\cdots\cdots=b'_k=\overline{b'}$とおくと，

$$\frac{\sum^{k}b_m}{\overline{b'}}=\frac{4}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{l}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cos\frac{3\pi}{l}+\cdots\cdots+\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{k}\cos\frac{k\pi}{l}\right)k,$$
(但し，kは奇数)

$$\therefore\lim_{k\to\infty}\frac{\frac{1}{k}\sum^{k}b_m}{\overline{b'}}=\frac{\bar{b}}{\bar{B}}=\frac{\pi}{2}\frac{l-2}{l},$$

即ち，平均的にみれば，$\bar{b}$は$\overline{b'}$の$\frac{\pi}{2}\frac{l-2}{l}$倍となり，Fig.2より明らかな如く，矩形パルスと正弦波パルスの振幅比は，等価面積の原理に従って与えられることになる。

LIMIT ANALYSIS OF EARTHQUAKE RESPONSE
- Fundamental Theory for Evaluation of Ultimate Aseismic Safety of Structures -

Hiroshi KAWAMURA*

In order to evaluate the ultimate aseismic capacity and safety of structures, one needs a theory by means of which fracture criteria of structures are able to be connected directly with earthquake excitations. As such a paper, in this paper, limit analysis of earthquake response is presented. In this theory, earthquake structural responses are analyzed at limit or critical states on the basis of the selection principle of maximum response proposed by the author.

Limit response states of single degree of freedom system (Fig. 1) are divided extremely into monotonic deformation and cyclic vibration (Figs. 2,3). corre-sponding to each limit state, limit analysis of earthquake response consists of pulse response analysis and finite resonance response analysis. In the pulse response analysis, a pulse spectrum (fig. 6) corresponding to a single pulse (Fig. 5) which produces the monotonic deformation $x = x_p$ in Fig. 1 is calculated. When this spectrum is tangent to an input spectrum of earthquake ground motions, the deformation x_p becomes the maximum response one according to the selection principle of maximum response. The spectrum in Fig. 8 (Eq. 5) corresponds to the single rectangular velocity pulse (Fig. 7), and the one in Fig.10 (Eq.11) to the single rectangular acceleration pulse (Fig. 9). The finite resonance re-sponse analysis is based on the selection priciple of resonance reduced from the selection principle of maximum response (Figs.12,13). Considering real average velocity response spectra(Fig.14), the principle of resonance is replaced by the more accurate one of finite resonance from which an analytical response equation is able to be derived (Eq.22) and finite resonance velocity capacity C'_{RV} is defined. That capacity is able to be illustrated as finite resonance velocity spectrum (Fig.16) and the intersection of that spectrum and earthquake ground motion spectrum becomes the solution.

Consequently, the limit analysis of earthquake response proposed here is able to be applied to the evaluation of the ultimate aseismic safety of structures, when earthquake ground motion spectrum and fracture criteria in the condition of monotonic or cyclic deformation are given. Earthquake ground motion spectrum is given by the following two ways: (1) Velocity response analysis of a visco-elastic system with damping ratio h = 0.453 to observed earthquake ground motions (Fig.17). (2) Trapezoidal approximation (Fig.18) in which the characteristic values are calculated by a fault model of earthquake source (Figs.19,20) and Tsuboi's equation (Eq.29) by which earthquake magnitude is determined in Japan. Fracture criterion is expressed by the condition that damage factor (D.F.) is unity and D.F. is defined by the ratio of maximum or cumulative deformation or hysteretic area to a critical one (Eqs.38-41).

Finally, the ultimate aseismic capacity or safety of struvtures are able to be estimated by means of the index D.F. which is calculated through such a pro-cedure as shown in Fig.21.

* Faculty of Engineering, Kobe University, Kobe, Japan