

6 塔頂でのケーブルの滑りを考慮した架設中の吊橋の地震応答について

(株)神戸製鋼所 ○永田秀三 同 中西宏 同 渡田凱夫

1. 序 架設中の吊橋は構造的に不安定な状態にあることが多いので、その安定性については種々の面から検討を加えておく必要がある。本報は、そのような問題の一つとして、地震動をうける架設中の吊橋の応答を、塔頂サドル内での主ケーブルの滑動を考慮して解析したものである。

吊橋の地震応答に関しては、多くの研究がなされており、^{1)~4)} その解析方法はすでに確立されている感がある。しかし既述の研究の多くは、吊橋の主ケーブルが塔頂ヤアンカーサドル上で固定されているという前提条件の下で定式化を行なっているので、本報で目的とするケーブルの滑りを考慮した吊橋の応答を求めることは適さない。完成状態の吊橋では、十分な剛性が確保されているのでケーブルの滑りという現象はほとんど生じないと考えてよいが、メインケーブルのみが架設された段階、あるいは径間的一部分のみ補剛桁が架設された段階の吊橋では、完成状態の吊橋に比べて剛性も乏しく、また、一般にサドルとケーブルの接触長さが短くなるので、地震力の程度によってはケーブルがサドル上を滑ることが考えられる。そのような場合、ケーブルの滑り量を具体的に把握し、架設作業に支障がないかを判断するための一つの解析手法を確立するのが本文の目的である。

解析手法は、ケーブルの有限変形を考慮した動的つり合式とサドル上でのケーブルの滑りに関するつり合式を作成し、それらの式を Newmark の β 法による直接数値積分法によって同時に解くというものである。若干の計算例によって、架設途中の吊橋が地震動をうけるときのケーブルの滑りや応答の特性を示し、また、サドル上のケーブルに沿って、その法線方向に、ケーブルをサドルに押し付けるような力(押し力)を作用させることによってケーブルの滑りがどのように抑制されるかを検討する。なお、数値計算例には、側径間にロックンタイプ側塔を有する吊橋をモデルにしている。この形式の吊橋では、サドル上でケーブルの滑りが生ずることによって、側塔の転倒に対する安全性が低下する可能性があるのではないかと考えられるからである。

2. 運動方程式およびケーブルの滑動つり合式 離散要素に基づく

吊橋の線型動的解析法については、すでに多くの文献が見られる。²⁾

ここでは、主にケーブル部材に関する幾何学的非線型の減衰力および復元力のそれぞれについて、またケーブルの滑動つり合式について述べる。以下においてはその仮定を設ける。

- ① 部材要素はその両端節点間で直線である。
- ② 質量は節点に集中する。
- ③ 構造は静的荷重の下でつり合状態にある。
- ④ 滑り変形はサドルに接する二つのケーブル要素の張力のみによって定まる。
- ⑤ 減衰力は質量と節点変位速度の積に比例するものとして部材内の歪み速度に比例するもの α と α' の和である。
- ⑥ 滑り抵抗カとして、クーロン摩擦力が働く。また摩擦係数は図1に示すように静摩擦および動摩擦係数によって表わすことができる。

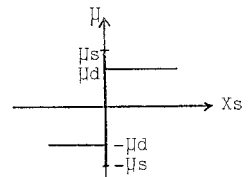


Fig.1 Friction coefficient between cable and saddle surface

⑦ 部材は常に弾性状態にあり、曲げ部材については、微小変形理論が成立する。

以上の仮定を用いて、運動方程式を相対座標系により次のように表わすことができる。

$$M\ddot{x} + \gamma_m M \dot{x} + \gamma_k (k_B \dot{x} + g_c(x, x)) + k_B x + g_k(x) = -M \ddot{x}_0 \quad (1)$$

ここで、 \ddot{x} , \dot{x} , x はそれぞれ相対座標系における加速度、速度および変位 ($f \times 1$ のベクトル、 f は構造の自由度)、 M は節点に集中する質量行列 (分布質量の場合は等価な集中質量に変換する、 $f \times f$)、 k_B は曲げ部材の個材剛性行列のみを重め合わせ $f \times f$ の行列である (曲げ部材の個材剛性行列の具体的な内容については、既往の文献に述べられている。本文では文献7) のものを採用)。また、 \ddot{x}_0 は $f \times 1$ の地動加速度ベクトルで、 $\ddot{x}_0 = [\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{z}_0, \ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{z}_0, \dots]^T$ (\ddot{x}_0, \ddot{y}_0 および \ddot{z}_0 はそれぞれ地動加速度の X, Y および Z 方向の成分)、 γ_m および γ_k はそれぞれ減衰力における質量と節点変位速度の積に対する比例係数および部材内の歪み速度とヤング係数の積に対する比例係数である。 $\gamma_k g_c(x, x)$ および $\gamma_k g_k(x)$ はそれぞれケーブル部材に関する減衰力および復元力ベクトル ($f \times 1$) で、両者の節点 i での X 成分をそれぞれ $\gamma_k g_{cix}$ および $\gamma_k g_{kix}$ と表わすと、⁶⁾

$$\gamma_k g_{cix} = \sum_{m=1}^N C \frac{d\epsilon_m}{dt} = \gamma_k \sum_{m=1}^N \frac{E A_m}{L_m} \frac{(\Delta X_m^T + \Delta X_m^T) \Delta X_m}{L_m} \frac{\Delta X_m + \Delta X_m}{L_m}, \quad \gamma_k g_{kix} = \sum_{m=1}^N [P_{0m} \frac{X_m}{L_m} + (P_m - P_{0m}) \frac{\Delta X_m + \Delta X_m}{L_m}]$$

である。 E, A_m, ϵ_m および L_m はそれぞれ m 部材 (ケーブル) のヤング係数、断面積、伸びおよび部材長、 C は歪み速度と減衰力の比例係数である。すなわち、 $\Delta X_m = [\Delta X_m, \Delta Y_m, \Delta Z_m]^T$, $\Delta X_m = [\Delta X_m, \Delta Y_m, \Delta Z_m]^T$, $\Delta X_m = [\Delta X_m, \Delta Y_m, \Delta Z_m]^T$ で、 $\Delta X_m, \Delta X_m, \Delta X_m$ 等はそれぞれ m 部材の両端節点座標の差の X 成分、両端節点変位の差の X 成分、両端節点変位速度の差の X 成分等である。 P_{0m} は m 部材の初張力 (静的荷重下のつり合状態における張力)、 P_m は振動状態での張力であり、サドルに接しない部材においては $P_m = P_{0m} + \frac{E A_m}{L_m} \epsilon_m$ である。また、図2に示すように、サドルに接する部材番号を m_1 および m_2 、滑動変位を X_s とし、部材 m_1 から部材 m_2 へ滑る X_s の方向を正とすると、部材 m_1 および m_2 の張力はそれぞれ、

$$P_{m_1} = P_{0m_1} + \frac{E A_{m_1}}{L_{m_1}} (\epsilon_{m_1} + X_s), \quad P_{m_2} = P_{0m_2} + \frac{E A_{m_2}}{L_{m_2}} (\epsilon_{m_2} - X_s) \quad (3)$$

となる。次に、滑り変形に対するつり合式について述べる。図3に示すように、サドルの周縁に沿って円弧の法線方向に作用させられるケーブル押え力 P 、円弧 (サドル) 上のケーブルの張力を T と表わすと、仮定④および⑤より、サドル上におけるケーブルのつり合式および境界条件はそれぞれ、

$$\frac{dT}{d\theta} = \mu T + \mu P r, \quad T|_{\theta=0} = P_{m_1}, \quad T|_{\theta=\theta} = P_{m_2} \quad (4)$$

である。⁴⁾ これを解くと、

$$P_{m_2} = P_{m_1} e^{\mu\theta} + P r (e^{\mu\theta} - 1) \quad (5)$$

が得られる。いま、サドル上でケーブルが静止状態にある場合、図1より、 $-\mu s < \mu < \mu s$ の範囲内で、 μ は滑り角のつり合式 (5) を満たすような値をとる。サドル上でケーブルが新たに滑り始めるとき (直前まで静止状態にあって、

$\mu \leq -\mu s$ あるいは $\mu \geq \mu s$ になったとき) あるいは、すでに滑っている状態にあるとき $\mu = \mu_0$ とし、式 (3) および (5) から滑り変形 X_s を求めれば良い。すなわち、式 (3) を式 (5) に代入して、 X_s について解くと

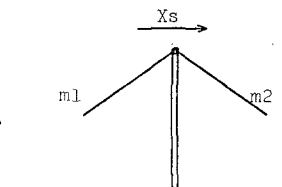


Fig. 2 Cable-sliding in saddle

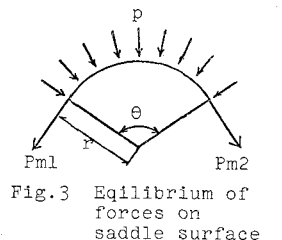


Fig. 3 Equilibrium of forces on saddle surface

$$X_S = \frac{P_m' - P_{m1}' e^{\mu\theta} - p r (e^{\mu\theta} - 1)}{\frac{E A m_1}{L m_1} e^{\mu\theta} + \frac{E A m_2}{L m_2}} \quad (6)$$

となる。ここで、 $P_{m1}' = P_{m1} + E A m_1 c_{m1} / L m_1$ 、 $P_{m2}' = P_{m2} + E A m_2 c_{m2} / L m_2$ である。

このより、ケーブルが静止しているときは、 μ (式(5)より $\mu = \frac{1}{\rho} [\ln(P_{m2} + p r) - \ln(P_{m1} + p r)]$) を常微分方程式(1)を直接数値積分によって解けば良く、ケーブルの新しい滑りが生ずる場合には、式(1)と式(6)とを同時に解けば良い。なお、本文では直接数値積分法として Newmark の β 法を用いる。

3. 数値計算例における応答特性の検討
 Xインケーブルのみが架設された状態(CASE1)、補剛桁の一部が架設された状態(CASE2)、および橋体が完成した状態(CASE3)について、サドル上でのケーブルの滑りを考慮して地震応答計算を行い、その特性を比較検討する。

3-1. 計算モデルおよび入力諸元

(1) 吊橋の形状、部材断面および材料諸元

序文でも述べたように、ロックンブタイプ側の塔を有する吊橋でサドル上でのケーブルの滑りが問題となることが多いと考えられるので、本計算例では図4に示すような吊橋を対象とした。塔およびケーブルなどの断面諸元および材料定数を表1に示している。ただし、図4は吊橋が完成した時のつり合形状(CASE3)を示すもので、CASE1およびCASE2の静的なつり合形状は別途、有限変形解析によって求めている。

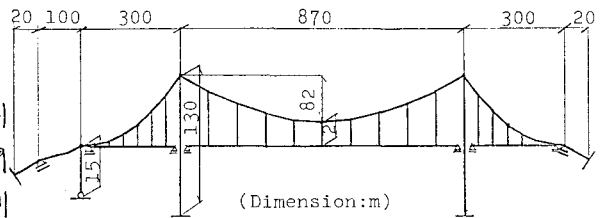


Fig. 4 Numerical model of suspension bridge in completed state

Table 1 Mechanical properties of suspension bridge members

	Young's Modulus (t/m^2)	Modulus of Rigidity (t/m^2)	Cross Section Area (m^2)	Moment of Inertia (m^4)	Mass per Unit Length ($t \cdot sec^2/m$)
Main Cable	2.0×10^7	—	0.56	—	0.446
Hanger Rope	1.4×10^7	—	0.12	—	0.096
Side Bent	2.1×10^7	8.1×10^6	0.20	0.12	0.159
Main Tower	2.1×10^7	8.1×10^6	1.38	8.71	1.098
Stiffening Girder	2.1×10^7	8.1×10^6	0.39	11.88	1.641

つり合形状は別途、有限変形解析によって求めている。

(2) 滑りに関する諸元 サドルとケーブルの間の摩擦係数は次の二つの場合を考えている。

- (i) $\mu_s = 0.15, \mu_0 = 0.10$ (ii) $\mu_s = 0.20, \mu_0 = 0.15$

すなわち、ケーブルとサドルが接している円弧の中心角および半径は一定であるとして次の値を用いている。(図5参照)

	中心角(rad.)	半径(m)
側塔	0.08304	26.0
主塔	0.7555	9.1

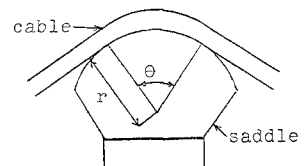


Fig. 5 Sector angle and radius of saddle surface in contact with cable

(3) 入力地震波 地震入力は一様地動で、その方向は橋軸水平方向のみとする。地震波形として次の三種類をとる。地震動の継続時間は10秒とし、地動の最大加速度を100 gal については200 galに拡大縮小する。

- (i) El Centro NS成分 (ii) El Centro EW成分 (iii) Akashi EW成分

(4) 減衰について 減衰力としては、質量と節点速度の積に比例するもののみを考慮している。

に、減衰がサドルでのケーブルの滑りと与える効果を検討するため、線形振動における第1次の減衰比に換算して次の二つの値を用いた。(i) $h=0.01$ (ii) $h=0.05$

3-2. 計算結果および考察 前記の諸元を用いて架設中の吊橋の地震応答を計算した。図6は応答計算結果の一例で、図7のようにメインケーブルのみの架設が完了したときの側塔近傍および側塔上のケーブルの変位応答である。

(1) メインケーブルのみが架設された状態(CASE1)

まず最初に、押え力が応答と与える影響を調べるために、入力地震波をEl Centro NS成分、最大地動加速度100galとして応答計算を行った。その結果を図8~図12を示す。各図において縦軸は最大応答量(滑り量、張力、変位)、横軸は押え力である。この場合、サドル上でケーブルが滑るのは側塔だけであった。図8は、側塔のサドルにおける滑り量と押え力(P)との関係と摩擦係数をパラメータとして表わしたものである。押え力が増大すると従って滑り量が減少し、 P_{cr}

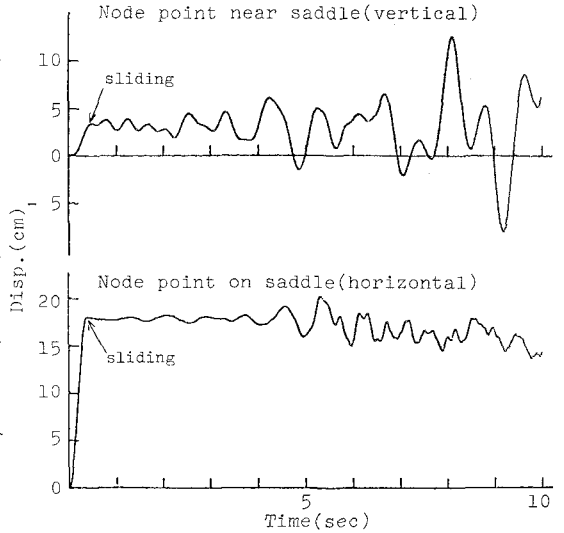


Fig.6 Examples of displacement response

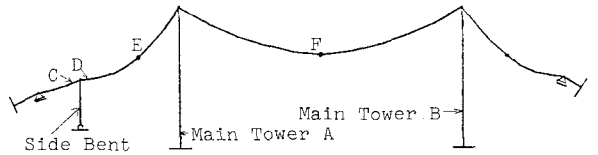


Fig.7 Completed state of main cable spinning

となったとき0となる。 $(P_{m2} - P_{m1} e^{\mu_s \theta})_{max}$ は応答時間内で $P_{m2} - P_{m1} e^{\mu_s \theta}$ の値の最大のものを表わす。図9は上記の関係を減衰比をパラメータとして表わしたものである。減衰比の相異($h=0.01$ と $h=0.05$)はほとんど滑り量に影響してこないことが分る。

図10は、減衰比が0.01の場合の側塔近傍のケーブル部材(部材CとD)の張力と押え力との関係と摩擦係数をパラメータとして表わしたものである。

押え力が P_{cr} に近づくに従って摩擦係数の相異は張力に影響しなくなる。すなわち、押え力の影響による張力の変動は1%以下である。図には表わされていないが、減衰比の相異による影響もほとんどない。

図11は、 $\mu_s=0.15$, $\mu_0=0.10$ の場合の節点E(側塔のある側径間ケーブルの中央の節点)とF(中央径間ケーブルの中央の節点)の鉛直変位と押え力の関係を減衰比をパラメータとして、すなわち図12は $h=0.01$ の場合に摩擦係数をパラメータとして表わしている。図11より節点Eでは、押え力の値が0~

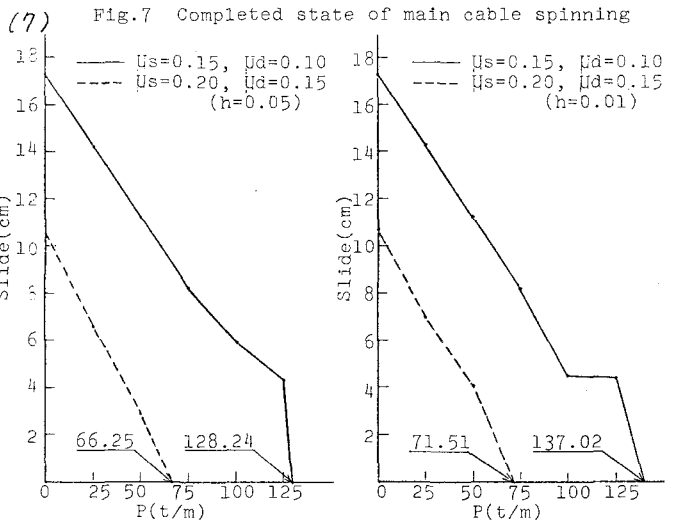


Fig.8 Cable-sliding vs. cable-pressing force relations with parameter μ

75 t/m³で減衰比の相異による影響をうけていることが分る。摩擦係数の影響は、張力の場合と同じような傾向を示している。

次に、最大地動加速度 200 gal の場合の滑り量および押し力 P_{cr} と、各地震波毎を求めた。その結果を表 2 と表 3 に示している。減衰比は 0.01 を用いた。これらの表から、摩擦係数の大きさが滑り量および押し力 P_{cr} に大きく影響しているのが分る。側塔サドルでの滑り量は各地震波ではほとんど差が見られないが、主塔サドルでの滑り量にはかなり差が生じている。また押し力 P_{cr} についても同様のことが言える。

以上の計算例では側塔をロッキングタイプのもので仮定しているが、実際に主ケーブルの架設工事を行う場合には、各径間にキャットウオーフがはり渡されるのが常である。キャットウオーフはプレストレスされたケーブルトラス構造であるので、これをはり渡すことにより側塔の変位はかなり抑制されると考えられる。

そこで、そのような効果を調べるため、側塔の脚部を固定してフレキシブルタイプとして、同様に応答計算を行ってみた。ただし、 $h=0.01$, $\mu_s=0.15$, $\mu_d=0.10$, 入力地震波を El Centro NS 成分、最大地動加速度 200 gal とし計算を行った。

図 13 に、側塔がロッキングタイプの場合とフレキシブルタイプの場合について、各サドル上でのケーブルの滑り応答を比較している。図より側塔がフレキシブルである場合には、側塔サドル上でのケーブル滑り量がかなり減少しているのが分る。キャットウオーフなどにより側塔の変形が拘束されると、滑動に対する安全性がかなり高められると考えられる。

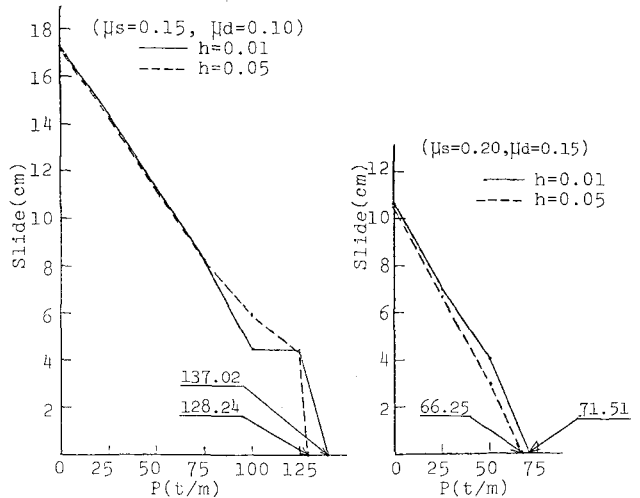


Fig.9 Cable-sliding vs. cable-pressing force relations with parameter h

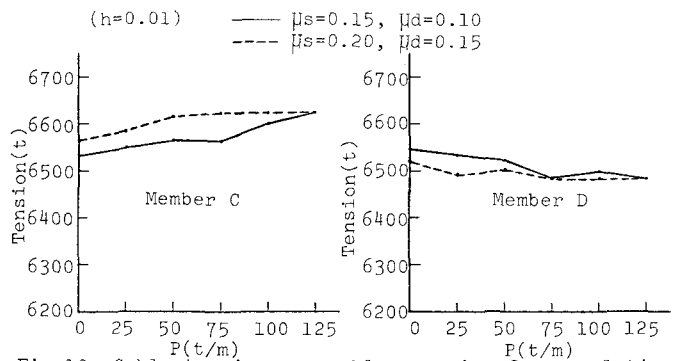


Fig.10 Cable-tension vs. cable-pressing force relations with parameter μ

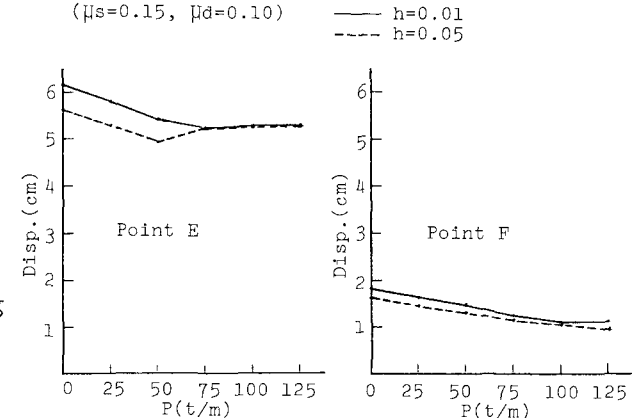


Fig.11 Displacement vs. cable-pressing force relations with parameter h

本計算では、ケーブルとサドルとが接している円弧の中心角(図5参照)が一定であるとして摩擦力の算定を行っているが、実際には、ケーブルおよび塔が変形するため上記の中心角は一定にはならない。Akashi EW成分、最大地動加速度200 galの地震波を入力として、この中心角の時間的変化を求めると図14に示すようになる。側塔サドルでの中心角はけり変動が見られる。また、主塔サドルにおける中心角については、ほと

(h=0.01) ——— $\mu_s=0.15, \mu_d=0.10$
 - - - - $\mu_s=0.20, \mu_d=0.15$

んど時間的変動は見られない。

(2) 補剛桁が一部架設された状態(CASE

2) 図15に示すような架設状態

について応答計算を行った。入力地震波には El Centro NS成分、最大地動加速度200 galと、減衰比は0.01を用いた。滑り量および押え力 P_{cr} を表4に示す。

$\mu_s=0.15, \mu_d=0.10$ の場合、CASE 1に比べて側塔サドルでの滑り量は減少し、主

塔サドルでの滑り量は増加している。

$\mu_s=0.20, \mu_d=0.15$ の場合は各サドルでケーブルは滑っていない。また、押え力 P_{cr} はCASE 1に比べて非常に小さな値となっている。

以上のことから、補剛桁がこのように架設された状態では、補剛桁の剛性および重量がサドルでのケーブルの滑りを抑制するような作用をしているものと思われる。

(3) 橋体が完成した状態(CASE 3)

$h=0.01, \mu_s=0.15, \mu_d=0.10$ のもとで、El Centro NS成分、最大地動

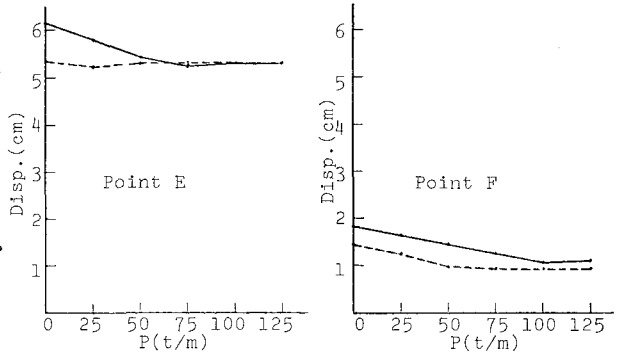


Fig.12 Displacement vs. cable-pressing force relations with parameter μ

Table 2 Cable-slidings caused by earthquake

Earthquake	Friction Coefficient μ_s, μ_d	Slide(cm)		
		Side Bent	Main Tower A	Main Tower B
El Centro NS 200GAL	0.15, 0.10	17.39	5.60	11.43
	0.20, 0.15	13.90	1.87	2.87
El Centro EW 200GAL	0.15, 0.10	17.53	1.96	15.24
	0.20, 0.15	12.83	0.14	6.51
Akashi Ew 200GAL	0.15, 0.10	17.56	3.99	14.37
	0.20, 0.15	14.40	0.64	6.31

Table 3 Cable-pressing forces for prevention of sliding

Earthquake	Friction Coefficient μ_s, μ_d	Per.(t/m)		
		Side Bent	Main Tower A	Main Tower B
El Centro NS 200GAL	0.15, 0.10	296.34	300.75	297.94
El Centro EW 200GAL	0.15, 0.10	189.82	144.99	214.29
Akashi EW 200GAL	0.15, 0.10	224.73	190.37	409.29
	0.20, 0.15	130.75	50.62	212.06
EW 200GAL	0.14, 0.10	243.39	438.56	526.75
	0.20, 0.15	147.36	254.89	292.46

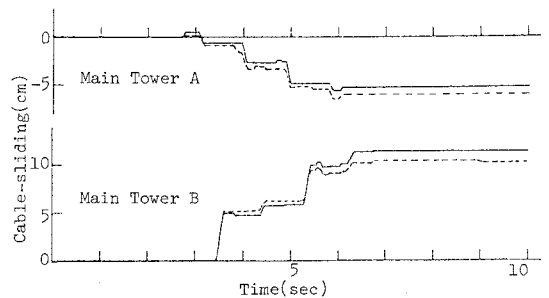
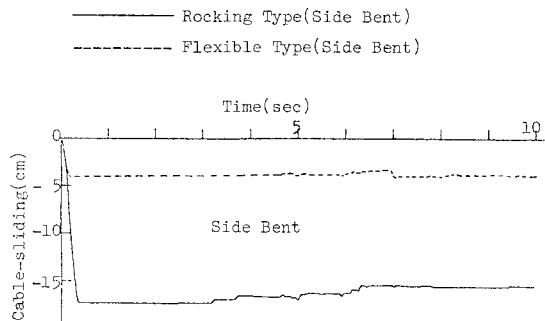


Fig.13 Comparison of cable-sliding response between flexible and rocking side-bents

加速度 200 gal を入力地震波として、図 4 に示すような吊橋の応答計算を行ったが、各サドルでケーブルの滑りは発生しなかった。

4. 結論

以上の計算結果をまとめると次のようになる。

- (1) メインケーブルのみが架設された状態では、押え力を作用させない場合、最大地動加速度が 100 gal のとき側塔サドルでのみケーブルが滑るが、最大地動加速度が 200 gal のときは側塔および主塔の各サドルでケーブルが滑る。
- (2) サドル上でその法線方向にケーブルを押えるような力（押え力）を作用させることにより、サドル上でケーブルの滑りをかなり抑制することができる。
- (3) キャットウォークなどによって側塔の変形が拘束されることでケーブルの滑りはかなり抑制される。
- (4) 補助桁を逐次架設することにより橋体の剛性が増してケーブルは滑りにくくなる。
- (5) 橋体が完成した状態では、ケーブルの滑りに対する抵抗力が大で、各塔頂サドルでケーブルは滑らない。
- (6) 本報の所論により、地震動とうける吊橋の塔頂サドルでのケーブルの滑り、およびその滑りによるケーブルの幾何学的非線形性を考慮して吊橋の地震応答を求めることができる。

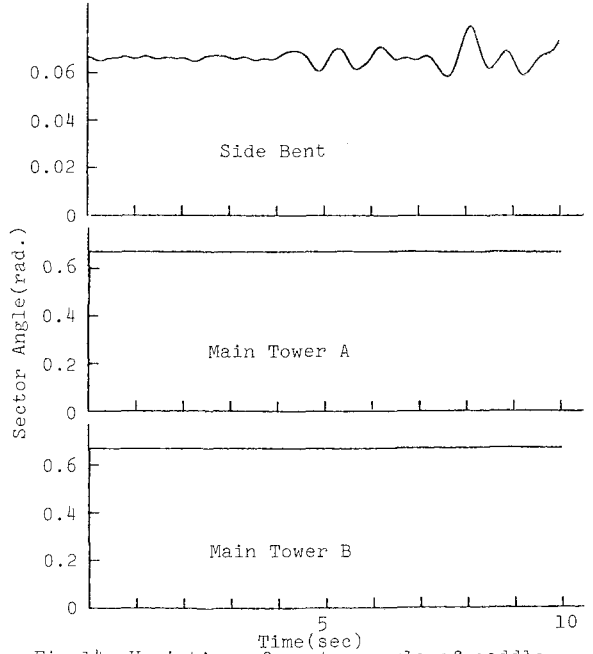


Fig. 14 Variation of sector angle of saddle surface in contact with cable

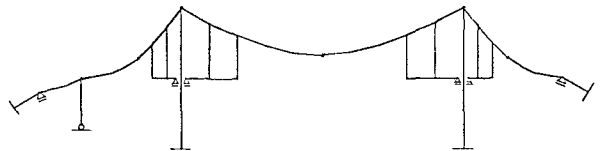


Fig. 15 Suspension bridge under erecting of stiffening girders

Table 4 Cable-slidings and pressing forces

Friction Coefficient μ_s, μ_d	Slide (cm)		
	Side Bent	Main Tower A	Main Tower B
0.15, 0.10	3.62	6.01	27.21
0.20, 0.15	0	0	0
	Pcr. (t/m)		
0.15, 0.10	21.71	99.21	101.00
0.20, 0.5	0	0	0

参考文献 1) 中西、山田、高岡:「長大橋の地震応答と耐震設計法に関する研究」, S43.11. 土木学会論文集 159号。
 2) Richard F.D., Charls E.S. "Dynamic Analysis of Cable Systems", J. ST8. ASCE. Augst. 1972
 3) 猪瀬、高田 共訳:「吊橋の振動解析」アメリカ合衆国内務省道路局編. 森北出版
 4) 平井:「鋼橋Ⅲ」技報堂.
 5) 本四連絡橋技術調査報告書. 付属資料 2. 耐震設計指針 (1967)・同解説および耐震設計詳説.
 6) 中西、渡田:「ケーブル構造の風による不規則応答について」, S52. 土木学会年次講演会概要集.
 7) シェム=スキー:「マトリックス構造解析の基礎理論」川井、山田 共訳. 塔風館
 8) Newmark N.M. "A Method of Computation for Structural Dynamics", J. Eng. Mech. Div. ASCE, 85, 1959

Earthquake Response of Suspension Bridge Considering Cable-Sliding at Tower-Top

By Kozo Nagata,* Hiroshi Nakanishi** and Yoshio Namita***

In this report a method of computation for the earthquake response of suspension bridge is presented taking the effect of cable-sliding at tower-top into consideration and the dynamic behavior of suspension bridge under construction is discussed with some numerical results.

The equations of motion of suspension bridge which take account of the geometrical nonlinearity of cable members are derived and numerically solved by Newmark's β -method, where judgements are made, as to whether cables slide in saddles on tower-tops or not, from the equilibrium condition relating the tensions in cable members to the frictional forces on saddle surfaces. In addition, the cable-pressing forces are introduced, which are applied in the normal direction to the saddle surface in order to prevent the cable from sliding at tower-top, and their effect on structural response is investigated.

Numerical results are shown with regard to the earthquake response of suspension bridge having an additional rocking type bent in a side-span, in which case cable-sliding is likely to occur during construction under seismic loads.

Three stages of construction of the bridge are treated for numerical examples: first, cable spinning work is finished; second, stiffening girders are partly erected; third, bridge is completed.

Following are the results from numerical computation:

- 1) In the finished state of cable spinning the earthquake with maximum acceleration of 200 gal causes cable-sliding in the saddle on each tower. When, however, the maximum acceleration is of 100 gal, cable-slidings occur nowhere except on the top of side bent.
- 2) The occurrence of cable-sliding is sensitively dependent on the value of friction coefficient between cable and saddle surface.
- 3) In case the erection of stiffening girders is partly finished, cables become more resistant against sliding than in case of freely suspended state. This is due to the increase of structural stiffness by hanging the girder segments.
- 4) In case of the suspension bridge in completed state cable-sliding does not occur easily. This fact will also be due to the high stiffness of completed structure.
- 5) The cable-pressing forces are effective to completely prevent the cables from sliding.

* M. Eng., Structural Engineering Laboratory, Kobe Steel, Ltd. 6-32 Doi, Amagasaki 660

** M. Eng., the same as above

*** Dr. Eng., the same as above