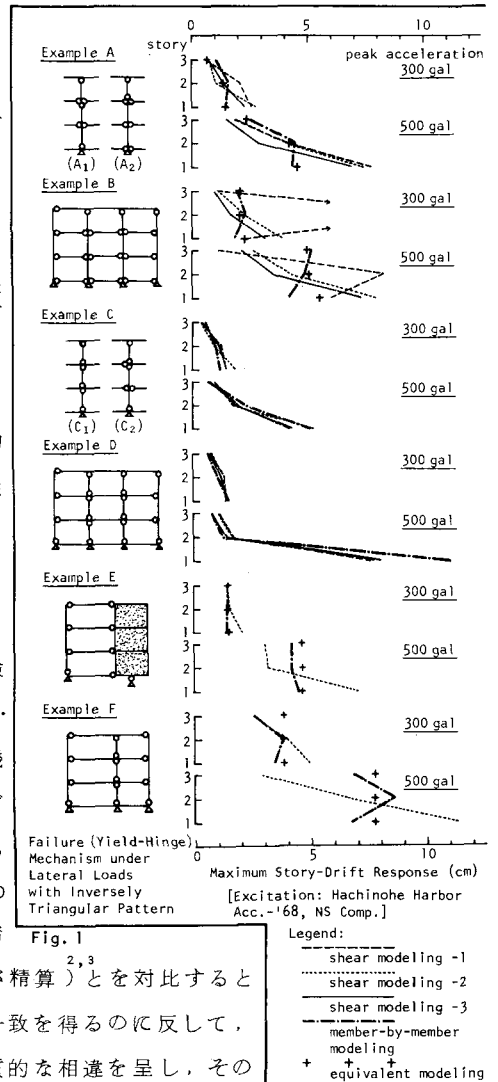


3 RC 建築物の強震応答と幾何学的非線形効果，及びその動的倒壊限界

北海道大学工学部 滝沢 春男

§1. 序 強震地動の作用下に於ける損傷・倒壊の動力学機構を，関連する種々の非線形効果を適切に反映し得る手法の適用により，構造物の保有能力と外乱の諸特性との関わりで数量化する事は構造工学上の基本問題の一つであり，この取り組みには大別して2種の方法が考えられる。一つは特定の状況設定下での精細な解析を指向し，構成部材レベルでの規定因子に直接基づいて対象系の損傷挙動を把握するもので，個別的な構造詳細に即した震害・耐震性能の定量的理解に結び付く。他はこの逆方向に沿い，対象を特殊に限定する事なしに個々の特性を捨象した或る構造物の群を取り上げて，総体としての強震応答性状を導出する立場をとる。RC造平面架構に対するモデル化手法を後者の視点から展開する目的で，本論ではまづ，塑性履歴挙動を反映する（材料的）非線形系の設定に関し，層を単位要素とする慣用のせん断モデル概念に固有な欠陥の再確認を行なう。次に，これに代わり得る簡略モデルを塑性応答機構に着目して定式化し，（主に重力・上下動を通じて）動的倒壊現象に関与する幾何学的非線形効果の包含を新たに企図する。この種の構造物に於ける典型は，梁崩壊の卓越に伴う損傷の全体的な進行と，柔で弱な部分に著しく局限されたそれとであり，両者の損傷形式に対する主要因子の役割がこゝで明確にされる。更に，動的倒壊限界を強震動の基本性状に関連づけて数値化する試みに言及し，そこで標準となる全体損傷の場合と対比した局部的損傷効果の特定にも議論の力点を置く。

§2. 復元力要素の配置構成 塑性変形の進展を大局的に記述する為の慣用法は，各層毎に構成要素の復元力特性を適当な手順で（層せん断力と層間変形との対応関係に）集約し，全体系をこれら層要素の直列結合とする原則に従うが，部材性状に直接依拠した（精算）解析結果との比較により，この復元力要素・配置方式の妥当性を具体的に検討した例を Fig. 1 に再録する。同図左部はこれら6例（C₁・DはA₁・Bの梁をwall-girder化，FはEの壁を除去）の降伏機構の概形を示し，即ち，Aは2-DOF，B・Eは1-DOFモードの典型であって，C・D・Fではそれらに3-DOF型が混在するが，剛性・強度の両面からC・Dでは3-DOF部，Fでは1-DOF部，がより支配的となる。部材制御による応答の評価結果と層制御によるそれら（せん断置換は1.2が略算，3が精算）とを対比すると，柱降伏型が卓越して3-DOF機構に近いC・D例で良好な一致を得るのに反して，他例ではいづれのせん断モデル化も部材制御結果との本質的な相違を呈し，その



分布形状と全く調和しない。B・E・Fでは全層，Aでは1・2層，の塑性変形は（降伏機構から諒解し得る）相互に密接な従属関係にあり，せん断モデル化がこの事情を顧慮せず，各層間変形に独立性を付与した置換である事実^{3,5,6}に，後者は由来する。【（極度に単純化してその経緯を明快に説明し得る）³せん断型応答の特徴は「弱い」層に於ける塑性変形の集中的な進展（特に下部が弱い場合にこの傾向は顕著）であって，層間連成降伏に対しては有効に定義し得ない降伏「層」せん断力の分布に応じ，特定層のみで過度の応答変形を評価する結果（B例2層・せん断置換-1がその典型）を招く。】よって，せん断モデルに於ける復元力要素の設定方式を再考し，降伏連成部分には塑性変形機構に従う拘束条件を予め課して単一の復元力要素を構成させた「等価」モデル化（自由度が減少）を実行すると，同図に示す如く，この極めて単純な操作により部材制御応答との対応性は格段に良好となる。【前記・混在型のより適切を扱いは直列系の並列連結である。】こゝで，降伏機構は外力の作用形態に依存して一義的では当然あり得ないが，高次モードの励起が甚しく弱い短周期系に対するその特定は十分に可能であって，それに即応して復元力要素が配置された「等価」モデルの有効性を期待できる。

§3. 等価一自由度系の定式化と幾何学的非線形効果 損壊が全体的に進行する構造物(Fig. 2-Aがその例)に対する等価1-DOF方程式の誘導に際して，その変形機構の簡略化(Fig. 2-B)を図る。即ち，1-DOF置換操作は同図右部・拘束架構の付帯と同等であり，又，有限変形の幾何学的錯綜を故意に回避し，各材の変形能を節点位置での回転バネに帰属せしめて中間部は剛とする。以下はこの種の系に対して厳密に整合する定式化であり，まづ，Fig. 2-C, Table 1- (1)を参照して同表(2)が釣合条件を与える。従って，作用力が慣性力及び重力の場合(3)には(4)がその支配方程式となり，こゝで換算関係(5)を定義すると(6)，即ち，初等的な1-DOF系の記述に一致した表示が得られる。【換算変形・換算力がそれぞれ(7)・(8)により層間変形・層剪断力係数と結びつく点に留意する。】本式での $\Delta \sim A$ ($R \sim \theta$)関係は

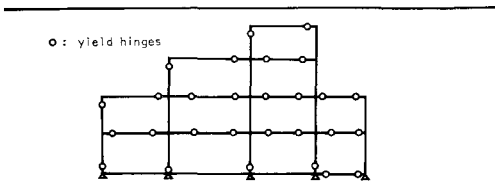


Fig. 2-A

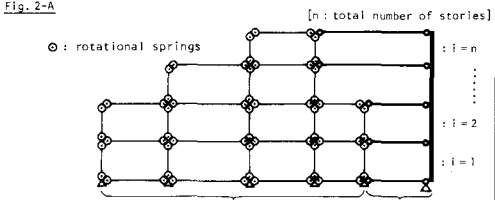


Fig. 2-B

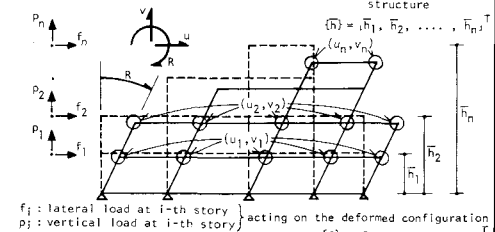


Fig. 2-C

Fig. 2 Equivalent 1-DOF Formulation

この変形モード規定の過程で系の動的復元力性状を集約的に反映し，その静的評価はせん断モデル化に準じればよい。Fig. 3は Δ の履歴に依存する静的復元力(A^S)に關しその skeleton curve を，幾何学的非線形項のうち不安定

Table 1	
(1)	$\{u\} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}^T$: horizontal story-displacement vector (relative to the support) $\{v\} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}^T$: vertical story-displacement vector (relative to the support) $\{u\} = \sin R \{\bar{h}\}$, $\{v\} = (-1 + \cos R) \{\bar{h}\}$ [R : translational angle]
	m : generalized force associated with R in the incremental strain-energy relation, $dE = m dR$, of the total system
(2)	$\cos R \{f_i\} \{\bar{h}\} - \sin R \{p_i\} \{\bar{h}\} = \frac{m}{\bar{h}_i}$
(3)	$\{f\} = -[m] (\ddot{u} + \ddot{u}_g \{e\}) = -[m] (\cos R \ddot{R} - \sin R \dot{R}^2 \{\bar{h}\} + \ddot{u}_g \{e\})$ $\{p\} = -[m] (\ddot{v} + g + \ddot{v}_g \{e\}) = -[m] (-\sin R \ddot{R} - \cos R \dot{R}^2 \{\bar{h}\} + g + \ddot{v}_g \{e\})$ where $[m]$: story-inertia matrix of structure, $\{e\} = \{1, 1, \dots, 1\}^T$; \ddot{u}_g, \ddot{v}_g : horizontal and vertical accelerations at the support of structure, g : gravity constant
(4)	$\{\bar{h}_i\} [m] \{\bar{h}\} \ddot{R} + \{\bar{h}_i\} [m] \{e\} (\ddot{u}_g \cos R - g + \ddot{v}_g \sin R) + m = 0$
(5)	$\Delta = \frac{[m] \{\bar{h}\} \{\bar{h}\}}{[m] \{\bar{h}\} \{e\}} R = HR$: equivalent lateral drift (along the circular arc) $A = \frac{m}{[m] \{\bar{h}\} \{e\}} = \frac{m/H}{(B/B') (2W/g)}$: equivalent force (in terms of acceleration) associated with Δ (W : total weight of structure) $H = F_n/B$: equivalent total height of structure $B = \frac{[m] \{e\} \{\bar{h}\}}{[m] \{\bar{h}\} \{e\}} \bar{h}_n$, $B' = \frac{[e]_i [m] \{e\} \{\bar{h}\}}{[m] \{\bar{h}\} \{e\}} \bar{h}_i$: modification factors, depending upon the relative distribution of story-mass and story-height (the former is equivalent to the fundamental participation function at top story.) $[B = 3n/(2n+1) = 1.0 \sim 1.5$ and $B' = 2n/(n+1) = 1.0 \sim 2.0$, for a uniform distribution of story-mass and interstory-height]
(6)	$\ddot{\Delta} + A = -\ddot{u}_g \cos(\Delta/H) + (g + \ddot{v}_g) \sin(\Delta/H)$
(7)	$\delta_i = h_i R = B \Delta / (\bar{h}_n / h_i)$ [$B = B(\Delta/n)$]: story-drift along the circular arc $(h_i = \bar{h}_i - \bar{h}_{i-1})$: interstory height at i -th story
(8)	A/g : shear coefficients at all the stories, for a uniform distribution of lateral-force coefficients $(B/B') (A/g)$: base shear coefficient, for the distribution of lateral-force coefficients according to the specified mode of story-drifts

化要因となる重力効果 (A^g) との対比で、靱性部が存在する曲げ（曲げせん断）破壊型につき例示したもので、最低限考慮すべき他の特徴は繰返載荷に於ける degrading 性である。同図-Aを採ると $\Delta \sim A$ 関係の規定因子は Table 2-(1), よって(2)に従い時刻因子・外で支配方程式（鉛直地動は除外）の無次元化を図ると、(3)に列挙する独立な因子群の抽出に到る。右端 2 因子は幾何学的非線形性に由来し、重力効果

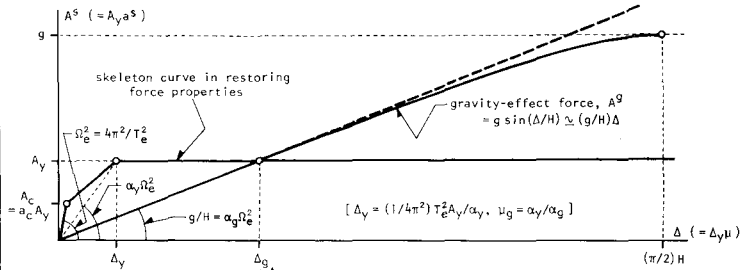


Fig. 3-A Trilinear skeleton curve and gravity force

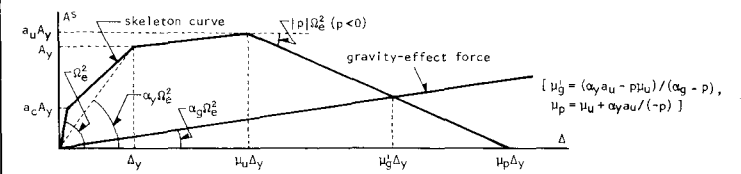


Fig. 3-B Quadrilinear skeleton curve and gravity force

Fig. 3 Skeleton Curves and Gravity Force on Restoring Force Diagram

を表わす最低次項のみと定める場合 ($A_y/g \ll 1$ の条件下で許容)には、後者をこの群から省き得る。ここで、重力の不安定効果を構造物自体の復元機能と対置して導入された無次元量 α_g は、系特性を表わす基礎指標としての別解釈が可能であり、同表(4)は弾性周期（層数との相関性）・相対剛性（全体系の剛重比に相当）⁸・降伏点変形能（降伏耐力との連関）に関するその重要な役割を示す。又、(5)は重力の転倒作用の特定に有用な従属指標（静的安定限界・塑性率）を定義し、有効復元能力の減小度の把握を容易にする〔同表(6)〕。

§ 4. 全体損壊と入力強度 重力効果

指標 α_g の評価は（前出の關係に従い）系の相対剛性 ($K_1/\Sigma W$)⁸ に拠るのが便利であり、Table 2-(7)に示す如く、その典型的値域を確定できる。本節では、これに柔剛を代表する 2 種の値、 $a_c \cdot \alpha_y$ に標準値を採び〔同表(8)〕、等価 1-DOF 構造物の損傷・倒壊条件を入力地動との関わりで数

(1)	$T_e = 2\pi/\omega_e$: elastic period, A_y (: yield capacity), $a_c = A_c/A_y$, A_c : crack capacity, α_y (: secant stiffness reduction factor at yield point), ζ_e (: viscous damping factor)
(2)	$\mu(t) = A(t)/\Delta y$ [Δy : equivalent yield drift] on the restoring force diagram $a(t) = A(t)/A_y$ [g/H : initial gradient in $A^g = g \sin(\Delta/H)$] $\alpha_g = (g/H)/\omega_e^2$ [g/H : initial gradient in $A^g = g \sin(\Delta/H)$] $e(t) = \ddot{u}_g(t)/A_{max}$ [A_{max} : peak acceleration of $\ddot{u}_g(t)$] $I = A_{max}/A_y$ [I : relative strength of excitation]
(3)	$\mu = \mu(t)$: $T_e, \zeta_e, a_c, \alpha_y, I, e(t), \alpha_g, A_y/g$
(4)	$T_e = (2\pi/\omega_e)\sqrt{a_c/\alpha_y n/B}$ [$h = h_n/n$: average interstory height] $= 3.89/\alpha_y n/B$ [for $h = 375$ cm] $K_1/\Sigma W = (B/B')/(h_2 \alpha_g)$ [K_1 : elastic stiffness at base story] $= 2.67 (B/B')/(\alpha_g \times 10^3)$ [for $h_1 = 375$ cm] $\theta_y = \Delta y/H = (a_g/\alpha_y)/(A_y/g)$ [I : yield translational angle]
(5)	$\mu_g = \Delta y/\Delta y = \alpha_y/\alpha_g$ [Δy : static stability limit]
(6)	$A^g/A_y = \sin(\Delta/H)/(A_y/g) = (\Delta/H)/(A_y/g) = \mu/\mu_g$
(7)	$\alpha_g = (B/B')h_1^{-3}/(K_1/\Sigma W)$ [for $h_1 = 375$ cm, $B/B' = 1.0 \sim 0.75$] $= (9.0 \times 10^{-7}) \times 10^{-3}$ [for $K_1/\Sigma W = 0.3 \sim 3.0$]
(8)	$\alpha_g = \begin{cases} 6 \times 10^{-3} & \text{["soft": } \mu_g = 33.3, K_1/\Sigma W = 0.444 (B/B'), T_e = 0.30 (\pi/n/B) \\ 1 \times 10^{-3} & \text{["stiff": } \mu_g = 200, K_1/\Sigma W = 2.67 (B/B'), T_e = 0.129 (\pi/n/B) \end{cases}$ $a_c = 0.5, \alpha_y = 0.2; A_y/g = 0.25$ (merely for mathematical specificity)
(9)	$a_u = 1.05, \mu_u = 3.0, p = -0.01$; thus, $\mu_p = 24.0, \mu_g = \begin{cases} 15.0 & \text{["soft"]} \\ 21.8 & \text{["stiff"]} \end{cases}$
(10)	$(\alpha_g + (-p)\mu_u/\alpha_y)/\sqrt{1+(-p)/\alpha_g} = \begin{cases} 0.73 & \text{["soft"]} \\ 0.36 & \text{["stiff"]} \end{cases}$

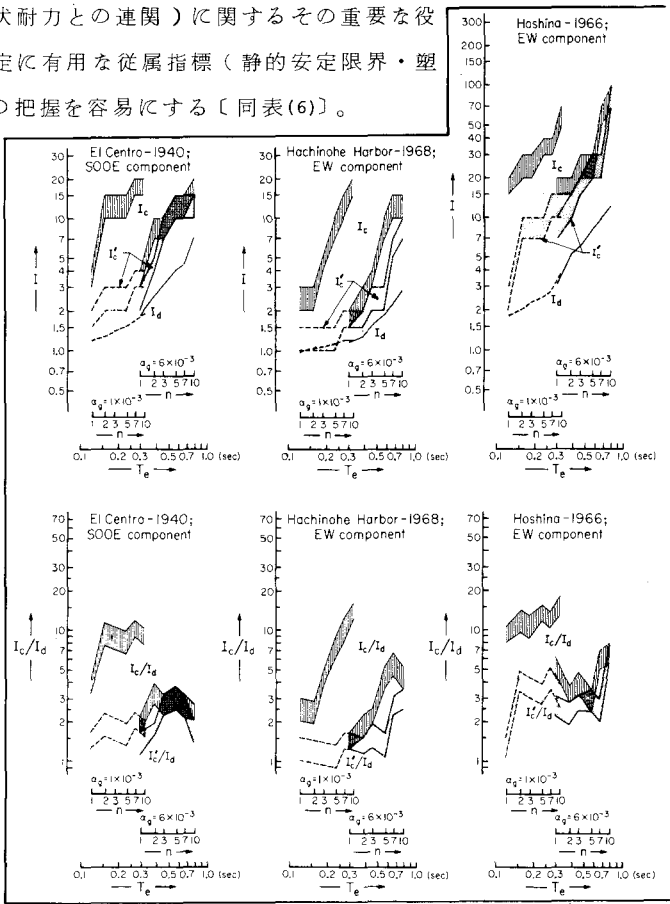


Fig. 4 Examples of the Damage and Collapse Intensities Derived, and of the Associated Margin of Safety against Collapse

値化する。既載の方程式規準化に拠れば、この際の相対強度 I と最大応答 v_{max} とが T_e or n (β を含む), α_g の 2 因子及び入力 (単位振幅) 時刻歴形状を介して対応する点に留意し、「損傷」を $v_{max}=3$ の応答レベルで認定して I_d を評価。又、変形が更に増大して不安定化し最終的に転倒が生起する下限 (「倒壊」) を I_c と表わす。こゝで、「損傷」を越えて「倒壊」に到る「余剰安全度」に相当するのが両者の相対強度比, I_c/I_d , であり、これらの具体的な算出例を Fig. 4 に掲げる。この種の図化で特徴的な傾向は、異なる α_g に対する I_d, I_c がそれぞれ T_e, n に関して示す重合性であり、前者が単純な事実 (変形依存の重力効果を「損傷」段階では十分無視し得る) の現れに過ぎないのに対し、後者は「倒壊」に於ける弾性指標 T_e の意義喪失を暗示する。即ち、倒壊という極限状態を規定する重要因子は、既往の指摘に調和して、 A_y と $H=(n/B)h$ (重力の転倒作用を定める等価総高) とに限られ、故に I_c の本質的因子は n/B のみとなる。工学的見地から重要な強震動をその継続時間に基づき 3 分類し、それらの $I_c \cdot I_d \cdot I_c/I_d$ を単純化して Fig. 5 で総括的に比較する。数値的な議論をこゝでは一切省略するが、個々の外乱 (同一最大振幅) の破壊能に於ける顕著な相違をこの図は強調し、殊に注目すべきは衝撃型地動の (弾性応答からの推測より遙かに) 甚しい低能力と大きな余剰安全度である。より適切に強震動性状を特定する為には、強度指標としての信頼性が低い A_{max} を除外して「損傷・倒壊加速度」を定義するのが妥当であり、地動特性の初等的尺度 (特に「全エネルギー」) との相関性を定量的に吟味し得る。[等価 1-DOF 系の定式化に始まる以上の論述の詳細を他稿が含む。] ところで、RC 構造物では理想的な靱性を到底期待し得ず (前出 Fig. 3-B), その劣化の数値的把握は必ずしも容易ではないが、試みに Table 2-(9) の値を採用すると、Fig. 4 に含む倒壊強度 I_c が評価される。安定限界の著しい低下 (重力効果が有する意義の相対的稀薄化) から予期し得るように倒壊は大幅に促進され (その度合は同表-(10) に大略一致), 完全靱性に対しより高い値をとった「剛」構造物の余剰安全度は「柔」のそれに同程度となる。

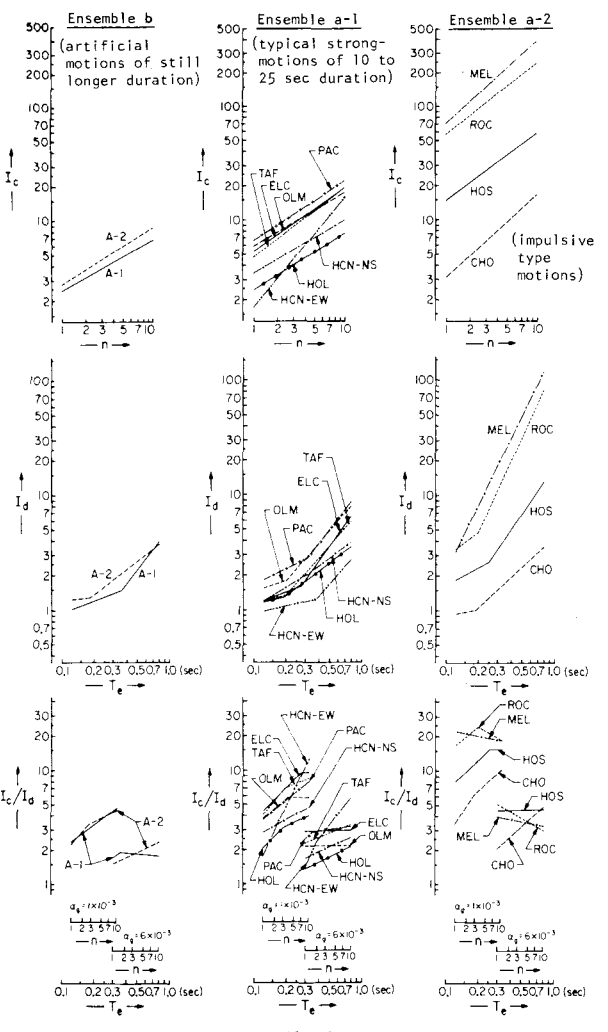


Fig. 5 Simplified Representations of Collapse and Damage Intensities, and Margin of Safety

Ensemble a-1.	
El Centro-40 (Imperial Valley EQ), S00E	ELC
Olympia-49 (Western Washington EQ), S86W	OLM
Taft-52 (Kern County EQ), S69E	TAF
Hachinohe-68 (Tokachi-Oki EQ), NS	HCN-NS
Pachino Dam-171 (San Fernando EQ), S16E	HCN-EW
Holiday Inn-171 (San Fernando EQ), N00W	HOL
Ensemble a-2.	
Hoshina-66 (Matsushiro EQ), EW	HOS
Cholame Shandon No.2-66 (Parkfield EQ), N65E	CHO
Rosca-72 (Ancona EQ), NS	ROC
Melendy Ranch-72 (Stone Canyon EQ), N29W	MEL
Ensemble b.	
Jennings-Housner-Tsai, Type A-1	A-1
ditto	A-2
(vide Caltech EERL report, April '68)	

§5. 等価多自由度系の非線形定式化

次に、Fig. 6-A に例示する損壊の区分的な進展を対象とし

幾何学的非線形効果を含んだ等価方程式を誘導する。等価1-DOF系の場合に準じてその変形機構を層集合要素毎に簡略化(同図-B)すると、全体系の釣合条件式【Table 3-(2)】が得られる(同図-C, 同表-(1)を参照)。ここで、外力が慣性力・重力の形で作用する(3)の場合には、系の慣性行列・慣性ベクトルを(4)で定義して(5)式が成立し、最終的には基だ見通しの良い表現(6)に到達する。この運動方程式の右辺に付加された $\{Q_g\}$ は多自由度系に特有な高次の幾何学的非線形項であり、又、通常の慣性表示とは(7)の変換で対応が付く。[層を単位とする慣用のせん断モデルは $\beta_k \equiv \beta_k' \equiv 1$ となる特例に当る。] 他方、材料的非線形性は $\{\delta\} \sim \{Q\}$ 関係に反映され、各々の層集合要素に於いて(変形モードの規定に従い)集約化した動的復元力性状がこれを構成する。

§ 6. 局部的損壊効果の導出 互いに独立な復

元力要素の直列結合系の塑性応答は、相対的に弱で柔な要素の変形が他を圧倒して進行する(既述の)特性を有し、建物の最下層又は上層部分がこの危険要素に該当する事が多い。故に、局部損壊

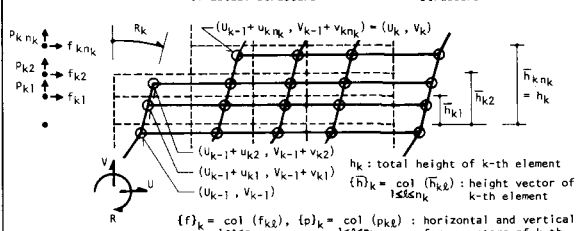
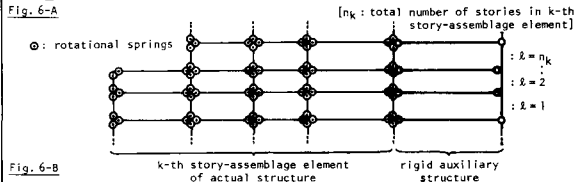
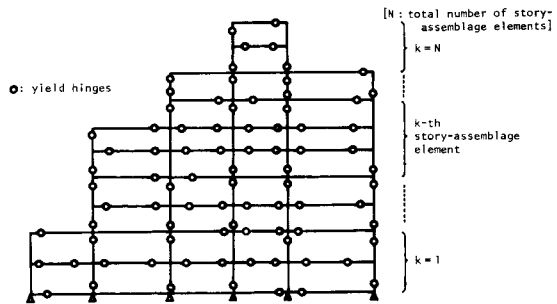


Fig. 6 Equivalent Multi-DOF Formulation

Table 3

- U_k, V_k : horizontal and vertical displacements at the top of k-th element, relative to the support of total structure
 $\{u_k\} = \text{col} \{u_{k2}\}, \{v_k\} = \text{col} \{v_{k2}\}$: horizontal and vertical displacement vectors
 $1 \leq k \leq N$
 $\{u_k\} = \text{col} \{u_{k1}\}, \{v_k\} = \text{col} \{v_{k1}\}$: horizontal and vertical displacement vectors relative to its base
 $1 \leq k \leq N$
 $U_k = \sum_{j=1}^k h_{2j} \sin R_{2j}, V_k = \sum_{j=1}^k h_{2j} (-1 + \cos R_{2j})$; $\{u_k\} = \overline{h}_k \sin R_k, \{v_k\} = \overline{h}_k (-1 + \cos R_k)$
 Q_k : generalized force associated with h_k, R_k in the incremental strain-energy relation, $dE_k = h_k Q_k dR_k$, of k-th element
 $\{R_k\}$: translational angle of k-th element
- $\{\cos R_k\} [Q] - \{\sin R_k\} \{N\} = \{Q\}$
 where $\{Q\} = \frac{1}{15kN} \text{col} \left(\frac{\overline{h}_k \{f_k\}}{h_k} \right) + ([E]^T - [I]) \text{col} \left(\frac{\overline{e}_k \{f_k\}}{15kN} \right)$
 $\{N\} = \text{col} \left(\frac{\overline{h}_k \{p_k\}}{h_k} \right) + ([E]^T - [I]) \text{col} \left(\frac{\overline{e}_k \{p_k\}}{15kN} \right)$
 $\{Q\} = \text{col} \{Q_k\}; \{\cos R_k\} = \text{diag} \{\cos R_k\}; \{\sin R_k\} = \text{diag} \{\sin R_k\}$
 $[I]$: identity matrix (N by N)
 $\overline{e}_k = \text{col} \{1\}$ $[E] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$ (N by N)
- $\{f_k\} = -\overline{h}_k \{ \ddot{u}_k + \ddot{u}_{k-1} \} \{e_k\} + \{ \ddot{u}_k \}$, $\{p_k\} = -\overline{h}_k \{ g + \ddot{v}_k + \ddot{v}_{k-1} \} \{e_k\} + \{ \ddot{v}_k \}$
 $\{ \overline{h}_k \}$: story-inertia matrix of k-th element
- $[M] = [E]^T [M] [E] - ([I] - [B] [Q]^{-1} [M] [E] + [E]^T [I] - [B] [Q]^{-1} [M] [E] - ([I] - [B]^{-1}) [B] [Q]^{-1} [M])$
 $= \{m_{ij}\}$; $m_{ij} = \frac{m_k}{\beta_k^2} + \sum_{k=i+1}^N m_k - (1 - \frac{1}{\beta_k}) \frac{m_i}{\beta_k} \delta_{ij}$ [$\delta = \max(i, j)$]
 $\{M\} = ([E]^T - [I] + [B] [Q]^{-1} [M] [E] - \{m_i\})$
 where $[M] = \text{diag} \{m_k\}$, $[B] = \text{diag} \{\beta_k\}$, $[B]^{-1} = \text{diag} \{\beta_k^{-1}\}$
 $m_k = \overline{e}_k \overline{h}_k \overline{h}_k \{e_k\}$: total inertia of k-th element
 $\beta_k = \frac{\overline{h}_k \overline{h}_k \{e_k\}}{\overline{h}_k \overline{h}_k \{e_k\}}$
 $\beta_k' = \frac{\overline{e}_k \overline{h}_k \{e_k\}}{\overline{h}_k \overline{h}_k \{e_k\}}$
 $\{e\} = \text{col} \{1\}$, δ_{ij} : Kronecker's delta
- $\{Q\} = -\{M\} \ddot{u}_g - [M] [h] \sin R$, $\{N\} = -\{M\} (g + \ddot{v}_g) - [M] [h] \cos R$
 where $\sin R = \text{col} \{\sin R_k\}$, $\cos R = \text{col} \{\cos R_k\}$, $[h] = \text{diag} \{h_k\}$
 $1 \leq k \leq N$
- $[M] \{\delta\} + \{Q\} = (-\ddot{u}_g \{\cos R\} + g + \ddot{v}_g \{\sin R\}) \{M\} + \{Q_g\}$
 where $\{\delta\} = \{N\} R$: relative displacement vector [measured along the circular arc; $R = \text{col} \{R_k\}$]
 $1 \leq k \leq N$
 $\{Q_g\} = [X] \{\delta\} - [Y] [h]^{-1} \{\delta^2\}$
 $[X] = [M] - \{\cos R\} [M] \{\cos R\} - \{\sin R\} [M] \{\sin R\}$
 $= (x_{ij})$; $x_{ij} = m_{ij} (1 - \cos R_i - \cos R_j)$: symmetric and zero-diagonal
 $[Y] = \{\sin R\} [M] \{\cos R\} - \{\cos R\} [M] \{\sin R\}$
 $= (y_{ij})$; $y_{ij} = m_{ij} \sin(R_i - R_j)$: skew-symmetric
- $([E]^{-1})^T [M] [E]^{-1} = \{m_{ij}^*\}$; $m_{ij}^* = m_i / (\beta_i \beta_j) + (1 - 1/\beta_i) (1 - 1/\beta_j) / \beta_{i+j}^*$ $m_{i+1}^* = m_{i-1}^* = m_{i-1}^* / \beta_i = (1 - 1/\beta_i) m_i / \beta_i$ [with $m_{N+1}^* = 0$]
 otherwise zero
 $([E]^{-1})^T \{M\} = \{m_i^*\}$; $m_i^* = m_i / \beta_i + (1 - 1/\beta_i) m_i$ [with $m_{N+1}^* = 0$]

Table 4

- $\begin{bmatrix} m_1 / (\beta_1 \beta_1') + m_2 & m_2 / \beta_2' \\ m_2 / \beta_2' & m_2 / (\beta_2 \beta_2') \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (m_1 / \beta_1 + m_2) (-\ddot{u}_g \cos R_1 + g + \ddot{v}_g \sin R_1) \\ (m_2 / \beta_2) (-\ddot{u}_g \cos R_2 + g + \ddot{v}_g \sin R_2) \end{Bmatrix}$
 with $\{A_{0g}\} = \begin{Bmatrix} (1 - \cos R_1 - R_2) \delta_2 - \sin(R_1 - R_2) \delta_2 / h_2 \\ (1 - \cos R_1 - R_2) \delta_1 + \sin(R_1 - R_2) \delta_1 / h_1 \end{Bmatrix} + (m_2 / \beta_2') \{A_{0g}\}$
- $A_1 = \frac{Q_1}{m_1 / \beta_1 + m_2}$, $A_2 = \frac{Q_2}{m_2 / \beta_2'}$: shear coefficients (in terms of acceleration) of the lower and upper story-assemblage elements
 $m_2 / m_1 = \textcircled{1}_{12} / \textcircled{1}_{21}$; $\textcircled{1}_{12} = n_2 / n_1$: ratio of number of stories in the upper versus lower elements
 $\textcircled{1}_{21} = (m_2 / n_2) / (m_1 / n_1)$: ratio of average weight per story in the upper versus lower elements
- $\begin{Bmatrix} Y_{12} & 1 \\ 1 & Y_2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Y_{12} A_1 \\ Y_2 A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_{12} (-\ddot{u}_g \cos R_1 + g + \ddot{v}_g \sin R_1) \\ -\ddot{u}_g \cos R_2 + g + \ddot{v}_g \sin R_2 \end{Bmatrix} + \{A_{0g}\}$
 where $Y_{12} = \frac{m_2 / \beta_2'}{m_1 / \beta_1 + m_2} = \frac{\beta_1' \textcircled{1}_{12}}{\beta_1' (1 + \beta_1' \textcircled{1}_{12})}$ [$0 \leq Y_{12}, Y_1, Y_2 \leq 1$]
 $Y_1 = \frac{m_1 / (\beta_1 \beta_1') + m_2}{m_1 / \beta_1 + m_2} = \frac{1 + \beta_1 \beta_1' \textcircled{1}_{12}}{\beta_1 (1 + \beta_1' \textcircled{1}_{12})}$, $Y_2 = 1 / \beta_2'$
- $T_e = 2\pi / \omega_e$: fundamental period of the elastic total system
 $R_2 / R_1 = \textcircled{1}_{12}$ or $\delta_2 / \delta_1 = u_{12}$ [$u_{12} = \textcircled{1}_{12} \textcircled{1}_{21}$, $\textcircled{1}_{12} = h_2 / h_1$]: associated mode
- $\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1^2 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2c_{g1} \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix}$ in the elastic situation
 with $\alpha_1 = \omega_e / \omega_g$, $\alpha_2 = \omega_e / \omega_g$ [$\omega_g = \sqrt{Y_1 + Y_{12} u_{12}}$, $\omega_e = \sqrt{Y_2 + u_{12}^2}$]
- $\alpha_{g1} = (g/h_1) / \omega_g^2 = \textcircled{1}_{g1} (g/4\pi^2) (T_e / \omega_g)^2/h$ [$i = 1, 2$]
 where $\textcircled{1}_{g1} = (1 + \textcircled{1}_{12}) / \textcircled{1}_{12}^2$, $\textcircled{1}_{g2} = (1 + \textcircled{1}_{12}') / \textcircled{1}_{21}^2$
 $h = (h_1 + h_2) / n$: average interstory height, $n = n_1 + n_2$: total number of stories
- a. T_e, c_{g1} : $(T_e / \sqrt{n})^2 / h$: elastic and gravity-effect parameters of total system
 b. $\beta_1, \beta_1', \beta_2, \beta_2'$; $\textcircled{1}_{12}, \textcircled{1}_{21}, \textcircled{1}_{12}, \textcircled{1}_{21}$: dimensionless distribution parameters
 c. $A_{y1} / A_{y1}, A_{max} / A_{y1}$ (or A_{max} / A_{y2}), $e(t)$; A_{y1} / g (or A_{y2} / g): dimensionless strength parameters (The last factor could be eliminated by applying the first-order approximation to the geometrically nonlinear terms.)
 d. $\alpha_{c1}, \alpha_{y1}; \alpha_{u1}, \alpha_{u2}; \beta_i$ [$i = 1, 2$]: dimensionless parameters for the degrading trilinear and quadrilinear properties of restoring forces

Table 5

		$\omega_{12} = 0.1$					$\omega_{12} = 0.5$						
		$n_2 = 1$	$n_2 = 2$	$n_2 = 3$	$n_2 = 5$	$n_2 = 7$	$n_2 = 1$	$n_2 = 2$	$n_2 = 3$	$n_2 = 5$	$n_2 = 7$	$n_2 = 1$	$n_2 = 2$
$\omega_{12} = 0.5$	$n_1 = 1$	0.67 (0.39)	0.82 (0.42)	0.92 (0.47)	1.06 (0.59)	1.14 (0.68)	0.67 (0.50)	0.82 (0.58)	0.92 (0.65)	1.06 (0.74)	1.14 (0.79)	0.67 (0.56)	0.82 (0.64)
	$n_1 = 2$	1.91 (1.12)	2.67 (1.36)	3.25 (1.67)	4.00 (2.22)	4.39 (2.60)	1.71 (1.29)	2.18 (1.56)	2.50 (1.76)	2.90 (2.02)	3.13 (2.17)	1.60 (1.33)	2.00 (1.56)
	$n_1 = 3$	0.60 (0.36)	0.71 (0.36)	0.79 (0.38)	0.91 (0.44)		0.60 (0.42)	0.71 (0.48)	0.79 (0.53)	0.91 (0.61)		0.60 (0.47)	0.71 (0.53)
	$n_1 = 5$	1.75 (1.04)	2.23 (1.13)	2.65 (1.26)	3.29 (1.58)		1.60 (1.13)	1.90 (1.28)	2.14 (1.43)	2.49 (1.66)		1.50 (1.17)	1.75 (1.31)
	$n_1 = 7$	0.57 (0.35)	0.65 (0.34)	0.72 (0.35)			0.57 (0.39)	0.65 (0.43)	0.72 (0.47)			0.57 (0.43)	0.65 (0.48)
	$n_1 = 7$	1.67 (1.02)	2.03 (1.07)	2.35 (1.13)			1.56 (1.07)	1.78 (1.17)	1.97 (1.28)			1.47 (1.10)	1.64 (1.11)
$\omega_{12} = 1.0$	$n_1 = 1$	1.00 (0.58)	1.13 (0.58)	1.20 (0.62)	1.29 (0.71)	1.33 (0.79)	1.00 (0.75)	1.13 (0.80)	1.20 (0.85)	1.29 (0.90)	1.33 (0.92)	1.00 (0.83)	1.13 (0.88)
	$n_1 = 2$	1.83 (1.07)	2.40 (1.23)	2.74 (1.40)	3.00 (1.67)	3.02 (1.75)	1.50 (1.13)	1.71 (1.22)	1.82 (1.28)	1.91 (1.33)	1.95 (1.35)	1.33 (1.11)	1.50 (1.17)
	$n_1 = 3$	1.00 (0.60)	1.09 (0.55)	1.15 (0.55)	1.24 (0.59)		1.00 (0.70)	1.09 (0.73)	1.15 (0.77)	1.24 (0.83)		1.00 (0.78)	1.09 (0.82)
	$n_1 = 5$	1.71 (1.02)	2.13 (1.08)	2.43 (1.16)	2.80 (1.35)		1.50 (1.06)	1.67 (1.12)	1.76 (1.18)	1.87 (1.25)		1.36 (1.06)	1.47 (1.11)
	$n_1 = 7$	1.00 (0.61)	1.07 (0.56)	1.13 (0.54)			1.00 (0.69)	1.07 (0.70)	1.13 (0.73)			1.00 (0.75)	1.07 (0.79)
	$n_1 = 7$	1.66 (1.01)	1.98 (1.04)	2.24 (1.08)			1.50 (1.03)	1.64 (1.08)	1.73 (1.12)			1.38 (1.04)	1.46 (1.07)
$\omega_{12} = 2.0$	$n_1 = 1$	1.33 (0.78)	1.38 (0.71)	1.41 (0.72)	1.44 (0.80)	1.45 (0.86)	1.33 (1.00)	1.38 (0.99)	1.41 (0.99)	1.44 (1.00)	1.45 (1.01)	1.33 (1.11)	1.38 (1.08)
	$n_1 = 2$	1.69 (0.99)	2.00 (1.02)	2.08 (1.07)	2.00 (1.11)	1.96 (1.10)	1.20 (0.90)	1.20 (0.86)	1.18 (0.83)	1.14 (0.79)	1.11 (0.77)	1.00 (0.83)	1.00 (0.78)
	$n_1 = 3$	1.50 (0.89)	1.50 (0.76)	1.50 (0.71)	1.50 (0.72)		1.50 (1.06)	1.50 (1.01)	1.50 (1.00)	1.50 (1.00)		1.50 (1.17)	1.50 (1.13)
	$n_1 = 5$	1.66 (0.99)	1.94 (0.98)	2.09 (1.00)	2.15 (1.03)		1.33 (0.94)	1.33 (0.90)	1.30 (0.87)	1.24 (0.83)		1.15 (0.90)	1.12 (0.84)
	$n_1 = 7$	1.60 (0.98)	1.58 (0.83)	1.57 (0.75)			1.60 (1.10)	1.58 (1.04)	1.57 (1.01)			1.60 (1.20)	1.58 (1.16)
	$n_1 = 7$	1.63 (0.99)	1.87 (0.98)	2.04 (0.98)			1.40 (0.96)	1.41 (0.92)	1.38 (0.90)			1.24 (0.93)	1.20 (0.88)

に於けるこの種の代表的形式に対しては、等価2-DOF系（危険要素を除外して一括化）による近似的取り扱いが有効であり、以下ではこれを議論の対象とする。Table 4-(1)はこの場合の等価方程式（前節で誘導）を示し、まづ、(2)の定義に基づき慣性の絶対量を消去すると(3)がこれに代わり、層集合要素・相互で連成しない $A_i \sim \delta_i$ 関係に重力効果も個別に随伴する故、それらの表示は Fig. 3 を踏襲し得る。こゝで、重力の不安定化作用の特定には、同表-(4)に掲げる指標を用いた弾性関係式(5)の導入が先行し、これを介した α_{gi} の定義(6)は等価1-DOF系の場合と直接に対応が付く。以上を総括してTable 2-(3)に倣い、各要素の無次元応答変形（降伏変形で規準化した塑性率）を規定する諸因子を網羅した結果が(7)であり、殊に同項・b群の後半部が含む基礎指標の選択は当問題の把握に役立つ。ところで、等価1-DOF系に対しては(6)式に於ける ω_{gi} の位置を β が占め[Table 2-(4)]、この事実を拠れば（全体損壊の場合との比較で）局部損壊での重力効果の大きさが明らかになる。各指標の実用的な組み合わせに関してこれをTable 5（ β は $\omega_{12} = 1.0$ に対する値）に例示すると、 $\omega_{12} \cdot \omega_{12}$ が小（上部要素が相対的に剛）、 $\omega_{12} = [\omega_{12}]$ が大、の場合に高い値をとる ω_{gi} の変動は4.5倍程度であり、一方、 ω_{g2} はより低い値と小さい変動とで特徴付けられる。但し、 $\omega_{12} \cdot \omega_{12}$ が大の限定領域では（重力効果が下部要素でより顕著となる）この通性から外れるが、いづれにしても $\max(\omega_{g1}/\beta, \omega_{g2}/\beta) \geq$

Table 6

(1) $n = 5$ ($\beta = 1.36$) and $\alpha_0 = 6 \times 10^{-3}$
 $[h = 3.75 \text{ m; accordingly, } T_0 = 0.58 \text{ sec}]$

(2) for Case 1:
 $\omega_{12} = 1.0$ (: uniform distribution of floor-mass)
 $\omega_{12} = 0.5$ (: softer base story)
 for Case 2:
 $\omega_{12} = 4$ ($\beta_1 = 1.33, \beta_2 = 1.60$), $n_2 = 1$ ($\beta_2 = \beta_2 = 1.00$)
 $\omega_{12} = 0.5$ (half floor-mass at top story)
 $\omega_{12} = 2.0$ (softer top story)

(3) $\omega_{12} = \omega_{12}$
 $\alpha_{c1} = 0.5, \alpha_{c2} = 0.2$ (for ductile and deteriorating skeletons); $\alpha_{d1} = 1.05, \alpha_{d2} = 3.0, \rho_1 = -0.01$ (for deteriorating skeleton, in addition) [i = 1 & 2]

(4) Case 1:
 $\alpha_{g1} = 11.0 \times 10^{-3}, \alpha_{g2} = 4.4 \times 10^{-3}$
 $[\omega_{g1} = 2.5, \omega_{g2} = 1.0]$
 $\mu_{g1} = 18.2$ (for ductile skeleton)
 $\mu_{g2} = 11.4$ (for deteriorating skeleton)
 Case 2:
 $\alpha_{g1} = 6.3 \times 10^{-3}, \alpha_{g2} = 7.3 \times 10^{-3}$
 $[\omega_{g1} = 1.4, \omega_{g2} = 1.7]$
 $\mu_{g1} = 27.3$ (for ductile skeleton)
 $\mu_{g2} = 13.9$ (for deteriorating skeleton)

(5) $A_{y2}/A_{y1} = \begin{cases} 2.0 & \text{for Case 1} \\ 1.0 & \text{for Case 2} \end{cases}$
 N.B. $A_2/A_1 = 1:1$
 [for a uniform distribution of lateral-force coefficients]
 $S = 4$ (Case 1)
 $A_2/A_1 = 1/2:7$ (Case 2)
 [for the distribution of lateral-force coefficients according to the elastic fundamental mode]
 $A_{y1}/g = 0.25$ (merely for mathematical specificity)

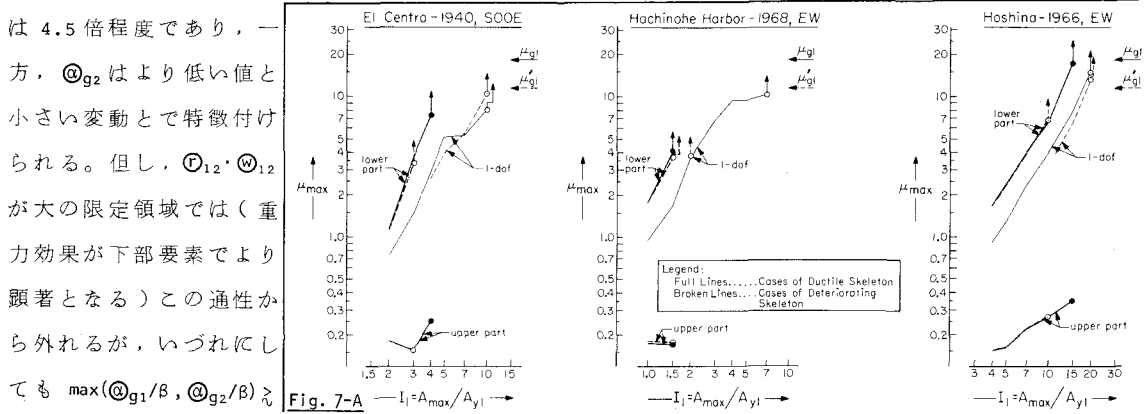


Fig. 7-A $I_1 = A_{max}/A_{y1}$

$\alpha_{12} = 1.0$		
$n_2 = 3$	$n_2 = 5$	$n_2 = 7$
0.92 (0.69)	1.06 (0.76)	1.14 (0.81)
2.29 (1.71)	2.67 (1.93)	2.91 (2.06)
0.79 (0.58)	0.91 (0.65)	
1.96 (1.43)	2.27 (1.62)	
0.72 (0.52)		
1.80 (1.30)		
1.20 (0.90)	1.29 (0.93)	1.33 (0.94)
1.60 (1.20)	1.71 (1.24)	1.78 (1.26)
1.15 (0.85)	1.24 (0.88)	
1.55 (1.14)	1.65 (1.18)	
1.13 (0.81)		
1.53 (1.10)		

Legend:

α_{g2} (α_{g2}/β)
 α_{g1} (α_{g1}/β)

1.41 (1.06)	1.44 (1.04)	1.45 (1.03)
1.00 (0.75)	1.00 (0.72)	1.00 (0.71)
1.50 (1.10)	1.50 (1.07)	
1.10 (0.80)	1.07 (0.76)	
1.57 (1.13)		
1.17 (0.84)		

Assumptions:

$\alpha_{12} = \alpha_{12}$
 $\beta_1 = 3n_1 / (2n_1 + 1)$
 $\beta_1' = 2n_1 / (n_1 + 1)$
 $[n_1 = 1, 2]$

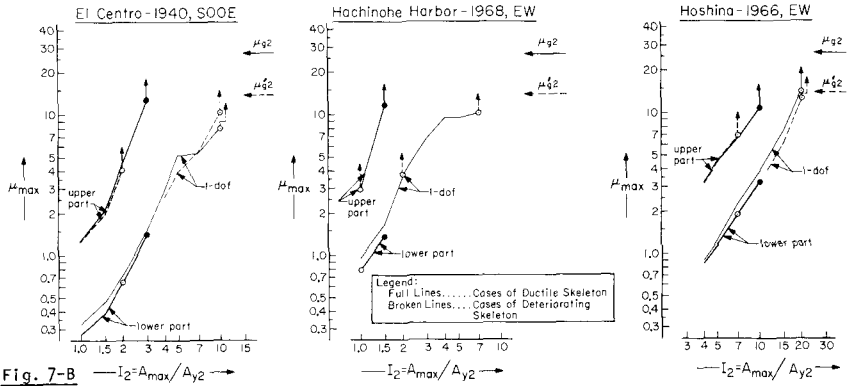


Fig. 7-B — $I_2 = A_{max}/A_{y2}$ —
 Fig. 7 A: Case 1, and B: Case 2 [vulnerable and soft base/top story]

1.0 でその最大は 2.6、即ち、損壊の局所化は重力効果の増大方向に繋がる、との解釈可能性をこの表は示す。次に、損傷・倒壊に関する局部的損壊効果を(地動に対する)相対強度 I の面から具体的に評価する目的で、Table 6

(1)に掲げる等価 1-DOF 系の特例を比較の基準とし、(2)の 2 種 (Case 1 では最下層、Case 2 では付属最上層、が弱で柔) を取り挙げる。更に(3)を併用すると、重力効果指標は(4)の値をとり、特に Case 1 での安定限界低下が著しい。又、降伏強度比(5)を採るが、その本質的役割は損壊部の指定にのみ限られる点に留意する。Fig. 7 は両ケースに於ける $H_{max} \sim I$ 関係の算出結果を全体損壊の場合のそれと対示したもので、この種の比較に際しては、水平力係数の等分布に応じるせん断力係数が全層で A_1/g ($= A_2/g$) となる事実(等価 1-DOF 系ではこれが A/g) に依拠すればよい。これらの図化には予期以上の規則性を見出し得て、 I_c (I_d')、殊に I_d 、に対する局部的損壊効果を(全体損壊を基準とした)単純な補正係数の形で定量化する試みに連なる。本例では Case 1 より Case 2、 I_d より I_c (I_d')、でこの効果は甚しく、動的倒壊限界の低下は 1.5 倍程度以上、数倍にも及ぶ。

[付記] 重力効果に占める上下動成分の役割は見掛け以下であって、その影響を十分に無視し得る。又、損壊現象の理解に重要な他の側面(振れ、二軸変形)のうち、後者の議論は他稿にある。

引用文献

1. 梅村(編),「鉄筋コンクリート建物の動的耐震設計法」, 技報堂, 1973, p. 442.
2. 滝沢, "鉄筋コンクリート造建物の強震応答解析," コンクリートジャーナル, 11 巻 2 号, 1973.2, pp. 10-21; その他関連論文.
3. H. Takizawa, "Non-linear models for simulating the dynamic damaging process of low-rise reinforced concrete buildings during severe earthquakes," *Int. J. Earthq. Engng Struct. Dyn.*, Vol. 4, No. 1, July 1975, pp. 73-94.
4. 滝沢, "鉄筋コンクリート造低層建物の強震時応答変形を推定する為の略算・非線形モデルについて," 建築学会大会講演梗概, 1974.10, pp. 545-546.
5. H. Aoyama, "Simple non-linear models for the seismic response of reinforced concrete buildings," *Proc., Review Meeting of U. S. - Japan Coop. Res. Program in Earthq. Eng.*, Honolulu, Hawaii, Aug. 1975, pp. 291-309.
6. M. A. Sozen and H. Aoyama, "Impact of laboratory and field observations on earthquake-resistant design of reinforced concrete structures," W. J. Hall (ed.), *Structural and Geotechnical Mechanics - A Volume Honoring Nathan M. Newmark*, Prentice Hall, 1977, pp. 305-332.
7. P. C. Jennings and R. Husid, "Collapse of yielding structures under earthquakes," *J. Eng. Mech. Div.*, ASCE, Vol. 94, No. EM5, Oct. 1968, pp. 1045-1065.
8. 梅村・青山, "静的設計から動的設計へ - 鉄筋コンクリート低層建物の耐震設計 -," 季刊カラム, No. 30, 1969, pp. 75-81.
9. 滝沢, "強震地動「継続時間」の数値表現," 建築学会大会講演梗概, 1976.10, pp. 453-454.
10. H. Takizawa and P. C. Jennings, "Ultimate capacity of lowrise R/C buildings subjected to intense earthquake motion," *Preprints, 6th Wld Conf. Earthq. Eng.*, New Delhi, India, Jan. 1977, Vol. 3, pp. 79-84.
11. 滝沢, "地震動のエネルギー応答スペクトル," 自然災害科学総合シンポジウム講演論文集, 1977.8, pp. 359-362.
12. H. Takizawa and P. C. Jennings, "Destructive capability of extreme earthquake motions in causing ultimate failure of R/C structures," prepared for possible publication in *Int. J. Earthq. Engng Struct. Dyn.*
13. H. Takizawa and H. Aoyama, "Biaxial effects in modelling earthquake response of R/C structures," *Int. J. Earthq. Engng Struct. Dyn.*, Vol. 4, No. 6, Oct. 1976, pp. 523-552.
14. H. Takizawa, "Biaxial and gravity effects in modeling strong-motion response of R/C structures," *Preprints, 6th Wld Conf. Earthq. Eng.*, New Delhi, India, Jan. 1977, Vol. 3, pp. 49-54.

Geometrically Nonlinear Formulation of Overall Structural Behaviour
for Modelling Dynamic Failure of R/C Buildings

H. Takizawa *

Abstract

For describing the dynamic overall structural behaviour of planar R/C buildings, a self-contained set of fully nonlinear formulations is presented in a mathematically consistent way. Limited degrees of freedom in system deformation, associated with a bare-minimum reduction of constituent restoring force elements, feature the model developed; without going into specific structural details, the current modelling of a gross nature is primarily intended to cover a certain class of buildings by incorporating the relevant common properties of a particular interest. In addition to permitting to adequately reflect the inelastic and hysteretic characteristics, this formulation includes the effects of nonlinear geometry in the deformed configuration, and can be used, with a practical sufficiency, for the purposes of identifying significant features in the serious damage and ultimate failure sustained under the combined action of intense ground motion and gravity.

Synthesis of member-level properties into this gross model is made by corresponding to the specification of deformation mode according to a previously suggested method. Depending individually upon the overall mechanism as indicated by yield-hinge kinematics, application of the modelling principle results in defining an "equivalent" 1-DOF or multi-DOF system of total structure, the mathematical expressions for which are totally found in the current presentation. (R/C frames of practical interest are often of a girder-collapse type or of a hybrid type of girder collapse and column collapse; the conventional "shear" modelling for multi-story buildings of these types can lead, in their yield region, to a seriously unreliable evaluation of response drifts. The present modelling may be satisfactorily used in such situations of short-period structures, and includes the shear modelling as a special case.) Also, geometrical nonlinearities are shown to be consistently reflected upon these formulations, their first-order term accounting for the system destabilization due to gravity and vertical ground acceleration acting through increasingly large sidesway. (Any significance of the so-called gravity effect might be unlikely for R/C buildings that can sustain serious damage at developing, yet relatively small, deflections, and the total disregard of this influence has been implicitly supposed in the ordinary analyses of their strong-motion response. However, as a sufficiently ductile system enters well into the yield region and its lateral drifts continue to grow, the overturning effect turns out to be responsible for causing its collapse.)

Dominance of weak-girder properties, thus forming a 1-DOF kinematic mechanism of structural yielding and leading to the equivalent 1-DOF modelling, provides one of the prominent types in dynamic failure of practical R/C buildings. The remaining types important are localized failure, where inelastic deformations develop progressively at a comparatively soft and vulnerable portion. The latter has been frequently encountered as the failure concentration at base story or at penthouse, the fundamental features in which can be described approximately by means of an equivalent 2-DOF formulation. Role of basic system parameters in the two typical instances is therefore clarified consulting the respective governing equations, with a particular emphasis on the effects of gravity. Then, the study is intended to quantitatively understand the serious damage and ultimate collapse of equivalent 1-DOF structures, by relating the mechanics of failure to the destructive capabilities of excitation. In a direct comparison with the reference case of overall failure, the presentation also contains an identification of the influence of localized failure in this regard.

* Faculty of Engineering, Hokkaido University.