

宮崎大学工学部 学正員 嶋田 剛
 宮崎大学工学部 学生員 織田 隆大
 宮崎大学工学部 正員 原田 隆典

1. まえがき 共同構は、これからの近代都市の形成に欠かすことのできないものになってきている。共同構や下水道管のような大きな管径の地下埋設管においては、軸歪みと曲げ歪みを考慮して耐震設計を行なわなければならない。本小文は、確率的立場から大断面の地下埋設管における地震時歪みの特性を考察するものである。

2. 基本式の概説 図-1に示すように、管軸、軸直角方向の地震動変位 $u_g(x)$, $v_g(x)$ が作用する時の地中埋設管の運動方程式は、次式で表わされる。

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + \beta^2 u = \beta^2 u_g(x), \quad \beta^2 = \frac{r_e H}{EA} \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{d^4 v}{dx^4} + 4r^2 v = 4r^2 v_g(x), \quad r^2 = \frac{r_e v}{4EI} \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 u と v は管の軸および軸直角方向変位で、 $r_e H$, $r_e v$ はそれぞれ方向に対応する地盤のばねであり、また E , A は管のヤング率および断面積である。地震動変位は場所と時間の関数であるが、地中構築物の地震時歪みは場所による地震動変位の違い

に支配される事が明らかにされているので、時間を固定し、場所だけの関数と考える。この場所の関数は複雑に変化するが、ここでは平均値零と分散 D^2 を持つ場所 x に関する定常ガウス過程とする。本文では、歪みとして最大の歪みを考える。従って最大歪み ϵ は、 $\epsilon = \epsilon_a + \epsilon_b$ となる。ここに ϵ_a は軸歪み、 ϵ_b は曲げ歪みである。そこで、(1)、(2)式のフーリエ領域での演算から最大歪み ϵ のスペクトル密度関数 $S_\epsilon(\omega)$ は、次の様になる(図-2参照)¹⁾。

$$S_\epsilon(\omega) = |H_{11}(\omega)|^2 S_{u_g}(\omega) + H_{11}^*(\omega) H_{12}(\omega) S_{12}(\omega) + H_{12}^*(\omega) H_{11}(\omega) S_{21}(\omega) + |H_{22}(\omega)|^2 S_{v_g}(\omega)$$

 上式において $S_{11}(\omega) = S_{22}(\omega) = S(\omega)$, $S_{12}(\omega) = \rho e^{-i\theta} S(\omega)$, $S_{21}(\omega) = S_{12}^*(\omega) = \rho e^{i\theta} S(\omega)$
 $H_{11}(\omega) = i\omega H_{11}(\omega)$, $H_{22}(\omega) = -r^2 \omega^2 H_{22}(\omega)$, $H_{11}^*(\omega) = -H_{11}(\omega)$, $H_{12}^*(\omega) = H_{22}(\omega)$
 とすると次の様に $S_\epsilon(\omega)$ は書ける。

$$S_\epsilon(\omega) = \omega^2 S(\omega) |H_{11}(\omega)|^2 + 2\rho \sin\theta r \omega^2 S(\omega) H_{11}(\omega) H_{22}(\omega) + r^2 \omega^4 S(\omega) |H_{22}(\omega)|^2 \quad \text{----- (3)}$$

ここに $S(\omega)$ は u_g と v_g のパワースペクトル密度関数、 $H_{11}(\omega)$, $H_{22}(\omega)$ は(1)、(2)式の周波数伝達関数、 ω は(メートル)²の次元を持ち波長を L とすると $2\pi/L$ で表わされる。 θ は u_g と v_g の位相角 ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)、 r は管の外径に対する半径である。また ρ はコヒーレンス関数と呼ばれ、 $\rho^2 = |S_{12}(\omega)|^2 / [S_{11}(\omega) S_{22}(\omega)]$ で定義され $-1 \leq \rho \leq 1$ の値を持つ無次元のパラメータである。地震動のパワースペクトルとして $S(\omega) = D^2 e^{-\frac{b\omega}{2\pi}} / b\pi$ を用いると、(3)式は、

$$S_\epsilon(\omega) = \frac{D^2}{b\sqrt{\pi}} \left[\omega^2 e^{-\frac{b\omega}{2\pi}} \frac{\beta^4}{(\omega^2 + \beta^2)^2} + 2\rho \sin\theta r \omega^3 e^{-\frac{b\omega}{2\pi}} \frac{4\beta^2 r^2}{(\omega^2 + \beta^2)(\omega^4 + 4r^4)} + r^2 \omega^4 e^{-\frac{b\omega}{2\pi}} \frac{16r^8}{(\omega^4 + 4r^4)^2} \right] \quad \text{----- (4)}$$

となる。ここに b は地震動の場所による変動の度合を表すパラメータである²⁾。いま、管の最大歪み ϵ の特性値として、歪みの標準偏差 σ_ϵ を考える。 σ_ϵ は、(4)式と次式から求まる。

$$\sigma_\epsilon^2 = \int_0^\infty S_\epsilon(\omega) d\omega \quad \text{----- (5)}$$

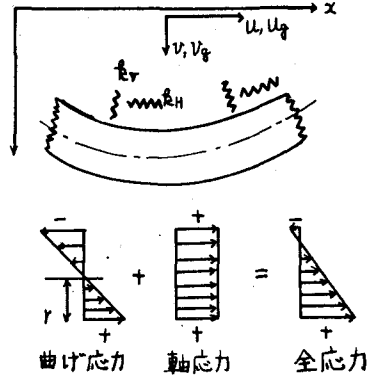


図-1

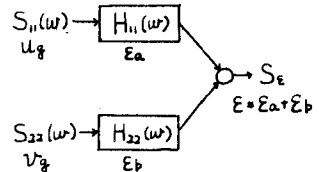


図2 Two-input linear system

式(6)の積分は、数値積分により図-3、図-4の結果を得たが、近似式として、次の(6)式を作った。

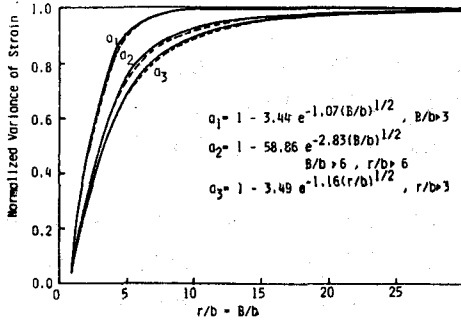


図-3

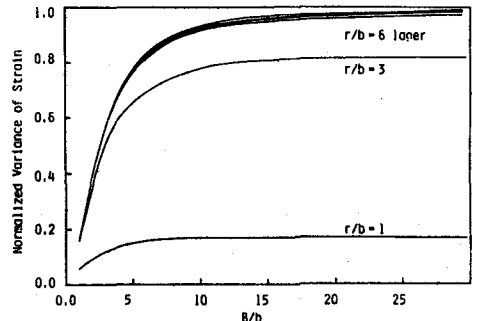


図-4

$$\sigma_e^2 = 2b^2 D^2 \left[(1 - 3.44 e^{-1.07\sqrt{B/b}}) + \frac{8}{\sqrt{\pi}} \rho \sin \theta r b (1 - 53.86 e^{-2.83\sqrt{B/b}}) + 6r^2 b^2 (1 - 3.49 e^{-1.16\sqrt{r/b}}) \right] \dots (6)$$

B/b および r/b が、20, 30 以上になれば指数項が零となるので、(6)式は次の様になる。

$$\sigma_e^2 = 2b^2 D^2 \left[1 + \frac{8}{\sqrt{\pi}} \rho \sin \theta r b + 6r^2 b^2 \right] \dots (7)$$

上式の第1～第3項はそれぞれ、軸歪み、曲げと軸の連成歪み、および曲げ歪みによる分散を表わす。

3. 計算例と考察 最大歪みにおよぼす軸歪みと曲げ歪みの影響を調べるため、(7)式により σ_e/σ_{ea} と $\rho \sin \theta$ 、 r/b の関係をプロットした(図-5)。ここに $\sigma_{ea} = \sqrt{2} b D$ で軸歪みの標準偏差である。本文では、最大歪みに注目しており、 $r > 0$ と仮定したので $\rho \sin \theta$ は 0~1 の値をとる。図-5 によると軸歪みに対する最大ひずみの割合 σ_e/σ_{ea} の値は、地震動変位 u_g と v_g の相関 $\rho \sin \theta$ と管径パラメータ r/b に依存しているが、 $\rho \sin \theta$ の依存度は小さい様に思われる。すなわち、地震動変位 u_g と v_g の相関は管の最大歪みにあまり影響しないと言えよう。地震動の場所による変動を表わす r/b の値は、地盤の硬さによって変わる事が分っているが²⁾、ここでは、4種の地盤の卓越周期 $T_g = 0.67, 0.5, 0.33, 0.25$ 秒に対して、軟い順に $b = 0.02 \sim 0.0937$ (表-1参照)を採用する。いま、図-5を参照して $\rho \sin \theta = 0.2$ と 0.8 に対して、それぞれ σ_e/σ_{ea} が、1.1, 1.3, 1.5, 1.7 となる管の半径 r を計算し、これを表-1にまとめた。例えば、 $\sigma_e/\sigma_{ea} = 1.3$ は、最大歪みに対する曲げ歪みの影響度が30%を意味する。曲げ歪みの影響度が、30%以下ならば曲げ歪みを無視できるとすると、表-1から軟い地盤では半径5m以下、硬い地盤では半径1.6m以下の管の曲げ歪みは無視できると言える。

<参考文献>

- 1). Bendat, Piosel, "Random data: Analysis and Measurement Procedures" P153, Wiley-Interscience 1971
- 2). 原田 隆典, H. Shimosuka "地震動の工学的平面分布モデルにおける確率過程理論の応用" 第16回地震工学研究発表会 1981

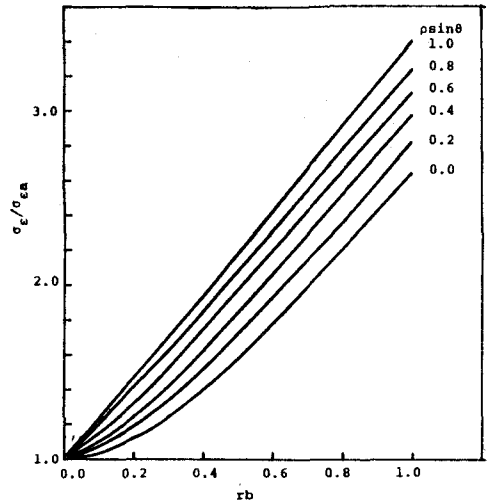


図-5

$\rho \sin \theta$	0.2				0.8				
	σ_e/σ_{ea}	1.1	1.3	1.5	1.7	1.1	1.3	1.5	1.7
$b = 0.02$	軟い地盤	7	14	20	25	3	7	12	17
$b = 0.0306$		4	9	13	16	2	5	8	10
$b = 0.0605$	硬い地盤	2	5	6	8	0.9	3	4	6
$b = 0.0937$		1	3	4	5	0.6	1.6	3	4

表-1