

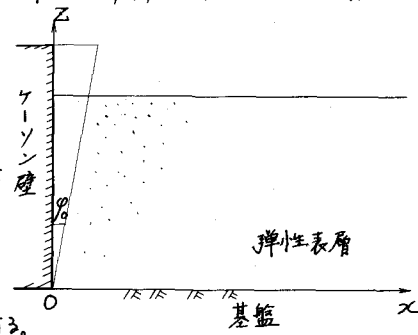
佐賀大学 正員 〇荒牧 卓治  
九州大学 小坪 清真

1. まえがき

構造物の地震時応答に大きな影響を及ぼすものに地盤係数の振動数特性がある。これは地盤係数の動的効果と呼ばれ、数多くの研究がなされている。弾性波動論を用いる方法は地表面載荷の場合は大きな成果をあげたが、地中構造物の場合は、境界条件の複雑さのゆえに厳密な解は得られていない。そのため種々な近似解法が用いられている。田治見は基礎層上の表層中に円筒ケーソンが埋設されている時の地盤反力係数の振動数変化、表層地盤から受ける土圧、ケーソンの応答などを求めている。しかしこの解は、もし内部粘性減衰を無視すると、地盤の1次固有円振動数より小さい $\omega$ では波動解とはならず、構造物の振動変位と地盤変位は同一位相の振動をすることで減衰は0となり、 $\omega_0$ より大きい $\omega$ では地盤反力係数はほとんど0となる不合理な結果が生じる。これは定常解を求めたためであるが実際の地震応答の際は過渡応答であるので波動解が存在するであろう。定常解で得られた地盤係数の振動数特性を用いて構造物の応答を求めることは実際の挙動とは異なり、大結果を生ずるかも知れない。この点をあきらかにするために簡単な2次元平面問題について定常解と過渡解を求め、その性質を明らかにした。過渡応答を求めるには、Laplace変換の手法を用いた。

2. Laplace変換による過渡応答解

図-1に示すような2次元平面を考慮して、 $x=0$ において  $y_0 \sin \omega t$  ( $t > 0$ ) なる回転角で回転するケーソン壁に作用する土圧の性質、すなわち複素復元力特性を求めた。解析にあたっては次の仮定を設けた。



- (1) 地盤は単一の弾性表層より成る。
- (2) 減衰の項を全て無視する。
- (3) 表層において上下変位は水平変位に比べ小さいとして無視する。

運動方程式は次式で与えられる。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

(1)式を初期条件  $u|_{t=0} = 0$ ,  $\dot{u}|_{t=0} = 0$  の条件で Laplace変換を行い、表面における条件式  $\tau_{xz}|_{z=0} = 0$  および  $x \rightarrow \infty$  においては進行波の変位が0である式を求めると、 $u$  の Laplace変換式  $U$  は次式で示される。

$$U = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} A_m \sin \lambda_m z e^{-\alpha x \sqrt{\lambda_m^2 + \left(\frac{p}{V_s}\right)^2}} \quad (2)$$

ただし  $V_p, V_s$  は縦波、横波速度、 $\nu = V_s/V_p$ ,  $\lambda_m = \frac{m\pi}{2H}$  である。 $x=0$  における変位の境界条件式を奇数次の正弦級数で展開して係数  $A_m$  を求め (2)式を逆変換すると変位  $u$  を求めることができる。

$$u = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{8H}{m^2 \pi^2} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sin \frac{m\pi}{2H} z \left\{ \sin \omega \left( t - \frac{x}{V_p} \right) - \int_{\frac{x}{V_p}}^t \frac{\lambda_m x V_s}{\sqrt{(V_p \tau)^2 - x^2}} J_1(\lambda_m \sqrt{(V_p \tau)^2 - x^2}) \cos \omega(t - \tau) d\tau \right. \\ \left. (V_p t > x) \right\} \quad (3)$$

地盤係数に関係するのは  $x=0$  における応力  $\sigma_x|_{x=0}$  である。

$$\sigma_x|_{x=0} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$= \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (\lambda+2\mu) \frac{\gamma_0 8H}{m^2 \pi^2} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sin \lambda_m z \left\{ \frac{\omega}{V_p} \cos \omega t - \lambda_m \int_0^t \frac{1}{z} J_1(\lambda_m V_s \tau) \sin \omega(\lambda - \tau) d\tau \right\} \quad (4)$$

上式は  $t \rightarrow \infty$  とすると定常解と一致する。抵抗モーメントを求めると、

$$M_0 = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (\lambda+2\mu) \frac{\gamma_0 8H}{m^2 \pi^2} \frac{1}{\lambda_m} \left[ \lambda_m \int_0^t \frac{1}{z} J_1(\lambda_m V_s \tau) \cos \omega \tau d\tau \cdot \sin \omega t + \left\{ \frac{\omega}{V_p} - \lambda_m \int_0^t \frac{1}{z} J_1(\lambda_m V_s \tau) \sin \omega \tau d\tau \right\} \cos \omega t \right]$$

[ ] 中の第1項が変位と同位相の項で地盤反力を示す項であり、第2項は  $90^\circ$  遅れた項、すなわち減衰力を示す項である。 $\omega \rightarrow 0$ 、すなわち静的に動かしした場合の抵抗モーメントは次式で示される。

$$\bar{M}_0 = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (\lambda+2\mu) \frac{\gamma_0 8H}{m^2 \pi^2} \frac{r}{\lambda_m} \quad (5)$$

地盤反力と減衰力の項を静的地盤反力の比として表わすと次式で示される。

$$F_1 = \left[ \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (\lambda+2\mu) \frac{\gamma_0 8H}{m^2 \pi^2} \frac{r}{\lambda_m} \left\{ \int_0^t \frac{1}{z} J_1(\lambda_m V_s \tau) \cos \omega \tau d\tau \right\} \cdot \sin \omega t \right] / M_0 \quad (6)$$

$$F_2 = \left[ \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} (\lambda+2\mu) \frac{1}{\lambda_m} \frac{\gamma_0 8H}{m^2 \pi^2} \left\{ \frac{\omega}{V_p} - \lambda_m \int_0^t \frac{1}{z} J_1(\lambda_m V_s \tau) \sin \omega \tau d\tau \right\} \cos \omega t \right] / M_0$$

### 3. 数値計算および考察

数値計算にあたっては次の数値を用いた。表層の厚さ  $H = 20m$ 、地盤のせん断弾性定数  $\mu = 300 \text{ kg/cm}^2$ 、地盤の単位体積重量  $\gamma = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$ 。図-2は  $\omega = \omega_g$  の場合の  $F_1$  と  $F_2$  の時間変化を示したものである。定常解

では双方とも0であるが、図から明らかになように時間と共に減少はするが0とはるには相当長い時間が必要である。 $\omega < \omega_g$  の場合は減衰力の項が急激に0に近づき、 $\omega > \omega_g$  の場合は地盤反力の項が急激に0に近づいていく。図-3は定常振動解と過渡解との比較を行なったものである。1山目では定常解と相当大きなへだたりがあるが、2山目にはると定常解には一致する。実際の地震波はRandom振動であり、定常状態に成長することはないので、定常解による地盤反力係数と減衰定数をそのまま用いて応答計算することは実際の現象と非常に異なってくることを考えられる。ケーソン壁がRandomな変位をする場合は、ある振動数でピークを有するようなスペクトルを持つ変位を与えた時の平均的地盤係数の特性より地盤係数の振動数特性を推定できよう。数値計算結果については講演時に発表する。

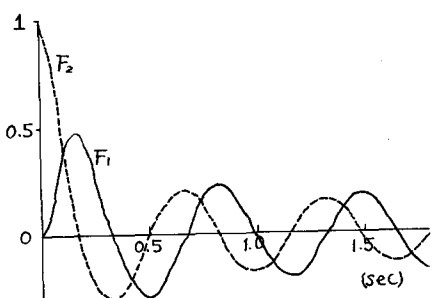


図-2 ( $\omega = \omega_g$ )

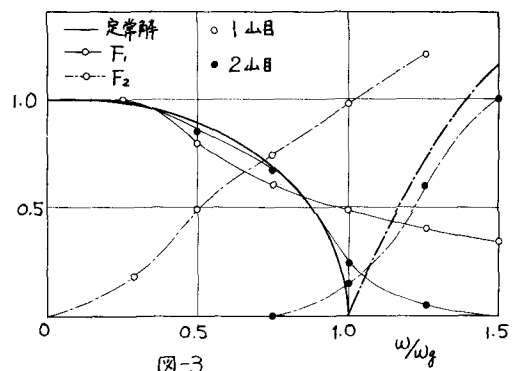


図-3

### 参考文献

田治見 宏：「深い基礎を有する構造物の地震時応答について」地震工学シンポジウム 1966